

# 進化ゲーム理論による協調社会創発の基礎機構と応用に関する研究

岩村, 泰郎

<https://hdl.handle.net/2324/4784670>

---

出版情報 : Kyushu University, 2021, 博士 (工学), 課程博士  
バージョン :  
権利関係 :



# 学位論文

## 進化ゲーム理論による協調社会創発の 基礎機構と応用に関する研究

2021年 12月

九州大学総合理工学府  
環境エネルギー工学専攻

岩村泰郎

## 目次

第 1 章 序論	1
1. 1 はじめに	2
1. 2 感染症について	6
1. 3 交通流について	9
1. 4 本論の構成	10
第 2 章 進化ゲーム理論とセルオートマタによる交通流解析及び vaccination game に関する基礎理論	16
2. 1 進化ゲーム理論	17
2. 1. 1 ゲーム理論	17
2. 1. 2 $2 \times 2$ ゲーム	18
2. 1. 3 進化論へのゲーム理論の適用	20
2. 1. 4 力学系ダイナミクス	21
2. 1. 5 レプリケーターダイナミクス	22
2. 1. 6 多人数 2 戦略ゲームのレプリケーターダイナミクス	23
2. 2 交通流	25
2. 2. 1 交通流の特性を表す指標	25
2. 2. 2 基本図	26
2. 2. 3 二車線高速道路の主な特性	27
2. 2. 4 交通流研究の基礎	28
2. 2. 5 セルオートマトン(Cellular Automaton, CA)	29
2. 2. 5. 1 CA 法とは	29
2. 2. 5. 2 交通流 CA モデル	29
2. 2. 5. 3 一次元 CA	30
2. 2. 6 Burgers 方程式の超離散化	31
2. 2. 6. 1 拡散方程式と Burgers 方程式	31
2. 2. 6. 2 差分 Burgers 方程式	32
2. 2. 6. 3 超離散 Burgers 方程式	33

2. 2. 6. 4	Burgers 方程式と CA の関連性	34
2. 2. 7	様々な交通流 CA モデル	34
2. 2. 7. 1	Asymmetric simple exclusion process (ASEP)	34
2. 2. 7. 2	Zero Range Process(ZRP)	35
2. 2. 7. 3	Slow Start(SIS)モデル	36
2. 2. 7. 4	Quick Start(QS)モデル	36
2. 2. 7. 5	Fukui Ishibashi(FI)モデル	36
2. 2. 7. 6	Nagel Schreckenberg(NS)モデル	36
2. 2. 7. 8	Stochastic Nishinari Fukui Schadschneider (S-NFS)モデル	37
2. 2. 7. 9	その他の CA モデル	38
2. 2. 8	アップデート方法	38
2. 2. 9	境界条件	38
2. 2. 10	3 相交通流理論	39
2. 3	感染症の数理疫学	40
2. 3. 1	SIR モデル	41
2. 3. 2	ワクチン接種を考慮した SIR モデル	43
2. 4	複雑ネットワーク	44
2. 4. 1	ネットワークの特徴量	44
2. 4. 2	様々なネットワーク	46
2. 4. 2. 1	現実のネットワーク	46
2. 4. 2. 2	完全グラフ	47
2. 4. 2. 3	d 次元格子(格子グラフ)	48
2. 4. 2. 4	ランダム・グラフ	49
2. 4. 2. 5	スモールワールド・ネットワーク	50
2. 4. 2. 6	スケールフリー・ネットワーク	51
2. 4. 2. 7	次数相関のコントロール	52
2. 4. 2. 8	レギュラー・ランダム・グラフ(RRG)	53

2. 5	ワクチン接種ゲーム	55
2. 5. 1	ネットワーク上のワクチン接種ゲームのモデル	55
2. 5. 1. 2	戦略適応方法	56
2. 5. 1. 3	一様混合集団(Well-mixed 集団)における ワクチン接種行動の時間発展	57
2. 5. 2	ネットワーク上での感染症の伝搬(SIR モデル)	59
2. 5. 2. 1	疫学パラメータの設定	59
2. 5. 2. 2	確率論的シミュレーションの手順： Gillespie アルゴリズム	60
第 3 章	有償 game exit オプション戦略を含む 3 戦略系 2×2 ゲームの進化ダイナミクス解析	74
3. 1	本章の概要	75
3. 2	モデルの概略	78
3. 3	解析結果	80
3. 4	本章の結論	88
第 4 章	中間的防御戦略の導入が vaccination game の進化機構に 及ぼす影響に関する研究	93
4. 1	本章の概要	94
4. 2	モデルの説明	97
4. 2. 1	ネットワーク上の予防接種ゲームの基本的なフレームワーク	97
4. 2. 2	中間措置の定義-自己防衛戦略	98
4. 2. 3	利得構造	99
4. 2. 4	戦略適応	100
4. 2. 5	シミュレーション手順	101
4. 3	結果の分析	102
4. 4	本章の結論	109
第 5 章	vaccination game における新たな戦略進化機構の提示と その特性解析に関する研究	113

5. 1 本章の概要	114
5. 2 モデルの概要	117
5. 2. 1 空間型ワクチン接種ゲーム	117
5. 2. 2 戦略適応ルール	118
5. 2. 3 シミュレーション方法	119
5. 3 シミュレーション結果	120
5. 4 本章の結論	124
第 6 章 車線変更と割り込み阻止スパイト行動を考慮した多車線系交通流の 背後に存在する社会ジレンマの特性解析に関する研究	127
6. 1 本章の概要	128
6. 2 シミュレーション手順	130
6. 2. 1 エージェントの戦略	130
6. 2. 2 車両モデル	130
6. 2. 3 シミュレーション条件	133
6. 2. 4 進化ゲーム理論の適用について	134
6. 3. シミュレーション結果	135
6. 4 本章の結論	142
6 章付録	143
第 7 章 結論	148
7. 1 総括結論	149
7. 2 今後の展望	151



# 第 1 章

## 序論

## 1. 1 はじめに

環境問題が取りざたされて久しい今日であるが、現代社会が抱える環境問題は今なお深刻化の一途をたどっている。

科学技術の進歩は目覚ましく、多くの電器店で、陳列品に省エネ、エコといった謳い文句が躍り、自動車をとってもハイブリットカーやEVの開発が進み、将来的にガソリン車両の製造、販売を禁ずる動きもあるほど、その進歩は身近に実感できるものにもなっている。いわゆる再生可能エネルギーと呼ばれる発電方法に関しても、地崩れの原因ではないかなどとニュースで取り上げられるほどの規模で、山を切り開くという一種の環境破壊を代償としてさえ太陽光発電設備が設置されるほどに推進されており、その推進への意識は高いといえる。

このような技術進歩、技術革新、そして普及への努力が進む一方で、環境問題そのものは緩和を見ていない。CO<sub>2</sub> 排出量、電力消費量などのある程度マクロなデータから評価してもここ 20 年ほど、国内で変化なし、世界に目を向ければ新興国の発展もありむしろ悪化しているといえる。さらにいえば、所謂地球温暖化が議論されている様子はニュースなどでもみられるが、生物の絶滅という問題に関しては、空前の規模で多くの種が絶滅しているにもかかわらずそのほとんどが話題にさえならない。卑近な例を出せば、幼少期の筆者の好物の一つであった鰻は絶滅危惧種に指定され、筆者は 10 年ほど前に口にしないと誓ったまま、その誓いを覆せる状況には至っていない。

技術の進歩は目覚ましいが、しかしそれによって環境問題の悪化のペースを多少緩和しているとは見ることができても、それ単体で環境問題そのものの緩和、解決が可能と考えるのは、もはや楽観的な態度となってしまっているといえる。

社会情勢に目を向ければ、先も少々述べたが、将来的なガソリン車の製造の禁止に向けた動きなどが顕著であるが、世界の様々な立場・地域・国の人々が議論を重ね、条約、法律といった形でルールを敷き、環境問題に対応しようとしている。各個人や団体も、そうして決められたルールに従い、あるいは自ら、環境を意識した活動・行動をとっている。にもかかわらず、世界全体で見れば、環境問題は深刻化している。何故か。社会とは、単なるホモ・サピエンスという生物が多数存在している状態ではなく、その社会に属する人間の行動、生活により生み出される現象を指すものであり、換言せば、社会とは各個人、そ

の集合体の様々な思惑の結果であるからである。社会全体の問題である環境問題に対し、技術革新によるアプローチのみではなく、社会全体の挙動、そのメカニズムを理解し、社会そのものを制御するというアプローチも必要となる。

以上をまとめると、環境問題それ単体を見て、対応する技術を開発していだけで解決することは難しく、図 1. 1 のような人間－環境－社会の相互作用によって構成される、複雑なシステムとして捉えることが必要となる。

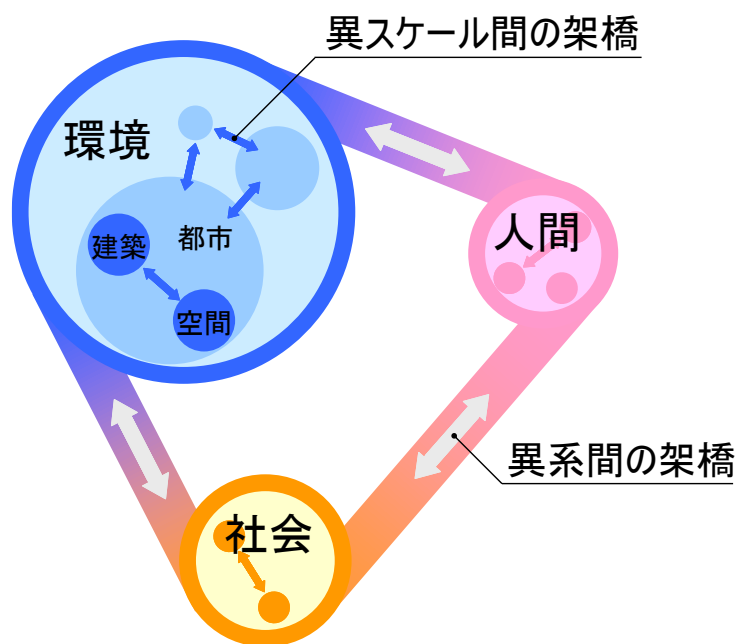


図 1. 1 人間－環境－社会システムの概念図[1]

しかし、この統合モデルの構築は、現時点では非常に難しいと認めざるを得ない。各システムのモデル化自体についても、システム間の相互作用についても、未だ十分な知見がストックされているとは言い難いうえ、それらの単体および複合体がそれぞれ複雑系となっていると考えられるからである。複雑系とは、多数の構成要素が、相互に、かつ全体に影響を与えるような系をいう。構成要素の作用が全体に、または個々にフィードバックされ、さらにそれが個々、全体に作用を与えるため、系の挙動を記述することが極めて困難である。

しかし近年の研究で、この問題にアプローチ可能な理論が構築されつつある。

まず、マルチエージェントシミュレーションが挙げられる。これは、社会的な組織、個人等の行動を起こす主体としての単位(エージェントと呼称される)と仮想的な環境、シチュエーション(人工社会)を計算機上に構築、エージェントの行動、その与える影響についてミクロなルールを設定し、人工社会を稼働させ、システムの複雑な挙動を再現する手法である。この手法は、複雑な現象を可能な限り複雑なままモデル化するため、創発現象もモデルで再現することが可能となる。また、大規模な社会実験を行うことなく多くの複雑な現象を取り扱うことができ、近年の計算機の進歩に伴って、大規模な系を取り扱うことができるようになったため、多様な分野で応用されている。

また、進化ゲーム理論により、環境問題の本質的な構造をジレンマゲームとして記述できる。エネルギー問題を例にとれば、自ら(自国)は化石燃料を大量消費して快適な生活を過ごしたいが、全員(全世界)が同様に振る舞うと甚大な環境問題を招き、己を含む全員の生活レベルの低下が必然の結果となる。(このジレンマは **Tragedy of Commons(TOC)** というモデルで表される[1]。

筆者は本論において、上記の理論を借り、環境問題を構成する要素のうち、人と社会の相互作用にアプローチを試みている。それは環境問題という大きな問題の手前に横たわる、以下の問題意識による。

現代社会において、長距離移動手段や遠隔通信技術の発展に伴い、様々な場面で人が接し、協調していく必要のある他者の数は増加の一途をたどっている。

たとえば筆者はインターネットを介して 200 人を超える友人と語らい、遊戯に興じることがあるが、彼らのうち、筆者が直接会った数は 20 にも満たない。直接会った回数が複数回である、という条件を課すと 5 にも満たないだろう。あくまで筆者個人の例ではあるが、遠隔通信技術の恩恵がなければそもそも関わる機会のない者たちと接することができる状況の一例として挙げておく。

一方、人間が親しく関わることができる人間の数、それも利害を超えて大切にしたい人の数のごく限られる、というのは、普遍的な感覚であろう。

筆者はこれらを受け、これからも発展していく技術に後押しされて接する機会を得ていく多くの他者との関係において、利害を超えるには至らない、強固ではない関係の中で協調していく方法を追求する必要があると考えるに至った。

換言せば、これからの時代に人類が迎える社会では、人間同士の関係性は、自分の利害を最優先にする前提で、自分の利害より優先度が低くなる多数の人間と、それでも環境問題をはじめとする諸問題への対応の為、高度に協調しなければならないという、非常にハードルが高いものになるという危機感である。

特に、一時期は武漢肺炎などと呼称されたが、被害は武漢、中国にとどまらず短期間で全世界に拡散、今なお猛威を振るっている新型コロナウイルス感染症の蔓延などに代表される感染症への対策、そして当該感染症の蔓延による一部公共交通機関の運休、運行数減少などに起因し、輸送の根幹を担う役割がさらに大きくなった車での移動、特に渋滞の防止は、どちらもその場に居合わせただけの多くの人が、その場に居合わせただけという決して強固ではない関係性の中で協調していかなければならない事例として喫緊の課題の一つといえよう。

本論では感染症、交通流を例にとり、社会の様々なシーンで、その場に居合わせただけの多くの人が、その場に居合わせただけという決して強固ではない関係性の中で協調する可能性を模索する。

## 1. 2 感染症について

近年、都市域の人口密度の増加や長距離移動手段の発展に伴い、感染症蔓延はもはや都市域にとどまるものではなくなっている。2019年11月ごろに端を発した新型コロナウイルス感染症の世界的な蔓延を思い返せば、感染症の蔓延が今や全人類的な問題と化していることは明々白々である。感染症の蔓延を防止するための個々の感染症に対する医学的、疫学的研究の必要性は言うまでもないが、感染症がどのように集団内に広がっていくか等の流行現象のメカニズムを理解し、さらにワクチン接種や隔離等の介入行為の評価を行うためには、感染症動態の数理モデルによる動的かつ定量的な定式化が不可欠である。

感受性人口の免疫化が効果的であるような感染症において、先制的ワクチン接種は広域伝搬する感染症の蔓延を防止するためだけでなく、感染症の罹患率および死亡率を減少させるためにも必要な公衆衛生上最も強力な手段の一つである[2]。しかし、ほとんどの社会ではワクチン接種は個人の自主性に委ねられており、接種に関する個人の意思決定は、感染症罹患コスト、ワクチン接種コスト、および他人のワクチン接種行動に左右される[3-5]。結果としてワクチンで予防可能な感染症を完全に根絶させた例は天然痘が唯一にとどまっており、近年世界的に流行している新型コロナウイルスを含め、感染症の流行は未だ人類の大きな脅威であり続けている。

このワクチンで予防可能な感染症の根絶を困難にさせている理由の一つは、ワクチン接種に伴うジレンマにある。より多くの個人がワクチン接種を行うようになり社会のワクチン接種率がある一定の割合を超えると、集団免疫と呼ばれる状態が達成される。集団免疫は公共財的性質を持っており、集団免疫が達成されている社会ではワクチン未接種者の感染症に罹患する可能性が非常に低くなる[2, 6]。そのため、この公共財の恩恵にただ乗りしてワクチン接種を行わないというインセンティブが増大する。これはフリーライダー問題[7-9]と呼ばれており、多くの人々が集団免疫を悪用する可能性を認識していることを示唆する証拠がある[10]。個人の自己利益の追求によるフリーライダーの増加はワクチン接種率の低下を意味し、いずれ集団免疫の崩壊、感染症の再流行を招く。これがワクチン接種ジレンマである。このジレンマの存在により自主的なワクチン接種政策下では個人の合理的行動と社会全体の最適なワクチン接種率(集団免疫)の間に乖離が生じる[11-15]。また、知識不足、誤った認識による感染リスクの過小評価、ワクチン接種コ

ストの過大評価も、ワクチン接種率を引き下げる深刻な原因となっている[16].

このワクチン接種ジレンマを克服するためには、より多くの個人がワクチン接種を行うという協調行動が必要である。また、有用な施策の提言を行うためには、ワクチン接種率、集団全体の罹患率、個人のワクチン接種行動間の関係という、非常に複雑な相互作用をもたらす結果を動的かつ定量的に再現・予測する必要がある。このような観点から、ワクチン接種ジレンマを特徴づけるために、個人が自己の利得を最大化しようとするグループに対するゲーム理論を適用した研究が行われている[14, 15, 17 - 26]. ワクチン接種行動に関する初期のゲーム理論的分析では、個人は感染する確率について完全な情報を持って常に行動する静的ゲームが想定されていた[14, 15]. しかし、現実には個人は自己が感染する確率を正確に決定することはできない。また、個人は成功した戦略を採用しているように見える他人を模倣することで新たな戦略を採用(学習)するという特徴も取り入れる必要がある[27 - 29]. 明示的にこの過程を記述するためには、数理疫学的ダイナミクスとゲーム理論的ダイナミクスを結びつけたモデルを構築する必要がある。

例えば、Bauch[17]は感染症蔓延時の個人の行動決定を反映するためにゲーム理論を適用、個人の模倣行動によって周期的な感染症のアウトブレイクが生じることを見出した。また Vardavas ら[20 - 22]はインフルエンザ流行に対する自主的ワクチン接種の効果を少数派ゲーム理論に基づいて調べ、ワクチン接種プログラムが個人にインセンティブを与えない限り深刻な流行を防げなかったことを示した。

これらの研究では集団は一様混合されており、個人はリスクに基づき自己の利益を最大化するため合理的に行動すると仮定されていた。しかし現実には感染症伝播や情報伝達には空間構造があり、個人の意思決定も完全に合理的ではないことが知られている。Grenfell と Keeling[30]は感染症の数理モデルをより現実的に近づけるため、近隣者との接触により感染するという空間構造を取り入れることが必要であることを指摘した。

この点を踏まえ、Fu ら[23]はワクチン接種における個人の模倣行動と集団構造の役割を探求するため、ネットワーク上での進化ゲーム理論的アプローチを用いた。文献[23]において、彼らはネットワーク上を伝播する感染症に対し完全免疫を達成する戦略(ワクチン接種)と一切の免疫を獲得しない戦略(非接種)を持つモデルを構築し、ワクチン接種率がワクチン接種コストに敏感に依存することを見出した。本研究では、Fu らが構築し

たモデルを基盤に感染症の脅威にさらされている人々がワクチン接種以外の(より安価で不確実な)感染防衛策が新たな選択肢として与えられた場合と、ワクチン接種のゲーム理論的な戦略設定における新たな戦略進化機構について検討する。

### 1. 3 交通流について

現代社会において、車は先進国のみならず、昨今の経済成長が目覚ましい中国やアフリカ、東南アジアなど、世界中の国々において輸送の根幹を担っており、必ずしも多人数を同一の空間に長時間同席させなくともよいことから、新型コロナウイルス感染症の影響下においては比較的感染のリスクを抑えられる長距離移動手段としてその重要性を増している。

そして、車社会の浸透に伴い、より顕著になっているのが交通渋滞の深刻化と言えよう。

日本は世界でも有数の交通渋滞が多い国として知られているが、特に昨今では中国都市部での深刻な渋滞は世界中から関心を集めている。ここで交通渋滞が引き起こす諸問題を紹介する。交通渋滞は、単純に輸送効率の低下、そして、それに伴いある一部に多くの車両が滞留することで引き起こされる大気汚染などで社会に甚大に損害を与えている。このように交通渋滞は様々な面から人間社会に損害を及ぼすことから、その緩和を目的として交通流学は日々発展を遂げてきた。そのため、交通流の研究は、その構造を物理的に把握し、シミュレーションによる流動の再現という手法がよく用いられる。これまで、シミュレーションに用いる様々な交通流モデルが開発され、発表されてきた[31]。

一方で、筆者は交通流の物理構造そのものを捉える基本的な交通流研究とは異なる側面にも関心を抱いている。簡潔に述べると、筆者は交通流を多様な意思決定による個々人の行動が形成する社会の一つと捉え、そこにゲーム理論を適用した研究を行ってきた。特に近年では車線変更と、それにまつわる行動に着目している。これまでの先行研究では車線変更を行うドライバーと車線変更を行わないドライバーが混在した二車線狭窄を有する流れ場、また、ボトルネックの無い通常二車線系において、ゲーム理論で言う、“囚人のジレンマゲーム(Prisoner's Dilemma Game, PDG)”の数理構造が潜在することが明らかにされた[32-34]。これは、交通渋滞の遁減に対して進化ゲーム理論により研究されてきたジレンマ構造の解消プロトコルが応用出来る可能性を示唆したという意味において、決して小さくない発見と言える。しかし多くの場合、先行研究において二車線モデルでの車線変更に対し、後続車両がリアクションを行うことは想定されていないように思われる。

そこで本論では、より現実的な二車線モデルを構築するために、車線変更を企画した車両の後方、割り込まれる車両によるリアクションを再現し、これが交通流に与える影響について検討する。

# 1. 4 構成

本論の構成は以下の通りである．それぞれの枠は、各章の研究がどのような研究分野に属するかを示している。

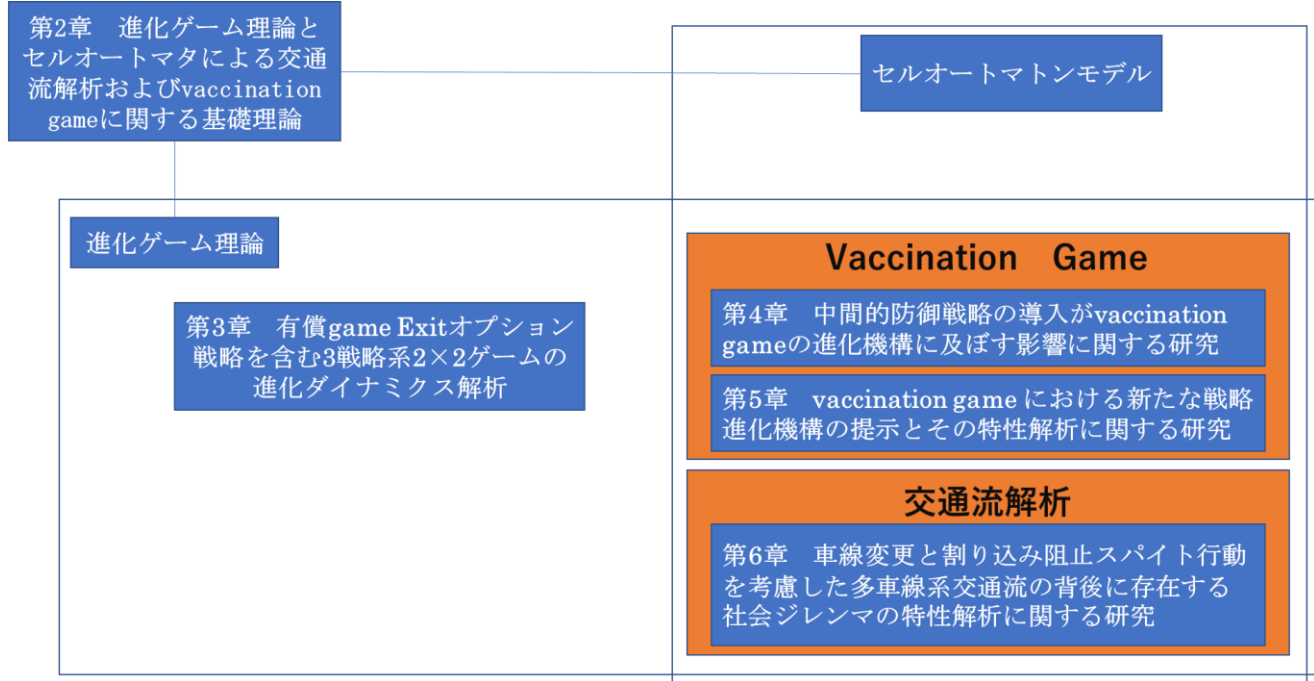


図 1. 2 本論の構成

第 1 節の繰り返しになるが，筆者の問題意識は，現代社会において増加傾向にある，利害を超えるには至らない，強固ではない関係の不特定多数の他者同士の協調創発であるため，社会物理学，特に，取り上げる現象とそれに関連する人間の挙動のモデル化への理解を全般的に深める必要がある．

このため本論では，第 2 章に分量を割き，本研究で取り扱う物理的なシステム，そこに組み込まれる人間の挙動に関し，基礎となる進化ゲーム理論，感染症の数理モデル，交通流理論，交通流シミュレーションについて順番に概説する．

上記の基礎知識について第 2 章で前提を整えたうえで，状況を特定しないゲーム理論的観点から第 3 章，状況をある程度特定し，ゲームの結果に相当する利得をより現実的な状況に対応させた第 4 章から第 6 章を以て，不特定多数の他者同士の協調創発に関して多角的な検討を行う．

第 3 章では，人間の社会的行動として歴史的にも散見される「縁を切る」，最近では

様々なインターネット上の所謂 SNS 等のサービスでカジュアルに行われるようになった「ブロック」といった、特定の(自身に対して有害, 不快な)他者との関係を拒絶することの模式として、有償 game exit オプション戦略を含む 3 戦略系  $2 \times 2$  ゲームの進化ダイナミクスについて概説し、より現代的な人間の戦略更新、つまり協調創発そのものに関する考察を行う。

第 4 章から第 6 章にかけて、感染症、交通流に関する具体的な計算機実験とその結果について報告する。なお、感染症の伝播と交通流は、一件別分野の現象ではあるものの本論ではいずれもセルオートマタ(CA)と呼ばれる分野のシミュレーション(詳細は第 2 章を参照されたい)を行い、その結果をゲーム理論の利得とする、という同一のアプローチで実験を行っている。人間社会の、非常に多くのバリエーションが存在しうるシチュエーションにおける協調創発という筆者の問題意識からは、全く個別に思える分野の現象に対し同一の手法を用いて模式化が可能であることは非常に重要である。

第 4 章と第 5 章では、感染症の蔓延を物理現象として表現し、そこに人間の挙動を組み込んだ vaccination game を取り扱う。第 4 章で中間的防御戦略の導入が vaccination game の進化機構に及ぼす影響、第 5 章で vaccination game における新たな戦略進化機構とその特性をそれぞれ解析し、vaccination game での人間の挙動、それが系に与える影響に関して考察する。

第 6 章では、実際の高速道路での観測結果と類似する結果を再現するようにルールを定義された交通流のセルオートマタを用いて、車線変更と割り込みに関する行動を考慮した他車線系交通流の背後に存在する社会ジレンマの特性解析に関してそれぞれの解析結果の提示とその評価を行う。

本研究ではこれらの実験を通し、セルオートマタを用いて現実の現象を再現し、その結果を進化ゲーム理論の利得として代入するアプローチを用いて、社会物理学的な観点から現代社会における協調創発の可能性を探る。

## 参考文献

1. 谷本潤, 谷本教授の(努力すれば)誰にでもわかる環境システムの数理解析基礎 - 収支式の成り立ちから時間発展, 数値解析まで, 九州大学出版会, 2012.
2. Anderson R. M, May R. M Infectious diseases of humans. In book Oxford University Press. (1991)
3. Chapman GB, Coups EJ Predictors of influenza vaccine acceptance among healthy adults. *Prev Med* 29: 249–262. (1999)
4. Chapman GB, Coups EJ Emotions and preventive health behavior: worry, regret, and influenza vaccination. *Health Psychol* 25: 82–90. (2006)
5. Basu S, Chapman GB, Galvani AP Integrating epidemiology, psychology, and economics to achieve HPV vaccination targets. *Proc Natl Acad Sci U S A* 105: 19018–19023. (2008)
6. Brisson M, Edmunds W Economic evaluation of vaccination programs: the impact of herd-immunity. *Med. Decis. Making.* 23, 76–82. (2003)
7. Olson, M. *The Logic of Collective Action*, Cambridge: Cambridge University Press. (1965)
8. Axelrod, R. An evolutionary approach to norms. *Am. Pol. Sc. Rev.* 80, 1095-1111. (1986)
9. Yamagishi, T. The provision of a sanctioning system as a public good. *J. Pers. Soc. Psychol.* 51, 110-116. (1986)
10. Asch D. A, Baron J, Hershey J. C, Kunreuther H, Meszaros J, Ritov I, Spranca M Omission bias and pertussis vaccination. *Med. Decis. Making.* 14, 118–123. (1994)
11. Cullen J, West P *The economics of health. An introduction.* In Martin Robertson Oxford:Martin Robertson(1979)
12. Fine P, Clarkson J Individual versus public priorities in the determination of optimal vaccination policies. *Am. J. Epidemiol.* 124, 1012–1020. (1986)

13. Geoffard P, Philipson T Disease eradication: private versus public vaccination. *Am. Econ. Rev.* 87, 222–230. (1997)
14. Bauch C. T, Galvani A. P, Earn D. J. D Group interest versus self interest in smallpox vaccination policy. *Proc. Natl Acad. Sci. USA.* 100, 10564–10567. (2003)
15. Bauch C. T, Earn D. J. D Vaccination and the theory of games. *Proc. Natl Acad. Sci. USA.* 101, 13391–13394. (2004)
16. Jansen, V. A., Stollenwerk, N., Jensen, H. J., Ramsay, M. E., Edmunds, W. J. & Rhodes, C. J. Measles outbreaks in a population with declining vaccine uptake. *Science* 301, 804. (2003)
17. Bauch C. T. Imitation dynamics predict vaccinating behavior. *Proc. R. Soc. B* 272, 1669-1675. (2005)
18. Reluga T. C., Bauch C. T., Galvani A. P. Evolving public perceptions and stability in vaccine uptake. *Math Biosci* 204: 185–198. (2006)
19. Galvani A. P., Reluga T. C., Chapman G. B. Long-standing influenza vaccination policy is in accord with individual self-interest but not with the utilitarian optimum. *Proc Natl Acad Sci U S A* 104, 5692–5697. (2007)
20. Vardavas R., Breban R., Blower S., Can influenza epidemics be prevented by voluntary vaccination? *PLoS Comput Biol* 3(5): e85(2007)
21. Breban R., Vardavas R., and Blower S. Mean-field analysis of an inductive reasoning game: Application to influenza vaccination. *Phys. Rev. E* 76, 031127. (2007)
22. Breban R Health Newscasts for Increasing Influenza Vaccination Coverage: An Inductive Reasoning Game Approach. *PLoS ONE* 6(12): e28300. (2011)
23. Fu F., Rosenbloom D. I., Wang L., Nowak N. A. Imitation dynamics of vaccination behaviour on social networks. *Proc. R. Soc. B* 278, 42–49. (2011)
24. Bauch C. T., Bhattacharyya S. *Evolutionary Game Theory and Social*

- Learning Can Determine How Vaccine Scars Unfold. *PLoS Comput Biol* 8(4), e1002452. (2012)
25. Ndeffo Mbah M. L., Liu J., Bauch C. T., Tekel Y. I., Medlock J., et al. The Impact of Imitation on Vaccination Behavior in Social Contact Networks. *PLoS Comput Biol* 8(4), e1002469. (2012)
26. Zhang H., Fu F., Zhang W., Wang B. Rational behavior is a ‘double-edged sword’ when considering voluntary vaccination. *Physica A* 391, 4807–4815. (2012)
27. Helbing, D. A mathematical model for behavioral changes by pair interactions and its relation to game theory. In *Economic evolution and demographic change. Formal models in social sciences* (ed. G. Haag, U. Mueller & K. Troitzsch), pp. 330–348. Berlin: Springer. (1992)
28. Bjoernerstedt, J. & Weibull, J. Nash equilibrium and evolution by imitation. In *The rational foundations of economic behaviour* (ed. K. Arrow & E. Colombatto), pp. 155–171. New York: MacMillan. (1996)
29. Hofbauer, J. & Sigmund, K. *Evolutionary games and population dynamics*. Cambridge University Press. (1998)
30. B. Grenfell and M. Keeling. *Dynamics of infectious disease*. In R. M. May and A. McLean, editors, *Theoretical Ecology*. Third edition. Oxford University Press, Oxford. (2007)
31. 応用数理 vol. 12 No. 2, 2002
32. Yamauchi. A., Tanimoto. J., Hagishima. A., Sagara. H. ; Dilemma Game  
Structure Observed in Traffic Flow at a 2-to-1 Lane Junction, *Physical Review E*, 79, #F036104, 2009.
33. Nakata. M., Yamauchi. A., Tanimoto. J., Hagishima. A. ; Dilemma  
game  
structure hidden in traffic flow at a bottleneck due to a 2 into 1 lane junction,

*Physica A*, 389, 5353-5361, 2010

34. 莖田慎司, 谷本潤, 萩島理, 交通流のシミュレーションシンポジウム講演概要集 17, 17-19, 2011

## 第2章

# 進化ゲーム理論とセルオートマタによる交通流解析及び vaccination game に関する基礎理論

## 2. 1 進化ゲーム理論

本節では、本研究の全ての内容において重要な概念である進化ゲーム理論について概説する。ゲーム理論の基礎的な概念を紹介し、ゲーム理論に進化論の考え方を導入することによって、本研究に用いる進化ダイナミクスの導出過程を示す。

### 2. 1. 1 ゲーム理論

ゲーム理論では複数の意思決定主体が合理的に意思決定する非協力ゲームを考える。本章ではこの主体をエージェント  $i$ 、行動の根拠を戦略  $S_i$  と呼び、戦略はゲームの結果(利得  $u$ )を左右する。合理的な行動とは、利得を最大にする戦略を取ることとなる。 [1]

戦略には純粋戦略と混合戦略があり、前者は個々の選択肢を意味し、後者は選択肢の取り方を意味する。本章では単に戦略と呼称する場合純粋戦略を示す。

現実には対戦相手の数は多数いることも考えられるが、非協力ゲームの場合対戦相手は多くの場合一度に一人とされる。ここで戦略  $S_i$  の右上にエージェントの番号を添え字として加え、エージェント 1 (自分)の戦略を  $S_1^1, S_2^1, \dots, S_m^1$  の  $m$  個、エージェント 2(相手)の戦略が  $S_1^2, S_2^2, \dots, S_n^2$  の  $n$  個として表現される場合を  $m \times n$  ゲームという。この場合双方の戦略の組み合わせと結果(利得)を、表 2. 1 のように  $m \times n$  行列に表せる。

表 2. 1  $m \times n$  ゲームの利得表

利得  $u_{bc}^a$  の添え字  $a, b, c$  はそれぞれ、 $a$ : その利得を取得するエージェント、  
 $b$ : エージェント 1 の戦略の番号、 $c$ : エージェント 2 の戦略の番号を表す

	2	$S_1^2$	$S_2^2$	...	$S_n^2$
1	$S_1^1$	$u_{11}^1, u_{11}^2$	$u_{12}^1, u_{12}^2$	...	$u_{1n}^1, u_{1n}^2$
	$S_2^1$	$u_{21}^1, u_{21}^2$	$u_{22}^1, u_{22}^2$	...	$u_{2n}^1, u_{2n}^2$
	:	:	:	...	:
	$S_m^1$	$u_{m1}^1, u_{m1}^2$	$u_{m2}^1, u_{m2}^2$	...	$u_{mn}^1, u_{mn}^2$

相手の戦略によって自分の最適戦略(=利得を最大にする戦略)は異なり、相手もその状況に置かれる。双方が最適戦略である状態をナッシュ均衡と言う。ナッシュ均衡はどのようなゲームでも存在するが一つとは限らない。表 2. 2 に  $3 \times 3$  ゲームの利得の例を示す。

表 2. 2 利得行列上でのナッシュ均衡探索

1 \ 2	$S_1^2$	$S_2^2$	$S_3^2$
$S_1^1$	<b>4, 4</b>	<b>3, 1</b>	2, 3
$S_2^1$	1, <b>3</b>	2, 2	4, 2
$S_3^1$	3, 2	2, 4	<b>5, 5</b>

太字の要素が相手の戦略に対する最適戦略を示す。  $S_1^1$ ,  $S_1^2$  の状況は双方太字であるためナッシュ均衡である。相手が  $S_2^2$  の場合、自分は  $S_1^1$  が最適だが、相手は  $S_1^1$  に対し  $S_1^2$  が最適でありナッシュ均衡ではない。この表の場合は  $S_3^1$ ,  $S_3^2$  の組み合わせもナッシュ均衡となる。

全エージェントにとって状態 A の方が状態 B より望ましいとき、A は B よりパレート優位であるといい、A が他の全状態に対してパレート優位であれば A はパレート最適であるという。この例では  $S_3^1$ ,  $S_3^2$  の組み合わせがパレート最適だが、他にもナッシュ均衡が存在する。パレート最適以外に均衡を持つ状況を、非協調ゲームではジレンマという。

## 2. 1. 2 2×2 ゲーム

$m \times n$  ゲームの  $m=n=2$  かつ両者条件が同じ場合を 2×2 ゲームという。この場合の利得表を表 2. 3 に示す。表中の戦略 C, D は夫々 Cooperation, Defection の頭文字を表す。

表 2. 3 2×2 ゲームの利得表

	C	D
C	R, R	S, T
D	T, S	P, P

ここで R は Reward, S は Saint, T は Temptation, P は Punishment の頭文字を夫々表している。両者が同条件である場合は、表 2. 4 のように簡略化できる。

表 2. 4 簡易表現した 2×2 ゲームの利得表

	C	D
C	R	S
D	T	P

以後本論ではこのような表現の場合は対称ゲームを示す。2×2 ゲームは非常に単純かつ興味深い性質を有するため、この 2×2 ゲームは大きく 4 つのゲームに分類出来る。

表 2. 4 の要素 R, S, T, P が  $R>T$ ,  $S>P$  である場合、非ジレンマゲームとなる。例を表 2. 5 に示す。この場合ナッシュ均衡とパレート最適が一致し、ジレンマは存在しない。

表 2. 5 非ジレンマゲームの利得表

	C	D
C	4, 4	2, 3
D	3, 2	1, 1

$R > T$ ,  $S < P$  の条件を満たす場合、保障ゲームとなる。Tanimoto & Sagara [9]に倣えばリスク回避型のジレンマ  $D_r = P - S > 0$  の場合に相当し、表 2. 6 はその一例である。双方協調する場合(以後 C-C のように表記)がパレート最適かつナッシュ均衡であるが D-D もナッシュ均衡である。このゲームは、パレート最適となる C を相手が出すと推測できる一方、裏切られた場合のリスクを回避する目的で D-D もナッシュ均衡になる。

表 2. 6 保障ゲームの利得表

	C	D
C	4, 4	1, 3
D	3, 1	2, 2

$R < T$ ,  $S > P$  の条件を満たす場合、チキンゲームとなる。Tanimoto & Sagara [2]に倣えばチキン型のジレンマ  $D_g = T - R > 0$  の場合である。表 2. 7 に例を 3 つ示した。それぞれ(a) 狭義のチキンゲーム ( $2R > T + S$ )、(b) リーダーゲーム ( $2R < T + S$  かつ  $T > S$ )、(c) 英雄ゲーム ( $2R < T + S$  かつ  $T < S$ ) であり、いずれもナッシュ均衡は C-D、D-C の二つ存在するが、合理的な戦略の議論が容易でない。チキンゲームは相手と逆の戦略が最適戦略となるが相手との協議は仮定されない。このとき

$$x = \frac{S - P}{T + S - R - P} \tag{2. 1}$$

の確率で、確率的に C を出すことが望ましい。このときの期待利得  $E$  は

$$E = \frac{TS - RP}{T + S - R - P} \tag{2. 2}$$

だが、これはパレート最適の利得からすると低いことからジレンマが存在する。

表 2. 7 チキンゲームの利得表.

(a)は狭義のチキンゲーム, (b)はリーダーゲーム, (c)は英雄ゲーム

(a)狭義のチキンゲーム

	C	D
C	3, 3	1, 4
D	4, 1	0, 0

(b)リーダーゲーム

	C	D
C	3, 3	2, 5
D	5, 2	0, 0

(c)英雄ゲーム

	C	D
C	2, 2	3, 4
D	3, 4	0, 0

$R < T$ ,  $S < P$ , 主には更に  $2R > S + T$  である場合を囚人のジレンマゲーム(PDG)という. 換言せば  $D_r > 0$ ,  $D_g > 0$  である. 利得の一例を表 2. 8 に示した. このゲームではナッシュ均衡が D-D のみである.

表 2. 8 囚人のジレンマゲームの利得表

	C	D
C	3, 3	1, 4
D	4, 1	2, 2

### 2. 1. 3 進化論へのゲーム理論の適用

生物の進化の概念は, Darwin の進化論以降, 遺伝, 変異, 淘汰の三つの要素からなると理解される. 種は自分のコピーを後生に遺伝することで基本的に種の存続をはかるが, コピーは精密ではなく, 変異によって派生種が出現する. それらの存続能力にはそれぞれ差があり, その差による競争が淘汰を生む. この進化の過程は状態の時間発展に他ならず, これを力学系ダイナミクスとして捉えた研究は多数存在し, 進化ゲームもその一つである.

ゲーム理論においてゲームの構成要素はエージェント, 戦略, 利得である. このうち, エージェントが種を構成する個体に対応することは自明である. 残るは戦略と利得だが, これらは進化論における三要素のうちゲーム的状况で表現できる淘汰であるとされる. つまり, 種間競争による適応度の差がゲームにおける戦略間の利得に対応する. 進化に関する議論において適応度の定義について追求されることはしばしばあるが, 少なくとも共通していえるのが「増えやすいものが増える」という概念である. よって, 利得が相対的な適応度の大小に相当する. ここで相対的としたのは, ゲームの帰結はエージェント間の相互作用によって生じるため, 他の様々な要因によって最終的に決まる適応度と必ずしも一致するとは限らないからである. またゲーム理論では, 特定状況での合理的行動が主眼で

あるが、進化における種はエージェントの不変の属性であり、戦略は例えば種や遺伝子に相当し、合理性は無視できる。[1-3]

## 2. 1. 4 力学系ダイナミクス

上記でゲームの構成要素を全て進化に対応させた。しかしゲーム理論には時間の概念が存在しないため、進化の要素のうち遺伝と変異には対応する概念がない。よって別の概念であるレプリケータダイナミクスを導入する必要がある。このレプリケータダイナミクスは利得が高いものほど増えるという概念を、状態変化の微分方程式で表現したものである。まず、レプリケータダイナミクスを理解する前提となる力学系ダイナミクスを概説する。ある種についてのダイナミクスを考えると、種の数  $x$  は増殖率を  $r$  とすれば

$$\dot{x} = rx \quad (2. 3)$$

となる。増殖率  $r$  は出生と死亡で表され、出生率を  $b$ 、死亡率を  $d$  とし、

$$r = b - d \quad (2. 4)$$

となる。この単純化されたモデルでは  $b < d$  で絶滅、 $b = d$  で一定、 $b > d$  で無限に増殖し続ける。 $b = d$  はある瞬間起こりえても、長期間続くとは言い難い不安定な状況といえる。また  $b < d$  となって絶滅する状況は起こりえても、 $b < d$  の無限増殖は環境や自然の容量の問題から非現実である。これを表したのがロジスティック方程式と呼ばれるもので、

$$r = a(1 - x/K) \quad (2. 5)$$

の場合である。 $x \rightarrow 0$  の場合  $r = a$  となるため  $a$  は個体数が少ない状況での繁殖率を表し、個体が増殖し  $x = K$  に到達すると  $r = 0$  となるため  $K$  は環境収容能力を表す。式(2. 3)に式(2. 5)を代入すると

$$x(t) = \frac{Kx_0e^{rt}}{K + x_0(e^{rt} - 1)} \quad (2. 6)$$

の解が得られる。次に種が複数存在し、淘汰しあう場合のダイナミクスを考える。簡単の為に二種のみを想定し、二種  $X$  と  $Y$  の個体数  $x$  と  $y$  夫々の増殖率を  $a$  と  $b$  とすれば

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax \\ \dot{y} &= by \end{aligned} \quad (2. 7)$$

となり、ある時間でのそれぞれの個体数はこの方程式を解くと

$$\begin{aligned}x(t) &= x_0 e^{at} \\ y(t) &= y_0 e^{bt}\end{aligned}\tag{2. 8}$$

となる．ここで個体数の割合を  $r=x/y$  とするならば

$$\rho(t) = \rho_0 e^{(a-b)t}\tag{2. 9}$$

となる．これから， $a>b$  ならば  $X$  が繁栄， $Y$  は衰退し，逆もまた然りである．

次に全個体数の合計が一定という環境収容能力がある場合を考える．この場合においては両者の個体数よりもその生存の割合に注目し，夫々の個体数の割合を  $x$  と  $y$  で表す．つまり  $x+y=1$  の拘束条件を置く．夫々の淘汰ダイナミクスは

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (a - \emptyset)x \\ \dot{y} &= (b - \emptyset)y\end{aligned}\tag{2. 10}$$

と表せる． $\dot{x} + \dot{y} = 0$ ， $x+y=1$  に留意すると平均増殖率  $\emptyset$  について， $\emptyset = ax + by$  となる．更に  $x+y=1$  の条件から  $y$  は消去でき，式(2. 10)は次のように書き換えられる．

$$\dot{x} = x(1-x)(a-b)\tag{2. 11}$$

これは二つの自明な均衡点  $x=0$ ， $x=1$  を持ち，そのうち安定な点はどちらか一方で， $a$  と  $b$  の大小による． $\dot{x}$  の符号から， $a>b$  ならば  $x=1$  が安定，逆に  $a<b$  ならば  $x=0$  が安定となる．これは初期の存在比に拘わらず適応度が大きい方だけが生き残ることを意味する．

次に複数種が存在する場合に拡張する．存在する種を  $i=0, 1, \dots, n$  とし， $i$  種の適応度を  $f_i$  とする． $f_i$  は式(2.10)の  $a, b$  に対応する．それぞれの存在比を  $x_i(t)$  とする． $x_i(t)$  は式(2.10)の  $x, y$  に対応する．このとき，集団の状態はベクトルで表現できて

$\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$  となる．以上を用いて，夫々の種の淘汰ダイナミクスは，

$$\dot{x}_i = (f_i - \emptyset)x_i \quad (\emptyset = \sum_{i=1}^n x_i f_i)\tag{2. 12}$$

と表される． $\emptyset$  は集団の平均適応度である．これはその種の適応度  $f_i$  が  $f$  よりも大きければその種は増加し，小さければ減少することを表している．

## 2. 1. 5 レプリケータダイナミクス

上記を踏まえてレプリケータダイナミクスを概説する．エージェントは戦略を持って他のエージェントとゲームをし，適合度に対応する利得を得る．上記の議論から戦略を  $i=0, 1, \dots, n$  とし夫々の戦略エージェント数を  $p_i$  と表す． $i$  戦略の個体数ダイナミクスは

$$\dot{p}_i = (a + f_i)p_i \quad (2.13)$$

となる。  $a$  は自然増殖率，  $f_i$  は  $i$  戦略がゲームによって得た増殖率を表す。  $a$  は戦略によらず一定と仮定する。次に戦略分布ベクトルを  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$  とする。  $p$  を総エージェント数とすれば  $x_i = p_i/p$  を意味している。  $p$  を左辺に移項し時間微分をとると

$$\dot{p}_i = p\dot{x}_i + \dot{p}x_i \quad (2.14)$$

が得られる。これから以下の式が導かれる

$$p\dot{x}_i = \dot{p}_i - \dot{p}x_i = (a + f_i)p_i - (a + f)p x_i \quad (2.15)$$

ここで  $f$  は系全体の増殖率であり，  $x_i = p_i/p$  に留意し両辺を  $p$  で割れば最終的に

$$\dot{x}_i = (f_i - f)x_i \quad (2.16)$$

が導かれる。式(2.16)がレプリケータダイナミクスである。利得行列を  $\bar{A}$  とし、

$$\dot{x}_i = (S_i \bar{A} \bar{x} - \bar{x} \cdot \bar{A} \bar{x}) x_i \quad (2.17)$$

とも表せる。レプリケータダイナミクスの式(2.16)と淘汰ダイナミクスの式(2.12)は同じ形であり、進化ゲームでは利得が平均より多ければ増殖、少なければ減衰することになる。

## 2. 1. 6 多人数 2 戦略ゲームのレプリケータダイナミクス

表 2. 4 の利得行列を用いて C 戦略のダイナミクスを考える。ここでは 2 戦略しか存在せず，  $\dot{x}_c = -\dot{x}_d$  となるため， C 戦略のみを考慮する。戦略ベクトルが  $x_c, x_d$  で与えられたとすると C 戦略の時間変化は式(2.17)に代入して

$$\dot{x}_c = \left\{ (1, 0) \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c \\ x_d \end{pmatrix} - (x_c, x_d) \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c \\ x_d \end{pmatrix} \right\} x_c \quad (2.18)$$

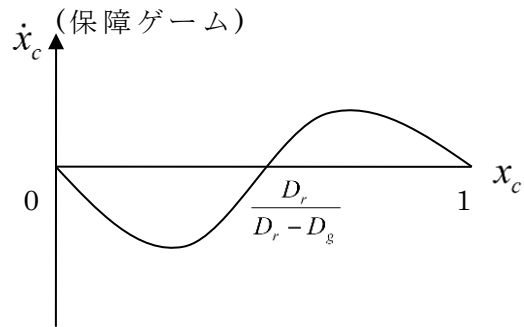
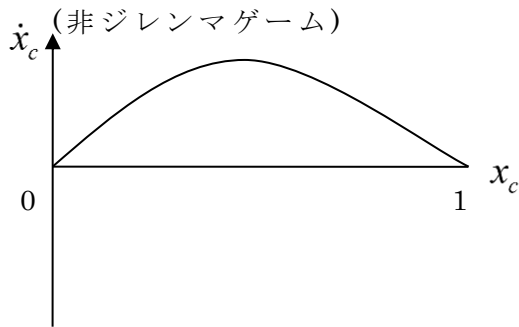
となる。  $x_c + x_d = 1$  であることに留意し，  $D_g, D_r$  を用いてこれを纏めると

$$\dot{x}_c = \{ (D_r - D_g)x_c - D_r \} x_c (1 - x_c) \quad (2.19)$$

となる。  $0 \leq x_c \leq 1$  であることから式(2.19)において  $x_c = 0, 1$  の二つの自明な均衡点と、もう一つの均衡点  $x_c = D_r / (D_r - D_g)$  の座標，  $D_r - D_g$  の符号がわかれば  $x_c$  のダイナミクスの全容がわかる。これを場合分けすると最終的に  $2 \times 2$  ゲームの 4 通りの条件に区分できる。夫々の場合の  $\dot{x}_c$  と  $x_c$  の関係を図 2. 1 に示した。

(a)  $D_r < 0, D_g < 0$  の場合

(b)  $D_r > 0, D_g < 0$  の場合



(c)  $D_r < 0, D_g > 0$  の場合

(d)  $D_r > 0, D_g > 0$  の場合

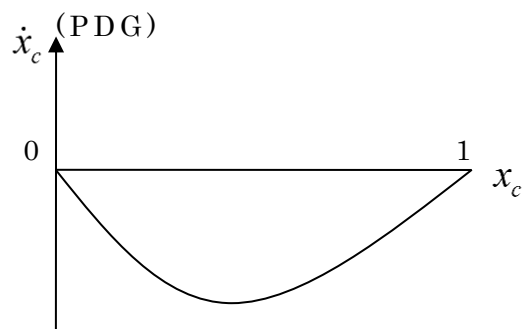
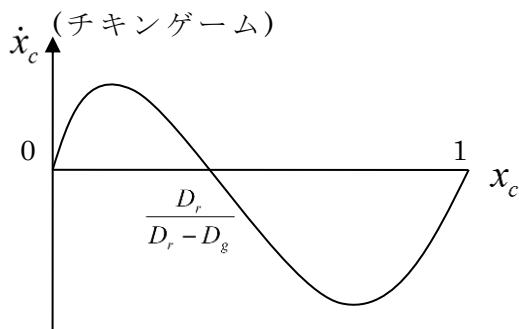


図 2. 1 クラス別の  $\dot{x}_c$  と  $x_c$  の関係. (a)は非ジレンマゲーム, (b)は保障ゲーム, (c)はチキンゲーム, (d)は PDG を夫々表している.

図 2. 1 は,  $2 \times 2$  ゲームの帰結と合致する. 非ジレンマゲームでは最終的に C 戦略だけが生き残り, 保障ゲームでは初期に D 戦略が多いと防衛的に D 戦略を選択するエージェントが増え, 初期に C 戦略が多ければ相互の利益のために C 戦略を選択するエージェントが増える, 初期値依存性を持つダイナミクスになっている. チキンゲームでは相手と違う戦略をとることが望ましいため, 初期値に依存せずにある戦略分布に吸引される. そして PDG は最終的に D 戦略だけが生き残るダイナミクスになっている.

## 2. 2 交通流

道路上の自動車の動きを車両という粒子の『流れ』と捉えたものを、交通流と呼ぶ。交通流には、車両同士または車両と道路の相互関係、ドライバーの安全への志向などから、一定の特性が見られる。この特性を知ることは交通流の安全で円滑の流れを確保するための道路及び付属施設の設計、交通運用管理手段を計画するうえで重要である。[4][5]

### 2. 2. 1 交通流の特性を表す指標

交通流の状態を表すとき、主に用いられる基本的な量は、交通量(交通流量)、密度、速度の三つである。この三つの量の関連性を効果的に捉えることが出来る図として、基本図という統計量が広く知られている。[4][5][6]

交通量(交通流量, Traffic Volume または Traffic Flow) $q$  はある時間あたり道路上のある一断面を通過する車両台数で定義される。観測位置  $x$  において、 $T$  時間で通過した車の総台数を  $m$  台とすると、 $T$  時間交通量  $q$  は

$$q = m/T \quad (2. 20)$$

と表せる。交通量は道路の性質の分析に有用な情報を持ち、計測された地域の交通特性を反映する指標となる。そのため車種別交通量、車線別交通量、交差点における進行方向別交通量なる必要に応じた表現方法を用いることも多い。

密度(Density) $\rho$  は、道路上の単位距離あたりの車台数で定義される。車の長さを  $L$  とし、車間距離  $d$  で一様に車が存在しているとすると、

$$\rho = \frac{1}{L+d} \quad (2. 21)$$

と表せる。密度は道路の混雑具合を表す指標となる。本論では、道路長さのうち車が実際専有している長さを正規化、無次元化し正規化密度と定義する。主にシミュレーションによる結果と実測の結果の比較に用いる概念である。

速度(Velocity)は、各車両の速さを指す。平均速度(mean velocity)は、時間平均速度(Time mean velocity)と空間平均速度(Space mean velocity)に大別される。時間平均速度は、ある観測地点を一定時間内に通過した車両の速度の地点速度の平均、空間平均速度は、ある瞬間の、道路の一定区間の車両の速度の平均と定義される。

上記 3 つの変数(交通量、密度、速度)は密接な関係を持つ。ある時刻  $t$  での車の速度を

$v$ , 密度を  $\rho$  とすると,  $t$  から  $(t + \Delta t)$  までの  $\Delta t$  秒間で,  $\Delta t$  を  $v, \rho$  が一定と近似できる程度に小さいと仮定すると, 車が進む距離は  $v\Delta t$  と近似出来,  $\Delta t$  時間での交通量  $Q$  は,

$$Q = \rho v \Delta t \quad (2.22)$$

となり, 単位時間あたりの交通流量  $q$  は以下の式で表される.

$$q = \rho v \quad (2.23)$$

## 2.2.2 基本図

交通工学の分野で, 交通量と密度の関係を示す図は, 一般に  $q$ - $\rho$  相関図と呼ばれ, 交通容量の推定などの領域で非常に有用である. また, この図は道路の特性を表現する基本的なものであるため, 基本図(Fundamental Diagram)と一般的に呼ばれる. (図 2. 2)

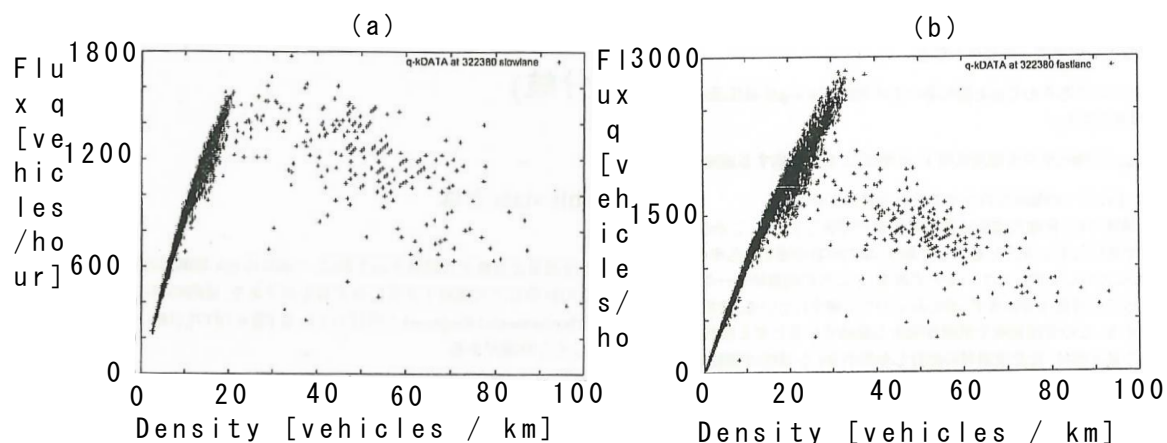


図 2. 2 東名高速道路の 322.28km point の基本図. (a)走行車線(b)追い越し車線

図 2. 2 で確認できるとおり, 基本図は密度で二つの領域に大別される. 車両密度が小さい領域では, 密度の増加に従って流量が単調増加する. 十分に密度が小さく, ほとんどの車両が望む速度でスムーズに走行できる状態がある密度までは維持できるため, 流量と密度が一次の比例関係にある. ある時点で単調増加の傾向は崩れ, 減少傾向に転じる. その中間の領域でプロットがばらついていることも同時に確認できる. この傾向から最高流量付近の密度域では, 渋滞が発生し始めていると考えられる. 渋滞の発生しない低密度領域を自由走行領域(自由相), 渋滞の発生しうる高密度領域を渋滞領域(渋滞相)と呼ぶ.

自由相から渋滞相に転じる臨界密度は, 世界中の基本図を比較しても, ほぼ一様で約 25 台/km と報告されている. また, 渋滞の伝播速度も, 車の進行方向と逆方向に日本の

データでは 12~13km/h, ドイツのデータでは 12~15km/h でほぼ一致している。

交通流は人間が意思を持って運転する車(自己駆動粒子)で形成される流れ場であり, 自然科学で扱われる物質的な現象ではない。また, 国による道路や車両等といったハード面, 道路法規や運転性質といったソフト面夫々の差異も存在する。それにも関わらず, 上述のデータのような普遍性が観測されるのは, それらの違いに依存しない交通流の基本特性があることを示唆しており, それはモデル化による研究が十分に有意であることを意味する。

図 2-2 の基本図では, 自由相の直線は 3 角形の頂点より少し右上に向かって伸び, 渋滞が始まる最高流量付近の密度領域ではプロットが二次元的に広がるため, 基本図は単なる山型から少し歪み, 漢字の「人」のような形を示す。つまり, 臨界密度を超えた状態でも, 高速な流れは不安定ながらある程度維持され, 基本図の自由相を示す直線が渋滞になる臨界密度を超えて少し伸びた状態となる。この状態を交通工学では *metastable state* (多重安定状態・メタ安定状態) と呼ぶ。追い越し車線で顕著に観測されるこの不安定性が高速道路の交通流が持つ本質的な性質であり, 自然渋滞を引き起こす要因と考えられている。

### 2. 2. 3 二車線高速道路の主な特性

上記の通り, 追い越し車線では不安定な高速状態であるメタ安定状態が顕著に現れる。これには二車線独特の性質が背景にある。そこで, 本節では二車線における実測データ, 法規など高速道路における二車線の特性を紹介する。

高速道路の二車線の性質として挙げられるのが走行車線と追い越し車線の違いである。日本では道路交通法により, 走行車線を走ることが原則である。全ての車が遵法すると仮定すると, 常に走行車線に大半の車が存在する。しかし, 密度が大きくなり渋滞相に達すれば, 車線による車台数の差は小さくなると考えられる。このことを確認するため, 二車線系で観測された密度に対する車線占有率を図 2. 3 に示す。車線占有率とは, 検査領域にいる全ての車両の, 走行車線, 追い越し車線に存在する車両数の比で表され, 密度を横軸に取れば, 密度ごとにどちらの車線に車両が集中するかを把握できる。

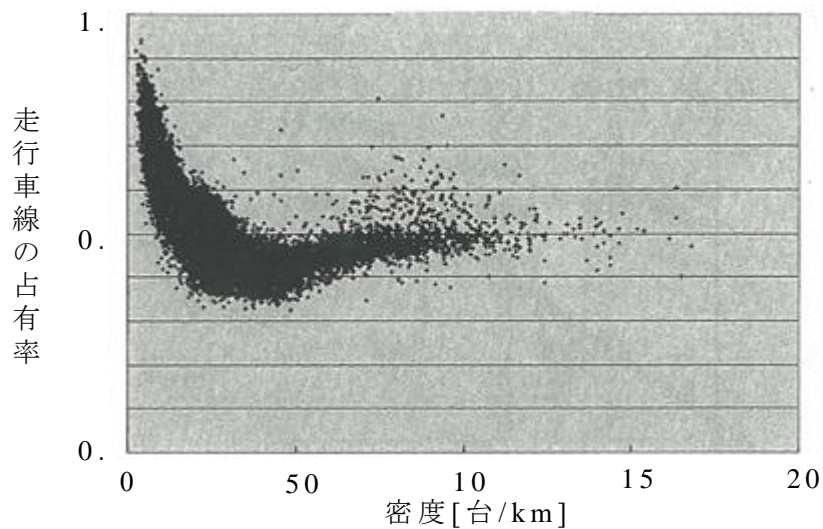


図 2. 3 二車線交通流における走行車線の占有率(旧・道路公団によるデータ)[7]

流量が最大となる密度域付近で占有率の逆転が発生していることが分かる。

図 2-3 では、低密度では多くの車両が走行車線を走るが、流量が最大となる密度領域付近で追い越し車線に車両が集中し、占有率の逆転が生じている。また、概ね 1 km あたり 10 台程度から逆転が始まっている。この原因は人間心理にあると考えられている。車間距離は 2 車線 1 km あたり 10 台の単純な除算により 200m 程度と計算され、平均的に車間距離 200m 程度で、多くのドライバーが追い越し車線での走行を選択することで逆転が生じると考えられる。さらに、最大流量付近密度域で逆転が生じていること、追い越し車線にのみ顕著に *metastable state* が現れるという特徴にも留意すべきであろう。

二車線系の交通流モデル構築の際、上記の特徴の再現は非常に重要であり、無視できない特徴である。また、二車線固有の特徴が上記の通り人間心理によるものであるならば、ゲーム理論を用いた研究を応用することが有意になることが期待される。

## 2. 2. 4 交通流研究の基礎

交通渋滞の解消を目的とした交通流研究は、まずその根底にある基本的な物理機構を解明するために、様々な角度から取り組まれ、特に交通流をモデル化しシミュレーションにより解析する手法によって盛んに行われている[8-10]。交通流をモデル化する方法は、

巨視的な方法(マクロモデル)と、微視的な方法(マイクロモデル)に分けられる。車の流れを流体と捉え Burgers 方程式を適用する考え方はマクロモデルである [11-16]。マイクロモデルについては、追従モデルに代表される、個々の車両粒子を連続系として扱う考え方 [17-25] と、セルオートマトン(Cellular Automaton, CA)に代表される離散的な自己駆動粒子とみなすアプローチ [30-65] がある。観測データと CA を主とするマイクロモデルによる数値的アプローチを併用することで、交通流動の基本的な物理機構が明らかにされつつある。例えば、高速道路など比較的単純な流れ場の実測データからは、高密度化するに伴い、自由流相から混雑相へ相転位し、その中間での不安定で不可逆性をもつ高流動状態(メタ安定相)の出現が観察される。新たな数理モデルを考える際、これらの相転移を良好に再現出来ることが、モデルの適切さの一つの指標となっている。

## 2. 2. 5 セルオートマトン(Cellular Automaton, CA)

### 2. 2. 5. 1 CA 法とは

様々な物理現象や自然現象などの解析は、現象を微分方程式などで表現し、その解を導くことで行われてきたが、あまりに多くの要因が複合して全体の挙動に影響し、数式に表すことが困難なほど複雑な現象もある。これらを複雑系といい、地球規模の気象変化や経済構造の変動、交通流問題が例として挙げられる。この複雑系を解明する有効な方法の一つとして、CA 法がある。これは、空間構造を用意し、空間内での相互作用をある規則の下で繰り返すことで、複雑なパターンや挙動の再現を試みる方法である [26]。

### 2. 2. 5. 2 交通流 CA モデル

交通流中で各車両の挙動は周辺車両の挙動に左右されるため、交通流の状態として起こりうる様々な状況を網羅した微分方程式を立てることは困難であり、CA を用いて交通流をモデル化する。道路をセルとし、各セルは車の有無(車がいる状態を 1, いない状態を 0)の 2 つの状態をとる。このように現実の道路状況を単純化しつつ表現し、車の挙動を周囲のセルの状態との相互作用からルール化することで、交通流 CA モデルが完成する。

2. 2. 3 で概説した基本図は、CA モデルにおいても重要な概念である。モデルの適切さを判定する基準として、基本図の特徴である、低密度では流量は密度と比例して大きくなる相(自由相という)が、ある密度(臨界密度)を超えると減少方向に転じ、密度が上がる

ほど流量が低下する相(渋滞相という)に転移すること, さらに基本図のもう一つの特徴である, 渋滞相への相転移付近で高流動相(メタ安定相といい, 非常に不安定で, 擾乱が加わることで流動効率が不可逆に低下することが知られている)が出現するといった交通流の特性に特徴的な現象現象が再現できているかが重要な指標である.

### 2. 2. 5. 3 一次元 CA

CA の基礎の理解の為 Wolfram [27] が用いた一次元 CA の 2 状態 3 近傍ルールを概説する. 格子が 1 列に並んだ一次元空間に, 独立変数として空間格子  $j$  と整数時間  $t$ , 従属変数として  $U$  を与える. あるセル  $j$  における時間  $t$  でのセルの状態を  $U_j^t$  と表現する. ここでセルの状態の時間変化を以下のように表す.

$$U_j^{t+1} = f(U_{j-1}^t, U_j^t, U_{j+1}^t) \quad (2. 24)$$

$U_j^{t+1}$  も 0 か 1 に束縛すれば, セルの状態は時間に関わらず 0 か 1 のみを取る. このとき  $(U_{j-1}^t, U_j^t, U_{j+1}^t)$  の組み合わせは  $2^3=8$  通り, 解が各 2 通りであるため, 式(2. 24)の場合の数は  $2^8=256$  通りである. ここで  $f_0$  から  $f_7$  までを  $f_0 = (0, 0, 0)$ ,  $f_1 = (0, 0, 1)$ , ...,  $f_7 = (1, 1, 1)$  で与え,  $(f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7)$  を 2 進数とした数をルール番号とする. 例えば  $(f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7) = (0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1)$  は二進数 10111000 を 10 進数に変換し, ルール 184 となる. ルール 184 は, 前が空いていれば進むという単純な車の動きを表現している. これは交通流 CA の基礎となるルールで Elementary CA(ECA)と呼ぶ. ECA の時間発展を図 2. 4 に示す.

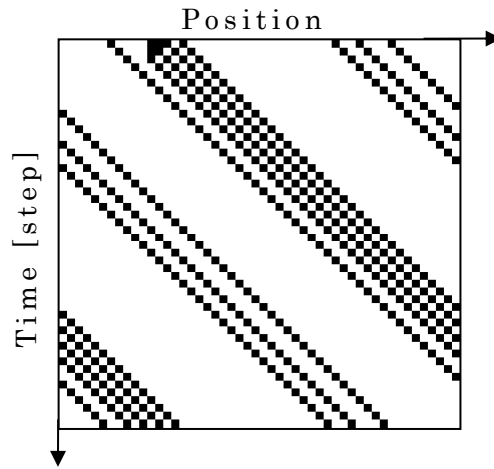


図 2. 4 : 横軸に位置, 縦軸に時間をとった ECA による時間発展の様子.

## 2. 2. 6 Burgers 方程式の超離散化

ここでは, Burgers 方程式と, Burgers CA の関連性を紹介する. [9], [28–29]

### 2. 2. 6. 1 拡散方程式と Burgers 方程式

Burgers 方程式とは, Navier–Stokes 方程式において圧力項が無視できるとした場合の近似であり,

$$u_t = 2uu_x + u_{xx} \quad (2. 25)$$

と表される. これは非線形項を含むため,  $u(x, t)$  から  $f(x, t)$  への変数変換

$$u = (\log f)_x = \frac{f_x}{f} \quad (2. 26)$$

を行う. この変数変換を Cole-Hopf 変換という. 式(2. 25)と式(2. 26)から  $u$  が満たすべき偏微分方程式が導かれる. まず式(2. 26)の両辺を  $t$  で微分し

$$u_t = \frac{f_{tx}f - f_x f_t}{f^2} \quad (2. 27)$$

次に式(2. 26)を  $x$  で微分する.

$$u_x = \frac{f_{xx}}{f} - \frac{f_x^2}{f^2}$$

$$u_{xx} = \frac{f_{xxx}}{f} - 3\frac{f_{xx}f_x}{f^2} + 2\frac{f_x^3}{f^3} \quad (2. 28)$$

式(2.26), 式(2.27), 式(2.28)を式(2.25)に代入すると

$$\frac{f_x f - f_x f_t}{f^2} = 2 \frac{f_x}{f} \left( \frac{f_{xx}}{f} - \frac{f_x^2}{f^2} \right) + \frac{f_{xxx}}{f} - 3 \frac{f_{xx} f_x}{f^2} + 2 \frac{f_x^3}{f^3} = \frac{f_{xxx} f - f_{xx} f_x}{f^2} \quad (2.29)$$

式(2.29)を積分すると

$$f_t = f_{xx} \quad (2.30)$$

が得られる. これは1次元の拡散方程式となっている. まとめると、

$$f_t = f_{xx} \quad (\text{拡散方程式}) \quad (2.31)$$

$$u = (\log f)_x \quad (\text{Cole-Hopf 変換}) \quad (2.32)$$

$$u_t = 2uu_x + u_{xx} \quad (\text{Burgers 方程式}) \quad (2.33)$$

## 2. 2. 6. 2 差分 Burgers 方程式

Burgers 方程式は Cole-Hopf 変換により拡散方程式と結びついた. これを前提に,  $dx$ ,  $dt$  をそれぞれ空間格子, 時間格子の間隔とし, 拡散方程式を以下のように差分化する.

$$\frac{1}{\Delta t} (f_j^{t+1} - f_j^t) = \frac{1}{(\Delta x)^2} (f_{j+1}^t - 2f_j^t + f_{j-1}^t) \quad (2.34)$$

簡単のため  $\frac{dt}{(dx)^2} = \frac{1}{2}$  として式(2.34)を整理すると

$$f_j^{t+1} = \frac{1}{2} (f_{j+1}^t + f_{j-1}^t) \quad (2.35)$$

となる. 次に Cole-Hopf 変換を以下のように差分化する.

$$u_j^t = \frac{1}{\Delta x} (\log f_{j+1}^t - \log f_j^t) \quad (2.36)$$

式の簡略化のため  $u_j^t$  から  $v_j^t$  への変数変換  $v_j^t = \exp(\Delta x u_j^t)$  を用いて式(2.36)を

$$v_j^t = \frac{f_{j+1}^t}{f_j^t} \quad (2.37)$$

と書き換える. 式(2.35)と式(2.37)を用いて  $v_j^t$  の時間発展方程式を導くと

$$v_j^{t+1} = \frac{f_{j+1}^{t+1}}{f_j^{t+1}} = \frac{f_{j+2}^t + f_j^t}{f_{j+1}^t + f_{j-1}^t} = \frac{f_{j+1}^t f_{j+2}^t / f_{j+1}^t + f_j^t / f_{j+1}^t}{f_j^t f_{j+1}^t / f_j^t + f_{j-1}^t / f_j^t} = v_j^t \frac{v_{j+1}^t + 1/v_j^t}{v_j^t + 1/v_{j-1}^t} \quad (2.38)$$

が得られる. これが差分 Burgers 方程式である. 差分の場合でも以下のようになる.

$$f_j^{t+1} = \frac{1}{2} (f_{j+1}^t + f_{j-1}^t) \quad (\text{差分拡散方程式}) \quad (2.39)$$

$$v_j^t = \frac{f_{j+1}^t}{f_j^t} \quad (\text{Cole-Hopf 変換}) \quad (2.40)$$

$$v_j^{t+1} = v_j^t \frac{v_{j+1}^t + 1/v_j^t}{v_{j+1}^t + v_{j-1}^t} \quad (\text{差分 Burgers 方程式}) \quad (2.41)$$

### 2.2.6.3 超離散 Burgers 方程式

Burgers 方程式の差分化ができたので、超離散化の Burgers 方程式を導く。

まず超離散化するには、以下の公式を用いる。

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \varepsilon \log(e^{A_1/\varepsilon} + e^{A_2/\varepsilon} + \dots + e^{A_n/\varepsilon}) = \max(A_1 + A_2 + \dots + A_n) \quad (2.42)$$

これは以下のように証明される。まず  $\max(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = A_i$  とおく。

式(2.42)は左辺の  $\log$  の中身を  $\exp(A_i/\varepsilon)$  でくくると以下のようになる。

$$\begin{aligned} & \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \varepsilon \log\{(e^{A_i/\varepsilon})(e^{(A_1-A_i)/\varepsilon} + e^{(A_2-A_i)/\varepsilon} + \dots + 1 + \dots + e^{(A_n-A_i)/\varepsilon})\} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \varepsilon \{\log(e^{A_i/\varepsilon}) + \log(e^{(A_1-A_i)/\varepsilon} + e^{(A_2-A_i)/\varepsilon} + \dots + 1 + \dots + e^{(A_n-A_i)/\varepsilon})\} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \{A_i + \varepsilon \log(e^{(A_1-A_i)/\varepsilon} + e^{(A_2-A_i)/\varepsilon} + \dots + 1 + \dots + e^{(A_n-A_i)/\varepsilon})\} \end{aligned} \quad (2.43)$$

この  $\log$  を評価する。  $A_k - A_i < 0 (k = 0, 1, \dots, i-1, i+1, \dots, n)$  から  $\varepsilon \rightarrow +0$  で  $\log$  は 0 に収束し、

$$Eq. (2.43) = A_i \quad (2.44)$$

となる。この極限公式(2.42)を超離散化に用いる。まず  $\varepsilon$  をパラメータとして式(2.39)、及び式(2.41)の  $f_j^t$ ,  $v_j^t$  から  $F_j^t$ ,  $U_j^t$  への変数変換を用いる。

$$f_j^t = 2^{-t} e^{F_j^t/\varepsilon}, \quad v_j^t = e^{(U_j^t - L/2)/\varepsilon} \quad (2.45)$$

$V$  から  $U$  への変数変換で用いた  $L$  は定数である。これにより式(2.39)~(2.41)は

$$F_j^{t+1} = \varepsilon \log(e^{F_{j+1}^t/\varepsilon} + e^{F_{j-1}^t/\varepsilon}) \quad (2.46)$$

$$U_j^t = F_{j+1}^t - F_j^t + \frac{L}{2} \quad (2.47)$$

$$U_j^{t+1} = U_j^t + \varepsilon \log\{e^{(U_{j-1}^t - L/2)/\varepsilon} + e^{-(U_j^t - L/2)/\varepsilon}\} - \varepsilon \log\{e^{(U_j^t - L/2)/\varepsilon} + e^{-(U_{j-1}^t - L/2)/\varepsilon}\} \quad (2.48)$$

となる。ここで極限公式(2.42)を使うことで以下の3式が得られる。

$$F_j^{t+1} = \max(F_{j+1}^t, F_{j-1}^t) \quad (\text{超離散拡散方程式}) \quad (2.49)$$

$$U_j^t = F_{j+1}^t - F_j^t + \frac{L}{2} \quad (\text{超離散 Cole-Hopf 変換}) \quad (2.50)$$

$$U_j^{t+1} = U_j^t + \min(U_{j-1}^t, L - U_j^t) - \min(U_j^t, L - U_{j+1}^t) \quad (\text{超離散 Burgers 方程式})(2. 51)$$

#### 2. 2. 6. 4 Burgers 方程式と CA の関連性

式(2. 51)で, 任意の  $j$  に対して  $0 \leq U_j^t \leq L$  であると仮定し式(2. 51)を変形すると

$$U_j^t = \min(U_{j-1}^t + U_j^t, L) - \min(U_j^t, L - U_{j+1}^t) \quad (2. 52)$$

となる. 右辺第一項の  $\min$  は  $L$  以下であり, 第二項の  $\min$  は  $0$  以上であるので,  $U_j^{t+1}$  は  $L$  以下の値になる. さらに式(2. 52)の右辺を別の形に変形して

$$U_j^{t+1} = \min(U_{j-1}^t, L - U_j^t) - \min(0, L - U_j^t - U_{j+1}^t) \quad (2. 53)$$

とすると, 右辺第一項の  $\min$  は  $0$  以上であり, 第二項の  $\min$  は  $0$  以下であるので,  $U_j^{t+1}$  は  $0$  以上の値になる.  $0 \leq U_j^t \leq L$  ならば  $0 \leq U_j^{t+1} \leq L$  が証明された. さらに, 任意の  $j$  で  $U_j^t$  が整数ならば  $U_j^{t+1}$  も整数となる. 初期時刻  $t = 0$  で  $U_j^0$  の値をすべて  $0$  から  $L$  までの整数のみで与えれば, 以降の任意の時刻でも  $U_j^t$  は  $0$  から  $L$  までの整数値のみを取る. 以上から, 超離散 Burgers 方程式は初期値に制限を設けることで CA になる (Burgers CA). さらに,  $L=1$  の場合について考えると, 前節で説明した ECA と一致する.

### 2. 2. 7 様々な交通流 CA モデル

#### 2. 2. 7. 1 Asymmetric simple exclusion process (ASEP)

ASEP は一次元非対称単純排他過程と呼ばれる非平衡統計力学模型である [30]. 一次元格子の空間で, 前のセルが空白なら一定確率  $p$  (hop 確率) で  $1$  セル進む, ECA を確率過程としたルールになる (図 2-6). ASEP の流量密度関係式は

$$Q = \frac{1 - \sqrt{1 - 4pk(1-k)}}{2} \quad (2. 54)$$

という厳密解を持つ [31]. ここで  $Q$  は流量,  $k$  は密度である. なお, メタ安定相は再現されない. 開放系境界条件 (流入確率  $\alpha$  で左端セルに車両が生成され, 流出確率  $\beta$  で右端セルの車両が消滅する) において,  $\alpha, \beta$  と流量の関係図を  $\alpha - \beta$  相図と呼び, ASEP においては図 2-6 のようになる. 図 2-6 では  $\alpha < \beta$  の自由相, 逆の場合の渋滞相, 両方が共に  $1/2$  よりも大きい高密度相,  $\alpha = \beta < 1/2$  の場合の衝撃波の 4 つの相が観察できる.

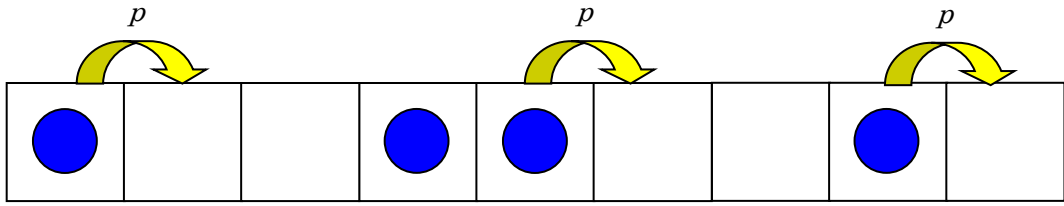


図 2. 5 ; ASEP での車両の動き

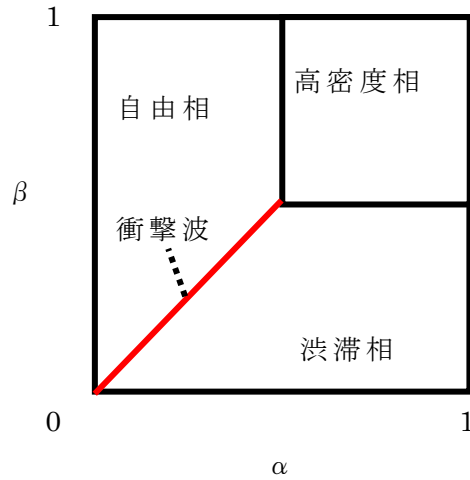


図 2. 6 : ASEP の開放系境界条件で得られる  $\alpha$ - $\beta$  相図

### 2. 2. 7. 2 Zero Range Process (ZRP)

ZRP は hop 確率が車両の前方車間距離に応じて決まるモデルである [32]. 一次元格子の空間で, 車間距離が大きいほど hop 確率は高く, 逆も然りである (図 2-7). ZRP の流量密度関係式は以下の厳密解を持ち [33], メタ安定は再現されない.

$$Q = k \left( 1 - \frac{1 - \sqrt{1 - 4(1-P)k(1-k)}}{2(1-P)(1-k)} \right) \quad (2. 55)$$

$Q$  は流量,  $k$  は密度,  $P$  は車間距離 1 での hop 確率を示す.

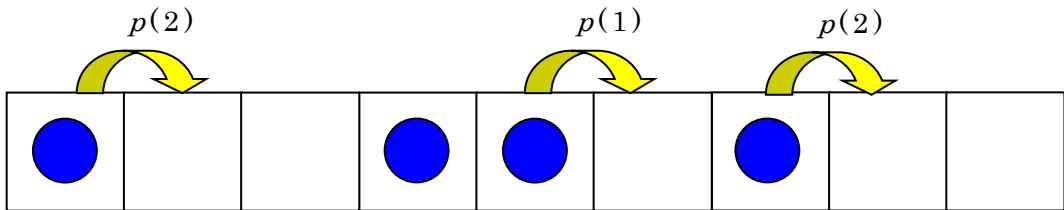


図 2. 7 ; ZRP での車両の動き

### 2. 2. 7. 3 Slow Start(SIS)モデル

SIS モデルは ECA モデルに車の慣性の効果を入れたものである [34]. 一度止まった車の再発進, 再加速の加速度は, 急停止時の急ブレーキには及ばないことをルールに組み込んだものである. ルール上は, 一度停止した車は前のセルが空いても, 1 タイムステップ待ってから動き始めるというものになる. SIS モデルはメタ安定相が現れる最も簡単なモデルであり, メタ安定相をうまく表現するには現在最も有効であると考えられているが, 初期状態をうまく設定しなければ, はっきりとしたメタ安定相は確認しづらい. これは現実の高密度自由走行が不安定でほとんど出現しないことに対応していると考えられる.

$$U_j^{t+1} = U_j^t + \min\{U_{j-1}^t - (U_{j-1}^{t-1} - \min(U_{j-1}^{t-1}, L - U_j^{t-1})), L - U_j^t\} \\ - \min\{U_j^t - (U_j^{t-1} - \min(U_j^{t-1}, L - U_{j+1}^{t-1})), L - U_{j+1}^t\} \quad (2. 56)$$

### 2. 2. 7. 4 Quick Start(QS)モデル

QS モデルは BurgersCA に見通しの概念を入れたモデルであり, 2セル先まで見て移動する[35] つまり, 前方セル  $j$  の車のうち何台かはさらに前方のセル  $j + 1$  に移動するため, 次のセル  $j$  には BurgersCA より先に移動できる. このモデルではメタ安定相は出現しない. また, 基本図上で BurgersCA に比べて高流量部分が密度の高い領域に寄る.

$$U_j^{t+1} = U_j^t + \min(U_{j-1}^t, L - U_j^t + \min(U_j^t, L - U_{j+1}^t)) - \min(U_j^t, L - U_{j+1}^t + \min(U_{j+1}^t, L - U_{j+2}^t)) \\ = U_j^t + \min(U_{j-1}^t, 2L - U_j^t - U_{j+1}^t) - \min(U_j^t, 2L - U_{j+1}^t - U_{j+2}^t) \quad (2. 57)$$

### 2. 2. 7. 5 Fukui Ishibashi(FI)モデル

FI モデルは ECA の最高速度を  $v > 1$  に拡張し, 空きセルが  $v$  より多ければ  $v$ セル進み,  $v$  に満たなければ空きセル分だけ進むモデルである[36]. 最高速度 2 の場合, 以下となる.

$$U_j^{t+1} = U_j^t + \min(b_{j-1}^t + a_{j-2}^t, 1 - U_j^t) - \min(b_j^t + a_{j-1}^t, 1 - U_{j+1}^t) \quad (2. 58)$$

$$a_j^t = \min(U_j^t, 1 - U_{j+1}^t, 1 - U_{j+2}^t) \quad (\text{速度 2 で走る車両数}) \quad (2. 59)$$

$$b_j^t = \min(U_j^t, 1 - U_{j+1}^t) \quad (\text{速度 1 で走る車両数}) \quad (2. 60)$$

### 2. 2. 7. 6 Nagel Schreckenberg(NS)モデル

他の多くのモデルが確率の概念がない決定論的なモデルであるのに対し, 1992 年に Nagel と Schreckenberg が確率を導入し, ランダム性を組み込んだ確率セルオートマトンモデルを提案した[37]. NS モデルは, 確率  $p$  で車の速度を減速させる(ランダムブレー

キ)概念を導入した．決定論的なモデルは立式可能であるが，確率論的なモデルは立式が難しく，アップデートのルールで表現する．以下にアップデートのルールを示す．

#### Step1 加速

車の速度が $V_{max}$ よりも小さく( $v < V_{max}$ )，かつ前方の車との距離が $v+1$ よりも大きいとき，速度を1上げる( $v \rightarrow v+1$ )．

#### Step2 衝突回避

車がセル $i$ に，前方の車がセル $i+j$ に存在し，かつ $j \leq v$ ならばセル $i$ に存在する車は衝突を避けるため減速し，速度を $j-1$ とする( $v \rightarrow j-1$ )．

#### Step3 ランダムブレーキ

車が停止していない時( $v \neq 0$ )，確率 $p$ で速度を1下げる( $v \rightarrow v-1$ )．

#### Step4 移動

各車をパラレルアップデート(後述)で進める．

Step1～Step4で1時間ステップ進むものとする．

### 2. 2. 7. 8 Stochastic Nishinari Fukui Schadschneider(S-NFS)モデル

S-NFS モデルは，上述の慣性効果，見通し効果，ランダムブレーキ効果を総合的に考慮可能な，現実の流れ場を良好に再現し得る CA モデルである[38]．S-NFS モデルにおける車両エージェントの1時間ステップ間の更新ルールの漸化式表現は以下となる．

$$v_i^{(1)} = \min\{v_i^{(0)} + 1, V_{max}\} \quad (2. 61)$$

$$v_i^{(2)} = \min\{v_i^{(1)}, x_{i+S_i}^{t-1} - x_i^{t-1} - S_i\} \quad (2. 62)$$

$$v_i^{(3)} = \min\{v_i^{(2)}, x_{i+S_i}^t - x_i^t - S_i\} \quad (2. 63)$$

$$v_i^{(4)} = \max\{0, v_i^{(3)} - 1\} \quad (2. 64)$$

$$v_i^{(5)} = \min\{v_i^{(4)}, x_{i+1}^t - x_i^t - 1 + v_{i+1}^{(4)}\} \quad (2. 65)$$

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{(5)} \quad (2. 66)$$

$x_i^t$ は時刻ステップ $t$ における車番号 $i$ の位置， $v_i^{(0)}$ は現在時間ステップにおける更新前の速度を意味し， $x_i^t - x_i^{t-1}$ に等しい． $S_i$ は見通し台数， $V_{max}$ は最高速度である．各式は，(2. 61)加速，(2. 62)スロースタート，(2. 63)クイックスタート，(2. 64)ランダムブレーキ，(2. 65)衝突回避，(2. 66)車両移動である．また，互いに独立な確率 $p$ ， $q$ ， $r$ を設定する．夫々，確率 $1-p$ で式(2. 64)，確率 $q$ で式(2. 62)の更新ルールを適用，確率 $r$ で

$S_i=S$ , 確率  $1-r$  で  $S_i=1$  とする. 時間進行にはパラレルアップデートを適用するが, これは各エージェントの漸化式の処理を全て行って次のエージェントを処理するのではなく, 夫々の漸化式に対して全てのエージェントの処理を終えてから, 次の漸化式処理を行う.

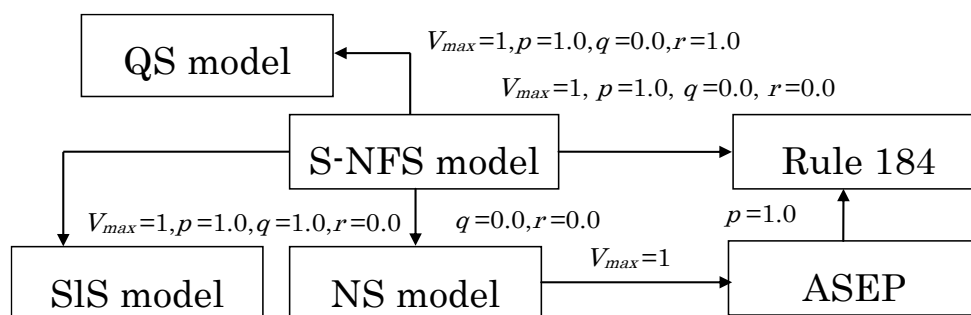


図 2. 8 ; セルオートマトンモデルの関係

### 2. 2. 7. 9 その他の CA モデル

上記の他, 現実に考えうる要素(一部例示列举すると, ゆるやかな減速[66], 最大加減速度の制限[67], 運転者の反応遅れ [68], 後続車のあおり [69], 速度ではなく加減速度が決定される [70]など)を考慮した CA モデルは枚挙に暇がなく, 一車線系に限らず多車線系の解析も行われている. 多車線系の場合, 車線変更を表現するモデルが必要であり, 各 CA モデルの速度更新ルールに応じて複数開発されている. 多くの場合, 車線変更の動機を定義するインセンティブ条件と安全な車線変更のための安全条件の 2 条件から成り立つ. 多くの既往研究で, 前後直近車両との車間距離によるモデルが開発されている [71-74] 一方, 車間距離のみならず速度差も勘案したモデルも開発されている [75]. また車線変更の方向によって条件を変える非対称なモデルも開発されている [76].

### 2. 2. 8 アップデート方法

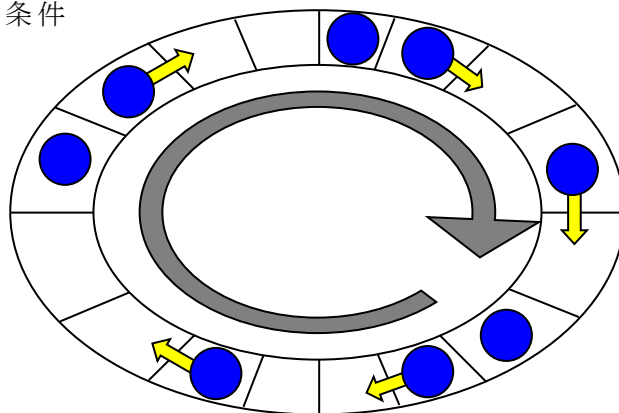
アップデート方法は, 大きくシクロ更新(パラレルアップデート)とアシクロ更新の二つに分類される. パラレルアップデートでは, 系の粒子全体を同時に更新させる, アシクロ更新では, 系の粒子が非同期的に更新される. 最も一般的なアシクロ更新であるランダムアップデートでは, 系の粒子個々について, ランダムに一つずつ更新させる.

### 2. 2. 9 境界条件

境界条件とは系の境界部での条件である. 系の両端が接続し, 図 2-9(A)のような周期

系境界条件と図 2-9(B)のような開放系境界条件とがある。

(A) 周期系境界条件



(B) 開放系境界条件

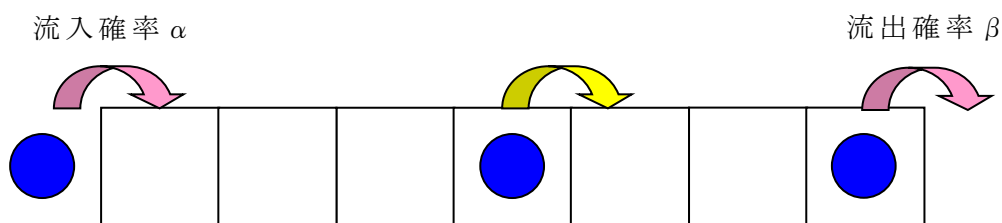


図 2. 9 : セルオートマトンモデルの周期系境界条件(A)と開放系境界条件(B)

## 2. 2. 10 3 相交通流理論

交通流を free flow の F 相, synchronized flow の S 相, wide moving jam の J 相の 3 相で構成されるとする理論を 3 相交通流理論という [75]. F 相の交通密度が大きくなると, 前方車両が減速した場合に, 後続車両が衝突回避のため前方車両以上に減速する. これの後続に連鎖して渋滞が発生する. Kerner の報告以前は, この高密度 F 相(メタ安定相)での F 相から J 相への相転移(F→J 相転移)が渋滞の原因とされていたが, 現実の交通流では F→J 相転移は観測されていない. 現実には, 最初に F 相から S 相への相転移(F→S 相転移)次に S 相から J 相の相転移(S→J 相転移)が起こる. この 2 段階の相転移は, Kerner の 3 相交通流理論によって説明可能になった. S 相と J 相は性質の違う混雑相である. J 相では, 高密度かつ車両速度がほぼゼロの集合, 所謂渋滞クラスターが, 流量を著しく低下させながら上流側へ低速度で, ボトルネック部すら突き抜けて伝播する. 一方 S 相では車両速度はゼロにならず, 所謂ノロノロ運転状態となる. S 相での流量は F 相でのそれを維持出来, S 相下流の先頭部分はボトルネック部で解消されることが多い.

図 2-10 に各相の時空図を示す．時空図とは，横軸に位置，縦軸に時間をとった，車両の軌跡を表す図である．上記した各相の様子が見て取れる．

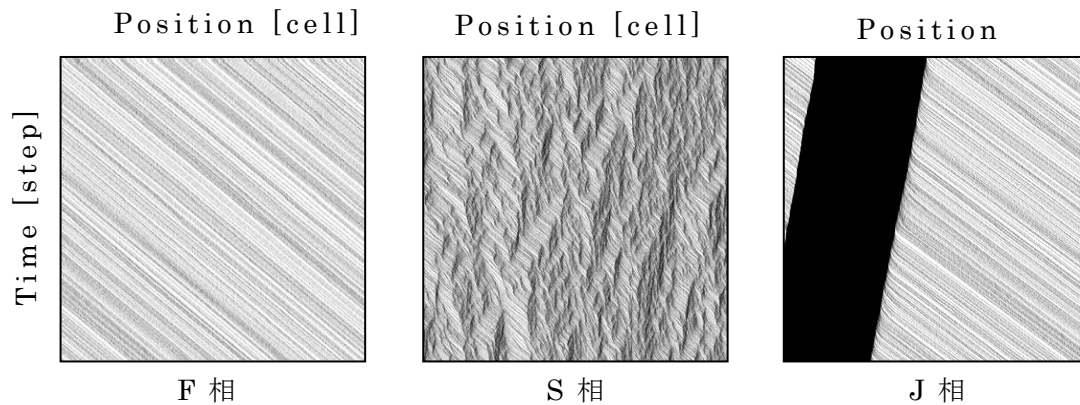


図 2. 10 : 3 相交通流理論での各相における時空図

### 2. 3 感染症の数理疫学

疫学とは，疾病の罹患等健康に関連する要因を明らかにする学問である．感染症の伝搬を数理モデルで解析する分野は特に理論疫学と呼ばれる．Anderson[77]によれば，理論疫学の起源は 18 世紀に遡る．スイスの数学者兼物理学者の Bernoulli が 1760 年に天然痘死亡率の寿命への影響と予防接種の利点に関する研究を発表して[78]以降，暫しの停滞を経て，20 世紀に感染症の数理モデルにおける重要な発見が多くなされた．1906 年に Hamer は感染症の流行の推移は感染者と感受性者の接触率に依存すると仮定し，以降の数理疫学モデルの基本的な仮定を与えた[79]．1927 年から 1939 年にかけて，Karmack と McKendrick は感染症の流行について数学的な一般論を展開，実データとの比較検討を行った[80]．彼らの一連の業績はその後の数理疫学モデルに近代的基礎を与え[81-84]，1980 年代以降，数理疫学研究の発展は著しい．その背景には結核をはじめとする再興感染症，エイズ，エボラ出血熱，ラッサ熱等の新興感染症の出現により流行の予測や効果的な介入等の評価の必要性が広く再認識されるようになったことが挙げられる．

感染症数理モデルは感染症疫学，数理生物学，応用数学等数多の分野の研究者によって，膨大な概念とモデルが提案されてきたため．本節では本研究で用いた Karmack と McKendrick[80]の最も単純な感染症の数理モデル(SIR モデル)の紹介と，感染症の流行における重要な概念の概説に留める．詳細については文献[85]等を参照されたい．

### 2. 3. 1 SIR モデル

1927年に提案された Karmack と McKendrick の SIR モデル[80]は，期間内の出生，死亡，移転等の人口動態なしを仮定する単純な流行モデルである．集団は，未感染の感受性人口(Susceptible, S)，感染し感染能力を有する感染性人口(Infected, I)，回復して免疫を獲得した回復人口(recovered, R)の 3 状態に分割される．時間発展は以下の通り．

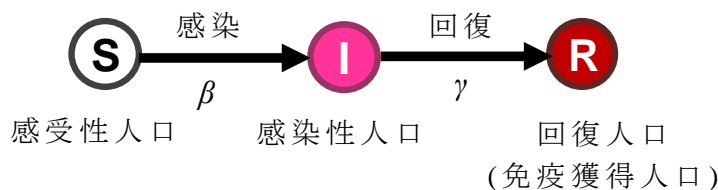
$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t),$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t),$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t)$$

(2. 67)

$\beta$ は1日，1人あたりの感染率， $\gamma$ は1日あたりの感染状態からの回復率であり，回復人口 R は再感染しないと仮定される．図 2. 11 に模式図を示す．



集団サイズを  $N$  とする． $N = 1$  とすれば，すべての時間  $t$  で

$$N(t) = S(t) + I(t) + R(t) = 1, \tag{2. 68}$$

であり，式(2. 67)における集団サイズは保存される．また，式(2. 67)の系では，空間

構造を持たず一様に混合され(Well-mixed), システムサイズが実質無限大の集団を記述している. ここで時刻  $t$  に感染性人口が存在しない( $S(t) = 0$ ),  $R(t)$  は全て自明な平衡点である.

流行条件は以下のように求められる. 式(2. 68)において, 時刻  $t = 0$  での  $S(0) > 0$  の初期感受性人口中に少数の感染性人口  $I(0)$  が発生したとする. このとき  $R(0) = 0$  である. 初期の感受性人口の減少は小さいので, 感染性人口の成長は以下の線形化方程式で記述でき,

$$\frac{dI(t)}{dt} = (\beta S(0) - \gamma)I(t). \quad (2. 69)$$

ここで,  $S(0) = N - I(0) \approx N = 1$  であるので, 式(2. 69)は

$$\frac{dI(t)}{dt} = (\beta - \gamma)I(t), \quad (2. 70)$$

と近似できる. したがって, 初期の感染性人口は以下の指数関数により成長する.

$$I(t) = I(0)e^{(\beta - \gamma)t}, \quad (2. 71)$$

流行発生の条件はマルサス係数  $\beta - \gamma > 0$  であり, これは  $\beta$ ,  $\gamma$  の比として以下の式にできる.

$$\frac{\beta}{\gamma} > 1 \quad (2. 72)$$

式(2. 72)の左辺  $\frac{\beta}{\gamma}$  は基本再生産数  $R_0$  と呼ばれ, 1 人の感染者からの 2 次感染者数を意味する.  $R_0 > 1$  では流行が起こるが,  $R_0 < 1$  では流行は起こらない.  $R_0$  を定義する  $\beta$ ,  $\gamma$  の 2 数値によって解の定性的挙動が変化する. 一般に  $R_0$  の算出は容易ではないが, 多くの統計学的研究で, 様々な感染症の  $R_0$  の値が推定されている[86-88].

最終的な感受性人口サイズ  $S(\infty)$  は以下のように求められる. 式(2. 67)より

$$\frac{1}{S} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta}{\gamma} \frac{dR}{dt} = -R_0 \frac{dR}{dt}, \quad (2. 73)$$

が得られる. 式(2. 73)の両辺を  $t$  について 0 から  $T$  までの積分を実行し,  $T \rightarrow \infty$  とすれば

$$S(\infty) = S(0)e^{-R_0\{R(\infty) - R(0)\}}, \quad (2. 74)$$

が得られる. ここで  $S(0) = N - I(0) \approx N = 1$ ,  $R(0) = 0$  であるので式(2. 74)は

$$S(\infty) = e^{-R_0 R(\infty)} \quad (2. 75)$$

と近似できる.  $I(\infty) = 0$  から, 式(2. 67)より  $N(\infty) = S(\infty) + R(\infty) = 1$  であり, 最終感染者サイズ  $R(\infty)$  は以下のようなになる.

$$R(\infty) = 1 - e^{-R_0 R(\infty)} \quad (2. 76)$$

SIR モデルは単純な力学系だが，1905~1906 年のボンベイにおける黒死病[80]，1978 年の寄宿学校でのインフルエンザ[80，89]等，局所的かつ短期の流行をよく再現できる．詳細は省くが，潜伏期間を考慮すべき場合は潜伏期人口(Exposed, E)を追加した SEIR モデル，免疫を誘導しない想定の場合は回復人口 R のない SIS モデルが多く用いられる．

### 2. 3. 2 ワクチン接種を考慮した SIR モデル

$R_0$  特定の利点の一つとして，ワクチン接種率の目標設定が挙げられる．集団  $N(=1)$  において，集団のうち  $x$  割が先制的ワクチン接種を行い免疫化されるとする． $N$  のうち  $Nx$  は流行前に免疫化されるため，式(2. 67)の時間発展に影響を及ぼさない．したがって，式(2. 67)の集団サイズは式(2. 68)ではなく，流行発生前に免疫化された  $Nx$  を除いた

$$N(t)(1-x) = S(t) + I(t) + R(t) = 1-x, \quad (2. 77)$$

で保存されている．すると式(2. 77)は， $S(0) = N(1-x) - I(0) \approx N(1-x) = 1-x$ であるので

$$\frac{dI(t)}{dt} = \{\beta(1-x) - \gamma\}I(t), \quad (2. 78)$$

と近似される．したがって，初期の感染性人口は

$$I(t) = I(0)e^{\{\beta(1-x) - \gamma\}t}, \quad (2. 79)$$

に従って成長する．以上より，先制的ワクチン接種を行った場合の基本再生産数  $R_0'$  は

$$R_0' = (1-x)R_0 \quad (2. 80)$$

となる．ここで  $R_0$  は式(2. 72)で与えられる．式(2. 80)において  $R_0' = (1-x)R_0 < 1$  であれば流行は起きないので

$$1 - \frac{1}{R_0} < x \quad (2. 81)$$

を満たすワクチン接種率が式(2. 80)における感染症の流行根絶の条件である．また， $S(\infty)$ ， $R(\infty)$ は夫々

$$\begin{aligned} S(\infty) &= (1-x)e^{-R_0 R(\infty)}, \\ R(\infty) &= (1-x)(1 - e^{-R_0 R(\infty)}), \end{aligned} \quad (2. 82)$$

となる．式(2. 81)を満たす集団ワクチン接種率によって達成される集団全体での免疫状態を集団免疫と呼ぶ[86，87]．ある感染症における  $R_0$  とワクチン効果が明らかであれば，集団免疫を達成するための集団ワクチン接種率の目標設定に役立てることが可能になる．

## 2. 4 複雑ネットワーク

複雑ネットワークとは、現実社会の様々な場面に存在するネットワークの性質を研究する分野である。その対象は人間関係[90-94]のみならず、航路路線[91]、食物連鎖[95-97]や WWW[98, 99]等多岐にわたる。初期の研究において、観測の困難さや計算機の性能等の要因から、扱えるネットワークの程度はノード数 100 程度までであった[100]が、計算機の性能の向上やインターネットの爆発的普及により、近年の発達が目覚ましい。

ネットワークの研究は、18 世紀に Euler が創始したグラフ理論に遡る。グラフ理論とは、ノードとエッジの繋がり方に着目してグラフの性質を研究する数学の一分野であり、コンピュータのデータ構造や最適化アルゴリズム等広く応用されている。この学問において重要な進展となったのは、1959 年に Erdős と Rényi が考案したランダム・グラフ[101]の解析であった。彼らの業績によりグラフの解析的な取り扱いは大きく進歩、その後 1998 年に Watts と Strogatz によるスモールワールド性[90]の考察と 1999 年の Barabási と Albert によるスケールフリー性[102]の考察により複雑ネットワークの研究が幕を開けた。これらにより一見全く関係性のない複雑なネットワークに普遍的な性質が認められることが明らかになり、それから 10 年ほどの間にこの分野は急激に進展した。

複雑ネットワークは非常に興味深い上に応用分野は多岐にわたり、また本研究はネットワークそのものが研究対象ではないため、本接では重要と思われるネットワークの特徴量とグラフを説明することに留める。詳細は文献[90]等を参照されたい。

### 2. 4. 1 ネットワークの特徴量

ネットワークの特徴量は、主に以下に紹介する 4 つの特徴量が挙げられる。

ノード数を  $N$ 、ノード  $v_i$  が接続するノード数を  $v_i$  の次数  $k_i$  と表す。図 2. 12 に、 $N=10$ 、 $k_i=2$  の例を示す。多くの場合、次数はノードごとに異なる。次数  $k$  を持つノードが全ノードに占める割合を  $p(k)$  とし、最大次数を  $K$  とすれば次数分布  $p(k)$  は以下ようになる。

$$\{p(k)\} \equiv \{p(0), p(1), p(2), \dots, p(K)\} \quad (2. 83)$$

$p(k)$  に対して式(2. 84)が成立し、図 2. 12 の次数分布は式(2. 85)となる。

$$0 \leq p(k) \leq 1, \quad \sum_{k=1}^K p(k) = 1, \quad (2. 84)$$

$$p(0) = 0, p(1) = p(2) = p(5) = p(6) = \frac{1}{10}, p(3) = \frac{2}{5}, p(4) = \frac{1}{5}, p(k) = 0 (k \geq 7) \quad (2. 85)$$

次数  $k$  の平均を平均次数  $\langle k \rangle$  と呼び、式(2. 86)で表す。図 2. 12 では  $\langle k \rangle = 3.4$  である。

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i. \quad (2.86)$$

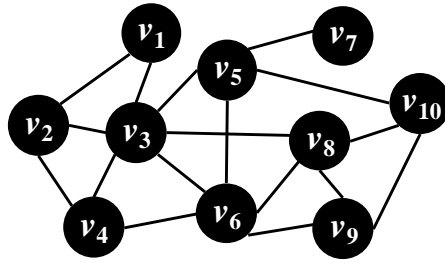


図 2. 12 ネットワークの例

次数相関は Newman[103]の報告以降注目されている，2つの接続したノードの次数の傾向を測る概念である．次数相関は，主に次数  $k$  のノードと接続するノードの平均次数に基づき計算される[104]．次数  $k$  のノードと接続するノードの平均次数  $\langle k_{nn}(k) \rangle$  は

$$\langle k_{nn}(k) \rangle = \sum_{k'} k' P(k'|k), \quad (2.87)$$

となる． $P(k'|k)$  は，次数  $k$  のノードと接続するノードの次数が  $k'$  となる割合である．

$\langle k_{nn}(k) \rangle$  が  $k$  の値の増減と同じ傾向を示せば正の次数相関を持ち，逆の傾向を示せば負の次数相関を持つ．一方，次数相関がなければ  $P(k'|k)$  は  $k$  によらず，

$$P(k'|k) = \frac{k' p(k')}{\langle k \rangle}, \quad (2.88)$$

となる．式(2.88)の分母は規格化因子である．次数が大きいほど接続の機会が多くなるため，確率が  $k'$  倍されている．次数相関がないときは式(2.87)に式(2.88)を代入して

$$\langle k_{nn}(k) \rangle = \sum_{k'} k' P(k'|k) = \sum_{k'} k' \frac{k' p(k')}{\langle k \rangle} = \frac{\langle k^2 \rangle}{\langle k \rangle}, \quad (2.89)$$

を得る． $\langle k_{nn}(k) \rangle$  は  $k$  の値によらず一定だが，ネットワーク中のノードの次数が夫々異なる場合には  $\langle k^2 \rangle > \langle k \rangle^2$  (すなわち  $\langle k_{nn}(k) \rangle > \langle k \rangle$ ) である．

図 2. 13 のような，自身の知人同士が知人である状態をクラスターと呼び，定量化にクラスター係数  $C$  を用いる．ネットワーク全体のクラスター係数  $C$  は，

$$C \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i, \quad (2.90)$$

となる．ここで，ノード  $v_i$  のクラスター係数  $C_i$  は  $v_i$  の次数である  $k_i$  について，リンク先 2 つの組み合わせが  $k_i(k_i-1)/2$  通り存在し，この 2 つのノードが繋がればクラスターを形成できるため，自身  $v_i$  を含むクラスターは最大  $k_i(k_i-1)/2$  個となることから，

$$C_i \equiv \frac{v_i \text{を含むクラスターの数}}{k_i(k_i-1)/2}, \quad (2.91)$$

となる．図 2.13 では  $C_i=1$  である．いかなる場合も  $0 \leq C_i \leq 1$ ,  $0 \leq C \leq 1$  であり,  $C=1$  となるのはすべてのノード間にリンクが存在する場合のみである．

ノード間距離は, ネットワーク上の任意のノード  $v_i$  から  $v_j$  に到達する最小リンク数で定義される．ネットワークの平均ノード間距離  $L$  は全ノード対の  $d(v_i, v_j)$  の平均値であり, 全ノード数が  $N$  ならば, 任意の 2 つのノードの選び方は  $N(N-1)/2$  通り存在し,

$$L = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq N} d(v_i, v_j), \quad (2.92)$$

となる．

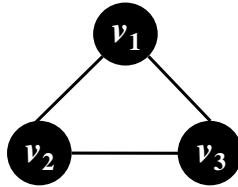


図 2.13 クラスタ

## 2.4.2 様々なネットワーク

本節では, 複雑ネットワークの研究においてよく用いられているネットワークのモデルをいくつか紹介する．現実の複雑ネットワークを完全に模擬できるものはないが, 基礎として非常に重要である．これらは感染症の伝搬シミュレーションにもよく用いられ, ネットワーク構造の違いは感染症拡大の様相に大きな影響をもたらす [105, 106].

### 2.4.2.1 現実のネットワーク

現実のネットワークの特徴として, 平均ノード間距離  $L$  は人数  $N$  に鈍感 ( $L \propto \log N$  以下) かつクラスター性が高い場合が多い．1969 年に Milgram と Travers が行った, 無作為に選んだネブラスカ州の住人からボストンの目標人物に, 知っていれば直接, 知らなければ知人に託す形で手紙を届ける社会実験がある．多くの手紙は届かなかったが, 届いた手紙は目標人物までに平均約 6 人を經由した．これは一般的に 6 次の隔たりと言われる．

平均ノード間距離  $L$  が小さく, クラスタ係数  $C$  の大きいネットワークを Watts と Strogatz の定義 [90] によりスモールワールド・ネットワークと呼ぶ．

また, 現実の多くのネットワークは, その次数分布がべき則であることが示されつつあ

る。べき則は様々な分布に現れ[107]，次数分布がべき則であるネットワークをスケールフリー・ネットワークと呼ぶ。べき則とは  $\gamma$  をべき指数として式(2. 93)で表される。

$$p(k) \propto k^{-\gamma}, \quad (2. 93)$$

この両対数グラフは図 2. 14 のようになる。現実では  $2 \leq \gamma \leq 3$  程度であることが多い。

スケールフリー・ネットワークにおいて，次数の大きいノードをハブと呼ぶ。ハブの判定に特に決まりはないが，正規分布等と比較して  $k$  の大きさに対する  $p(k)$  の減り方が遅いため，次数が極端に大きいノード(ハブ)は少ないながらも存在することになる。

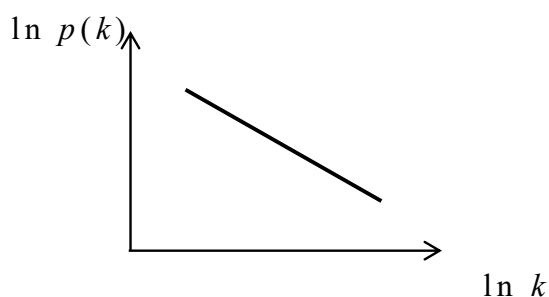


図 2. 14 べき分布の模式図

#### 2. 4. 2. 2 完全グラフ

$N$  個の全ノードにおいて，任意の 2 つのノードが繋がっている単純グラフを完全グラフ  $K_N$  といい， $L=1$ ， $C=1$  である。図 2. 15 は  $K_5$  の完全グラフである。

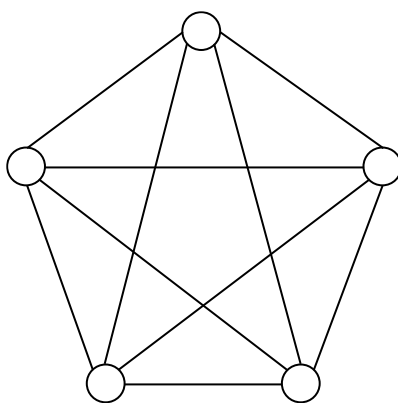


図 2. 15 完全グラフ  $K_5$

完全グラフは  $L$  が小さく  $C$  が大きいという特徴を満たすが， $\langle k \rangle = N - 1$  という状況が現

実的でなく、現実のネットワークのスマールワールド性を満たさない。一方、その単純さから様々な現象を理解しやすいため、最も単純な試験用のネットワークであると言える。

### 2. 4. 2. 3 $d$ 次元格子(格子グラフ)

$d$ 次元格子とは、ノード  $v$  が隣接ノード  $u_i, w_i$  と以下の形で繋がるグラフである[108].

$$\begin{aligned} u_i &= \{(v - i^{d'}) + n\} \pmod{n}, \\ w_i &= (v + i^d) \pmod{n}. \end{aligned} \quad (2. 94)$$

ここで、 $1 \leq i \leq k/2$ ,  $1 \leq d' \leq d$  であり、一般に  $k \leq 2d$  と仮定される。図 2. 16 は左から  $k=4$ ,  $d=1$  の 1次元格子  $k=4$ ,  $d=2$ (ノイマン近傍)の 2次元格子,  $k=8$ ,  $d=2$ (ムーア近傍)の 2次元格子であり、進化ゲーム理論の研究でも用いられる。平均ノード間距離は 図 2. 16(a) について

$$L \approx \frac{N}{2k}, \quad (2. 95)$$

であり、これは  $L \propto \log N$  と比較して非常に大きい。(b), (c)の 2次元格子の  $L$  については

$$L \propto \sqrt{N}, \quad (2. 96)$$

であり、 $N$  が大きくなると式(2. 96)は  $L \propto \log N$  と比較してはるかに大きくなる。

$d \geq 3$  の高次の格子(超立方格子)についても同様であり、 $k=2d$  であるので

$$L \propto \sqrt[d]{N}, \quad (2. 97)$$

となる。式(2. 97)において  $L$  は  $d$  に反比例するが、 $L \propto \log N$  と比較して大きい。一方、クラスター係数は  $k$  と  $d$  に大きく左右される。(a)のようなサイクルグラフの  $C$  について

$$C = \frac{3(k/2)-3}{4(2/k)-2}, \quad (2. 98)$$

であり、図 2. 16 (a)では  $C=1/2$  である。(b)などノイマン近傍の正方格子にはクラスター(三角形)が 1 つもなく  $C=0$ , (c)などムーア近傍の正方格子は  $C=3/7$  である。

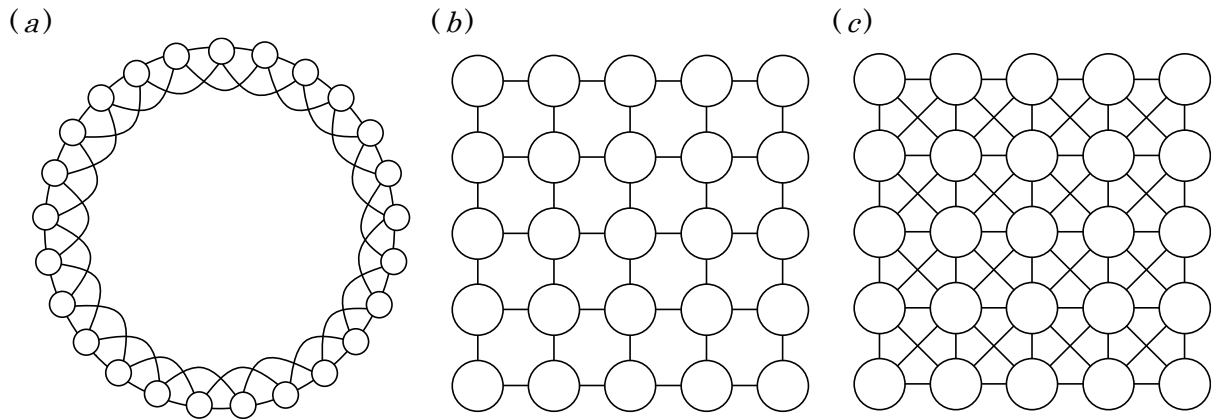


図 2. 16 格子グラフの例. (a)は  $k = 4$ ,  $d = 1$  の 1 次元格子(サイクルグラフ), (b)は  $k = 4$ ,  $d = 2$ (ノイマン近傍)の 2 次元格子, (c)は  $k = 8$ ,  $d = 2$ (ムーア近傍)の 2 次元格子.

$d$  次元格子は  $L$  が大きく  $k$  が全ノードで等しい規則的なグラフである. 現実のネットワークとは乖離しているが, 近隣間での直接相互作用を表すグラフとして有用である.

#### 2. 4. 2. 4 ランダム・グラフ

ここで紹介するランダム・グラフでは, 1959 年に Erdős と Rényi によって[101], 不規則な次数分布が実現された. 生成方法は  $N$  個のノードを用意し確率  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ ) で各ノードを繋ぐという単純なものである. なお, 繋ぐか否かの選択は  $N(N-1)/2$  通りのノード対について夫々独立である. 同じ  $N$  と  $p$  でも, 一般的には異なるグラフが生成される. 図 2. 17 は  $N=25$ ,  $p=0.1$  のランダム・グラフの模式図である. ランダム・グラフの次数分布は, あるノードが  $N-1$  個のノードと確率  $p$  で繋がり,  $1-p$  で繋がらないため,

$$p(k) = {}_{N-1}C_k p^k (1-p)^{N-1-k}, \quad (2. 99)$$

の二項分布で与えられ.  $N \rightarrow \infty$ ,  $p \rightarrow 0$  かつ  $(N-1)p \rightarrow \alpha$  ( $\alpha > 0$ ) のときポアソン分布を用いて

$$p(k) \approx \frac{e^{-\langle k \rangle} \langle k \rangle^k}{k!}, \quad (2. 100)$$

と近似できる. したがって平均次数は

$$\langle k \rangle = (N-1)p, \quad (2. 101)$$

で与えられる. ランダム・グラフは次数分布はあるが, スケールフリー性は有していない.

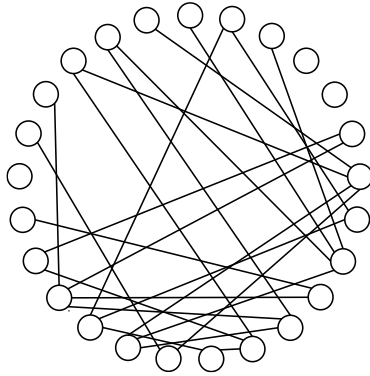


図 2. 17  $N = 25$ ,  $p = 0.1$  のランダム・グラフの模式図

平均ノード間距離については以下となり，文献[109]に詳しい．

$$L \approx \frac{\log N}{\log \langle k \rangle}, \quad (2. 102)$$

ただし，式(2. 102)は各ノードが連結している場合( $p \geq (\log N)/N$ )にのみ有効である．ランダム・グラフの  $L$  は小さく，現実のネットワークと合っている．

クラスター係数は自身の知人同士が互いの知人である確率であり， $p$  に相当する．

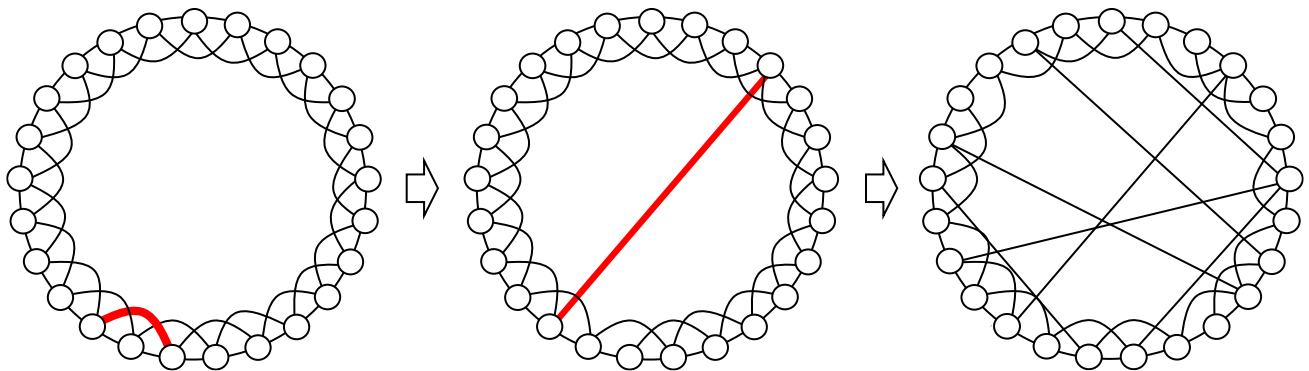
$$C = p = \frac{\langle k \rangle}{N-1} \approx \frac{\langle k \rangle}{N}. \quad (2. 103)$$

式(2. 103)から  $N \rightarrow \infty$  で  $C \rightarrow 0$  のため，現実のネットワークとは一致しない．

#### 2. 4. 2. 5 スモールワールド・ネットワーク

複雑ネットワーク研究の本格的な幕開けは，1998年の Watts と Strogatz によるネットワーク理論を用いたスモールワールド現象の研究[90]以降と言える．彼らは Watts が元々研究していたコオロギの鳴き声の同期現象を説明するための数学モデルを作り，異なる学術領域であるネットワークの分野に応用，スモールワールド・ネットワークのモデル (WS モデル) を提案した．彼らのモデルは， $\langle k \rangle$  を大きくしすぎず小さい  $L$  と大きい  $C$  を満たすという点で新しいものであった．

これは以下の方法で生成する．全ノード数  $N$  と平均次数  $\langle k \rangle$  (偶数) を与えて図 2. 18(a) のサイクルグラフを作り，多重リンクとループを避けてノードを選択，ショートカット確率  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ ) で繋ぎ換える．この繋ぎ換えを全リンクに関して確率  $p$  で行う．



赤で示されたリンクがショートカットに選択される

多重リンクとループを避けてノードを選択する

全リンクに関して確率  $p$  でショートカットを発生させて完成

図 2. 18 WS モデルの生成方法 ( $\langle k \rangle = 4$ ).

確率  $p$  によって生成できるネットワークは大きく異なる.  $p=0$  では元のサイクルグラフに一致,  $p=1$  ではランダム・グラフに一致する. WS モデルでスモールワールド性を持つネットワークを生成するには, ある一定の  $p$  の範囲でなければならない.

WS モデルの次数分布は  $p=0$  では全ノードで同じ値であり,  $p=1$  ではポアソン分布に従うため, スモールワールド性を満たす  $p$  の範囲では, WS モデルはべき則の次数分布を持たないが WS モデルの平均ノード間距離やクラスター係数は現実になる.

#### 2. 4. 2. 6 スケールフリー・ネットワーク

次数分布がべき則に従うネットワークをスケールフリー・ネットワークと呼ぶ. 1999 年に Barabási と Albert[98] がスケールフリー性を実現するモデル(BA モデル)を提案して以降, 様々な研究グループによってスケールフリー・ネットワークの生成方法が提案された. BA モデルの特徴は, 図 2. 19 に示すようなネットワークの成長と優先的選択にある. まず  $m_0$  個のノードの完全グラフを用意し. 次に,  $m(\leq m_0)$ 本のリンクを持つノードが 1 つずつ追加される. 現在ノードが  $N'$ 個あり, 既にネットワークに存在するノード  $v_i$  の次数を  $k_i$  とすると, 追加されるリンクの夫々が繋ぐノードとして  $v_i$  を選択する確率は,

$$\prod(k_i) = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^{N'} k_j}, \quad (1 \leq i \leq N), \quad (2. 104)$$

である. 分母は規格化因子であり, より次数の大きいノードほど高確率で繋がれやすい(優先的選択). そして, ノード数が  $N$  に達するまでノードの追加を繰り返す.

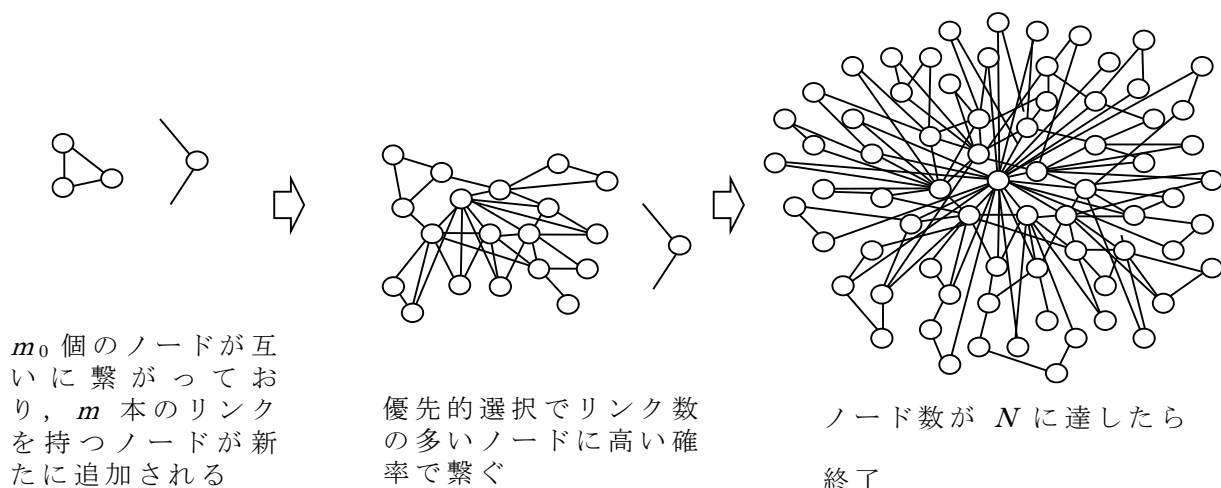


図 2. 19 BA モデルの生成方法( $\langle k \rangle = 4$ ,  $m_0 = 3$ ,  $m = 2$ ).

BA モデルの次数分布はスケールフリー性を持ち, べき指数は  $\gamma \cong 3.0$  となる. 次数分布の導出は文献[100]等を参照されたい. BA モデルの次数相関は 0 に近い負の相関を持つ. 平均ノード間距離については

$$L \propto \frac{\log N}{\log \log N}, \quad (\gamma = 3),$$

$$L \propto \log N, \quad (\gamma < 3), \tag{2. 105}$$

であることが分かっており[110], これは現実より小さい [111]. クラスタ係数について  $C \propto N^{-3/4}$  が予想された[102]が, 式(2. 106)であることが示された[112, 113].

$$C = \frac{m-1(\log N)^2}{8N} \tag{2. 106}$$

#### 2. 4. 2. 7 次数相関のコントロール

生成されたネットワークの次数相関を, 次数分布を変えずに制御するアルゴリズムが, 2004年に Xulvi-Brunet と Sokolov[114]によって考案された. 文献[114]では, 次数相関を正に制御したが, 負の側にも制御することもできる. 図 2. 20 に示すように, まず両端が一致しない任意の 2 本のリンクを選択し, 次数相関を正に制御する場合は次数の大きいもの同士が繋がるように, 負に制御する場合は次数の大きいもの同士が繋がらないようにリンクを繋ぎ換える. これを繰り返す, 目的の次数相関に制御することができる.

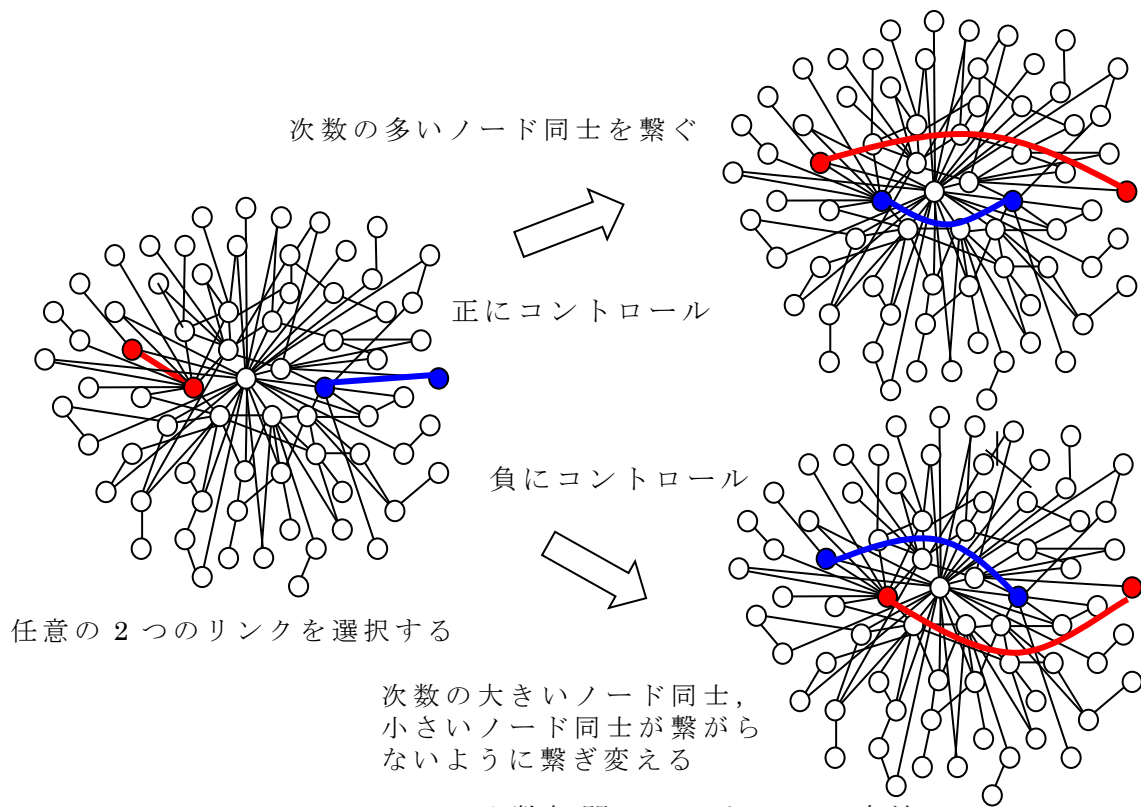


図 2. 20 次数相関のコントロール方法

#### 2. 4. 2. 8 レギュラー・ランダム・グラフ(RRG)

レギュラー・ランダム・グラフはどのノードでも等しい次数分布を持つランダム・グラフの拡張版であり、コンフィギュレーション・モデル[115]を用いて、ノード数  $N$  と次数分布  $\{p(0), p(1), \dots\}$  (最大次数は  $k_{max}$ ) を決め、 $N$  個のノードが持つ次数  $k_1, k_2, \dots, k_N$  を決定、次数に従ってノードを等確率で連結させる手順で生成する。図 2. 21 は  $N=8$  で次数分布が  $\{p(0), p(1), p(2), p(3), p(4)\} = \{0, 0, 0.5, 0, 0.5\}$  の場合のネットワークの一例である。

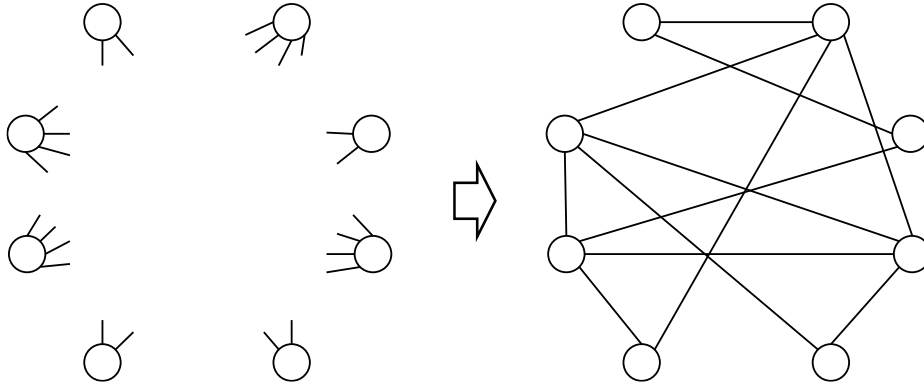


図 2. 21 コンフィグレーション・モデルから生成したネットワークの例

発生させた  $N$  個の次数  $k_1, k_2, \dots, k_N$  によってはネットワークを生成できず，その場合は次数を作り直す．また，同じ  $N$ ， $p(k)$  を与えても生成されるネットワークは毎回異なる．次数分布の与え方によってスケールフリー・ネットワークやランダムグラフも生成できる．

コンフィギュレーション・モデルの平均ノード間距離は  $N \rightarrow \infty$  で  $\langle k^2 \rangle$  が存在するとき

$$L = 1 + \frac{\log(N/\langle k \rangle)}{\log(\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle / \langle k \rangle)}, \quad (2. 107)$$

となる [116]．また，次数分布をべき則  $p(k) \propto k^{-\gamma}$  で与えれば

$$L \propto \begin{cases} \log \log N, & (2 < \gamma < 3), \\ \log N / \log \log N, & (\gamma = 3), \\ \log N, & (\gamma > 3), \end{cases} \quad (2. 108)$$

となる [111]．クラスター係数は式(2. 109)で与えられ [100]，次数相関はない．

$$C = \frac{(\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle)^2}{\langle k \rangle^3 N}, \quad (2. 109)$$

レギュラー・ランダム・グラフは，次数分布を式(2. 110)で与えれば生成できる．

$$p(k) = \begin{cases} 1, & (k = k_0), \\ 0, & (k \neq k_0), \end{cases} \quad (2. 110)$$

レギュラー・ランダム・グラフは，SF ネットワーク等との比較用ネットワークとしてよく用いられる．例えば，SF ネットワーク上では比較的小さい感染率においても感染症が蔓延しやすい [105] が，正方格子を比較用に用いた場合，正方格子の特徴から，SF ネットワークにおいて感染症が蔓延しやすい理由が次数分布のべき性(不均一性)にあるのか，それとも  $L$  が小さいことにあるのか同定しづらい．次数分布の不均一性の影響を調べるに

は、正方格子よりもレギュラー・ランダム・グラフと比較する方が良いと言える。

図 2. 22 は  $N=8$ ,  $\langle k \rangle = k=4$  のレギュラー・ランダム・グラフの例を示している。

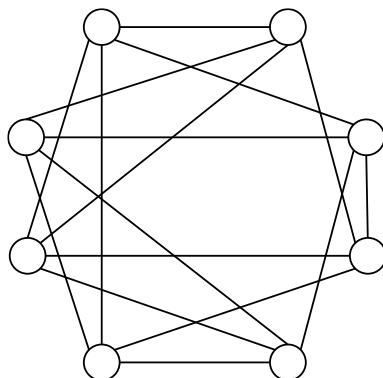


図 2. 22 レギュラー・ランダム・グラフの例. ( $N=8$ ,  $\langle k \rangle = k=4$ ) 図 2. 20 次

## 2. 5 ワクチン接種ゲーム

ワクチン接種ゲームとは感染症の流行とワクチン接種に関するジレンマを特徴づけるためにゲーム理論を適用した枠組みである。ワクチン接種行動に関する初期のゲーム理論的検討が行われて以来[117, 118], ワクチン接種ゲームの枠組みは様々な研究グループによって提案されている[117-121]. 本研究は, 2011年にFuらが提案したネットワーク上のワクチン接種ゲームの枠組み[120]を基盤として解析を行う。

### 2. 5. 1 ネットワーク上のワクチン接種ゲームのモデル

ネットワーク上のワクチン接種ゲームは, ワクチン接種キャンペーンと流行期の2ステージから成る[120, 121]. 流行周期が季節的(周期的)かつ一時的な免疫を獲得できる感染症を想定し, 毎年接種の機会があるとする。図 2. 24 に概念図を示す。

ワクチン接種キャンペーンは流行期前のワクチン接種の機会である。接種者は接種コスト  $C_v$ (金銭に限らない)を負う。簡単のため, 接種者はシーズン中感染しないと仮定する。

流行期は, ランダムに  $I_0$  人が初期感染し, SIR ダイナミクスに従い感染が拡大, 感染者が存在する間継続する。感染症の伝搬過程は Gillespie アルゴリズム[122]を用いる。感染者は感染コスト  $C_i$ を負う。非接種かつ非感染の場合コストを負わない(フリーライダー

一). 簡単のため, 利得を  $C_r=C_v/C_i$  で相対化し, 戦略と疾病状態に応じて表 2. 9 に示す.

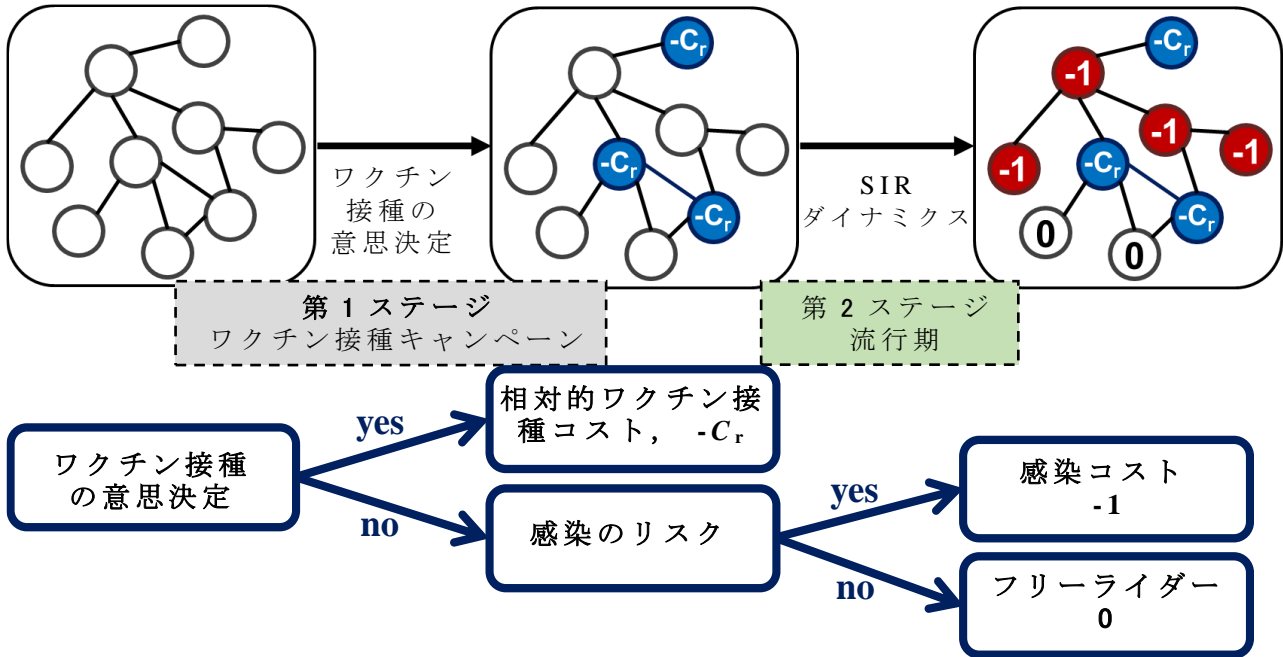


図 2. 23 ネットワーク上のワクチン接種ゲームの概念図

表 2. 9 ワクチン接種ゲームにおける流行期終了後の利得

Strategy \ State	Healthy	Infected
Vaccination (C)	$-C_r$	-
Non-vaccination (D)	0	-1

### 2. 5. 1. 2 戦略適応方法

以上 2 ステージののち, エージェントは次シーズンのワクチン接種を再検討する. 戦略適応ルールは以下の通り, 戦略  $S_i$ , 利得  $\pi_i$ , を持つエージェント  $i$  は自身の隣人からランダムに選択した戦略  $S_j$ , 利得  $\pi_j$  を持つエージェント  $j$  を選択し, Fermi 関数によって両者の利得をペアワイズ比較することで模倣確率を決定する [123, 124].

$$P(S_i \leftarrow S_j) = \frac{1}{1 + \exp[(\pi_i - \pi_j)/\kappa]}. \quad (2. 111)$$

ここでの戦略はワクチン接種をするか否かである. また,  $\kappa$  はエージェントの利得差における敏感さであり  $\kappa \rightarrow \infty$  (弱い淘汰圧) の場合, 模倣確率は利得差  $\pi_i - \pi_j$  に鈍感に,  $\kappa \rightarrow 0$  (強い淘汰圧) の場合, 模倣確率は利得差に敏感になる. 戦略適応方法は拡張を含め数多くの研究グループによって提案されている. 式(2. 111)の戦略適応方法は進化ゲームの

研究において頻繁に用いられる代表的な枠組みの 1 つである。

以上のダイナミクスを，系が均衡に達するまで繰り返すのがワクチン接種ゲームである。

### 2. 5. 1. 3 一様混合集団(Well-mixed 集団)におけるワクチン接種行動の時間発展

本研究では進化ゲームの観点からワクチン接種ゲームを考える[120]。ワクチン接種(C)戦略の頻度  $x_{(t)}$  のランダムドリフトを考慮すると， $x_{(t)}$  の変化は拡散過程で記述される。十分に大きい集団サイズ  $N$ ，ワクチン接種者数  $m$  について， $m/N$  はワクチン接種者の頻度である。式(2. 112)のルールで戦略適応が行われ，ワクチン接種エージェントの数が  $m$  から  $m+1$  に増加する確率  $p_{m, m+1}$ ， $m$  から  $m-1$  に減少する確率  $p_{m, m-1}$  は夫々以下である。

$$p_{m, m+1} = \frac{mN-m}{N} \frac{1}{N} \left\{ [1-w(m/N)] \frac{1}{1+\exp[-(\pi_C-\pi_{D_F})/\kappa]} + w(m/N) \frac{1}{1+\exp[-(\pi_C-\pi_{D_I})/\kappa]} \right\},$$

$$p_{m, m-1} = \frac{mN-m}{N} \frac{1}{N} \left\{ [1-w(m/N)] \frac{1}{1+\exp[(\pi_C-\pi_{D_F})/\kappa]} + w(m/N) \frac{1}{1+\exp[(\pi_C-\pi_{D_I})/\kappa]} \right\} \quad (2. 112)$$

$w(m/N)$  はワクチン接種エージェントの頻度が  $m/N$  のときの初期感受性エージェント  $S(0)$  に対する最終的な感染済みエージェント  $R(\infty)$  の割合であり，式(2. 82)から以下となる。

$$w(m/N) = \frac{R(\infty)}{S(0)} = \frac{(1-(m/N))(1-e^{-R_0 R(\infty)})}{1-(m/N)} = 1 - e^{-R_0 R(\infty)}, \quad (2. 113)$$

$\pi_C$  はワクチン接種者の利得， $\pi_{D_F}$  はフリーライダーの利得， $\pi_{D_I}$  は感染者の利得である。

$N$  が大きい場合式(2. 112)の過程はドリフト  $p_{m, m+1} - p_{m, m-1}$ ，拡散

$\sqrt{(p_{m, m+1} + p_{m, m-1})/N}$  の確率微分方程式で近似でき[125]，以下となる。

$$\dot{x} = x(1-x) \left\{ [1-w(x)] \tanh \left[ \frac{-c-0}{2\kappa} \right] + w(x) \tanh \left[ \frac{-c+1}{2\kappa} \right] \right\} + \sqrt{\frac{x(1-x)}{N}} \xi, \quad (2. 114)$$

$x=m/N$  はワクチン接種エージェントの割合であり， $\xi$  は分散 1 の白色ガウス雑音である。

$N \rightarrow \infty$  の極限では第 2 項が消え，式(2. 114)の確率微分方程式の代わりに，決定論的近似

$$\dot{x} = x(1-x) \left\{ [1-w(x)] \tanh \left[ \frac{-c-0}{2\kappa} \right] + w(x) \tanh \left[ \frac{-c+1}{2\kappa} \right] \right\}, \quad (2. 115)$$

を用いる事ができる。均衡状態でのワクチン接種者の割合が  $x$  の場合，均衡状態の感染者，フリーライダーの割合は夫々，式(2. 82)の  $S(\infty)$ ， $R(\infty)$  となることが期待される。

式(2. 115)は  $\kappa$  に応じて分類される。 $\kappa$  が大きいとき  $\tanh(x/2\kappa) \sim x/(2\kappa)$  であり，

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x(1-x) \left\{ [1-w(x)] \tanh \left[ \frac{-c-0}{2\kappa} \right] + w(x) \tanh \left[ \frac{-c+1}{2\kappa} \right] \right\}, \\ &= \frac{1}{2\kappa} x(1-x) [w(x)-c],\end{aligned}\tag{2. 116}$$

の形で簡単になる． $\kappa \gg 1$ においてレプリケーターダイナミクスが再現されるが，時間スケールは  $1/2\kappa$  である． $0 < c < w(0)$  のあらゆる  $C_r$  に対して，式(2. 116)の系は内部均衡状態

$$x^* = 1 + \ln \frac{1-c}{cR_0},\tag{2. 117}$$

に収束する． $\kappa$  が小さいときは 3 つのケースに分類できる．

第 1 のケース： $c \rightarrow 0$  ( $c < \kappa$ )， $-c/(2\kappa) \rightarrow 0$ において，式(2. 115)は

$$\dot{x} = x(1-x) \left\{ -\frac{c}{2\kappa} [1-w(x)] + w(x) \right\},\tag{2. 118}$$

となる．式(2. 118)は安定な以下の内部均衡状態を持つ．

$$x^* = 1 - \left(1 + \frac{c}{2\kappa}\right) \ln \left[ \left(1 + \frac{c}{2\kappa}\right) / \left(\frac{c}{2\kappa} R_0\right) \right],\tag{2. 119}$$

第 2 のケース： $c \rightarrow 1$  ( $c > 1 - \kappa$ )， $-(1-c)/2\kappa \rightarrow 0$ において，式(2. 115)は

$$\dot{x} = x(1-x) \left\{ -[1-w(x)] + \frac{1-c}{2\kappa} w(x) \right\},\tag{2. 120}$$

となる．式(2. 120)の 3 番目の因子は，以下のワクチン接種レベルにおいて 0 になる．

$$\tilde{x} = 1 - \frac{\{2 + [(1-c)/\kappa]\} \ln [2 + \{(1-c)/\kappa\} / \{(1-c)/\kappa\}]}{2R_0},\tag{2. 121}$$

式(2. 121)の値が正ならば安定な内部均衡状態は  $\dot{x} = \tilde{x}$  であり，そうでなければ  $\dot{x} = 0$  である．

第 3 のケース： $c$  が中間の値 ( $\kappa < c < 1 - \kappa$ ) において，式(2. 115)はほとんど  $\kappa$  によらず

$$\dot{x} = x(1-x) [2w(x) - 1],\tag{2. 122}$$

で近似できる．これは，安定な以下の内部均衡状態を持つ．

$$x^* = 1 - \frac{2 \ln 2}{R_0},\tag{2. 123}$$

したがって，小さな  $\kappa$  で中間の  $c$  の場合ワクチン接種率はプラトー状態となる．

なお， $c=0.5$  の場合は任意の  $\kappa$  に対して式(2. 123)で均衡状態となる．

図 2. 24 は  $\kappa$  と  $R_0$  の均衡のワクチン接種率と最終感染者の割合に対する影響を示す [120]．図 2. 24 (a)，(c) は  $\kappa$  の値が異なる場合の相対的ワクチン接種コスト  $C_r$  に対する均衡のワクチン接種率を，(b)，(d) は  $\kappa$  の値が異なる場合の相対的ワクチン接種コスト  $C_r$  に対する最終感染者の割合を示す．

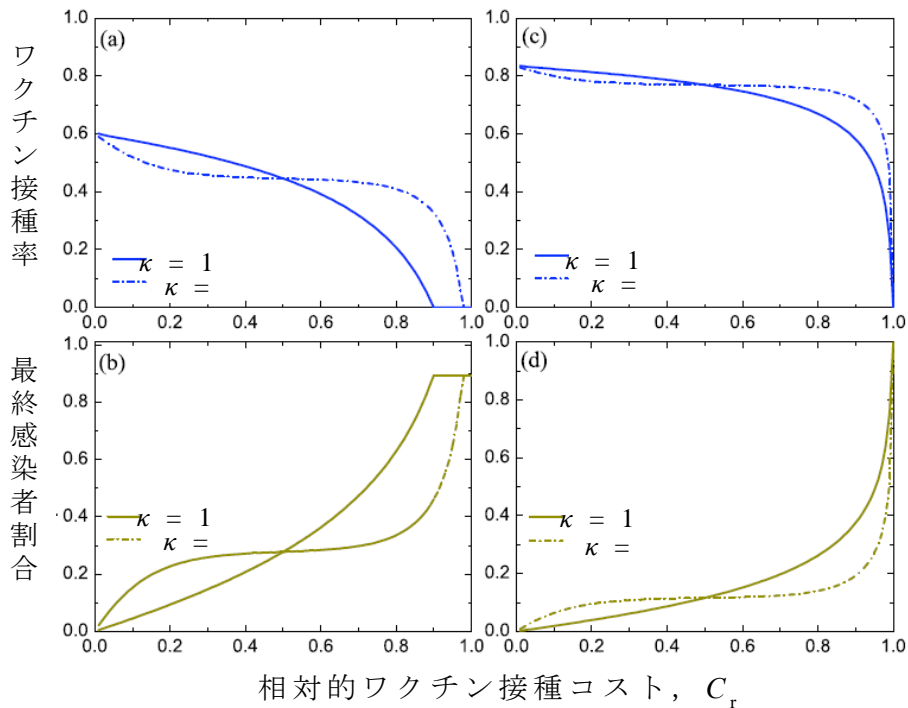


図 2.24 一様混合集団における  $\kappa$  と  $R_0$  の均衡のワクチン接種率と最終感染者の割合に対する影響 [120]. パラメータ : (a)(b) $R_0=2.5$ , (c)(d) $R_0=6$ .

## 2.5.2 ネットワーク上での感染症の伝搬(SIR モデル)

### 2.5.2.1 疫学パラメータの設定

一般に、集団が構造を持つ場合の疫学ダイナミクスは一様に混合された集団の場合と異なるため、集団構造の影響の検討にあたり、各ネットワークにおいて感染リスクが等しくなる感染率  $\beta$  を選ぶ必要がある。ワクチン接種者が存在しない一様に混合された集団において基本再生産数  $R_0=2.5$ 、回復率  $\gamma=1/3\text{day}^{-1}$  を想定する[120]と、最終感染者割合は式(2.76)から約 9 割となるため、感染率  $\beta$  は、最終感染者の割合が約 9 割になる値をネットワークごとに選択する。本研究では正方格子と Barabási-Albert スケールフリー (BA-SF)・ネットワーク[127]を検討する。

最終感染者の割合が約 9 割になる感染率の値は夫々正方格子では  $\beta=0.46\text{day}^{-1}\text{person}^{-1}$ 、BA-SF ネットワークでは  $\beta=0.55\text{day}^{-1}\text{person}^{-1}$  となる(図 2.25)。図 2.25 は夫々 100 回の試行の平均値であり、丸のプロットは正方格子の結果を、四角のプロットは BA-SF ネットワークの結果を示す。集団サイズ  $N=4900$ (正方格子の場合  $70 \times 70$  のノイマン

近傍, BA-SF の平均次数  $\langle k \rangle = 4$ , 回復率  $\gamma = 1/3 \text{ day}^{-1}$ , 初期感染者数  $I_0 = 5$ .

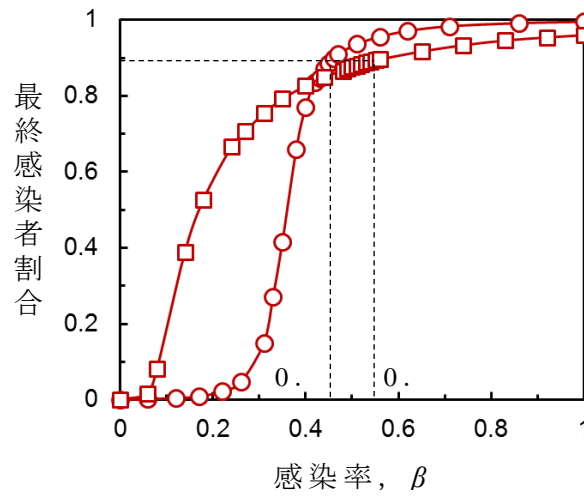


図 2.25 接種者が存在しない場合の感染率  $\beta$  に対する最終感染者割合.

### 2.5.2.2 確率論的シミュレーションの手順: Gillespie アルゴリズム

感染症の伝搬過程をシミュレートするために, 本研究では Gillespie アルゴリズムを用いる. 多くのリンクを持つエージェントほど感染リスクが増大する効果を取り入れるために, 感受性エージェント  $i$  が感染する確率はそのエージェントの隣人の感染者数  $NI(i)$  に比例すると仮定する [126]. シミュレーション手順は以下の通りである:

1. ある時刻  $t$  における感受性および感染性エージェントの遷移確率  $p_i(t)$  を計算する. 感受性エージェントが感染する遷移確率は  $p_{i(t)} = \beta \times NI(i)$  であり, 感染性エージェントが回復する遷移確率は  $p_i(t) = \gamma$  である. したがって, 全遷移確率は以下.

$$\lambda(t) = \sum_i p_i(t), \tag{2.124}$$

2. 次の遷移事象は時刻  $t' = t + \Delta t$  で起こるが,  $\Delta t$  は平均が  $1/\lambda(t)$  である指数分布からとる ( $u \in [0, 1)$  である一様乱数を発生させると, 時間間隔は  $\Delta t = -\ln(1-u)/\lambda(t)$  となる).
3.  $p_i(t)$  に比例してサンプリングすることにより, 時刻  $t'$  で状態が変化するようなエージェントを選ぶ. 一様乱数  $v \in [0, 1)$  を生成し, もし

$$\sum_{j=1}^{k-1} p_j(t)/\lambda(t) < v < \sum_{j=1}^k p_j(t)/\lambda(t), \tag{2.125}$$

であるならば, エージェント  $k$  の状態が変化するものとして選択される. ここで

$$\sum_{j=1}^0 p_j(t)/\lambda(t) = 0, \tag{2.126}$$

と定義する.

4. 感染者数  $I(t)$  がゼロになるまで 1 から 3 を繰り返す

## 参考文献

- [1] 石原英樹, 金井雅之, 進化的意思決定; 朝倉書店, 2002.
- [2] Tanimoto, J., Sagara, H., Relationship between dilemma occurrence and the existence of a weakly dominant strategy in a two-player symmetric game, *BioSystems* 90 (1), 105–114, 2007.
- [3] Nowak, M. A., *Evolutionary Dynamics: Exploring the Equations of Life*, Belknap Press of Harvard University Press, 2006.
- [4] 佐々木鋼, 飯田恭敬編著, 「交通工学」国民科学社(1992)
- [5] 越正毅, 「交通工学通論」技術書院(1989)
- [6] 友枝明保, 「超離散化法, 及びセルオートマトンモデルによる交通流の研究」, 大阪大学大学院修士論文(2006)
- [7] 西成活裕, 「渋滞学」新潮選書(2006)
- [8] 応用数理 vol. 12 No. 2, June, 2002.
- [9] R. Harberman; *Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow*, Society for Industrial Mathematics, 1987.
- [10] 杉山雄規; 交通流の物理, *ながれ* 22(95), 2003
- [11] B. S. Kerner, P. Konhäuser; Cluster effect in initially homogeneous traffic flow, *Physical Review E* 48, R2335-R2338, 1993.
- [12] Rui Jiang, Qing-Song Wu and Zuo-Jin Zhu; A new continuum model for traffic flow and numerical tests, *Transportation Research Part B: Methodological* Volume 36, Issue 5, June 2002
- [13] Tang, T. -Q., Huang, H. -J., Shang, H. -Y. ; Effects of the number of on-ramps on the ring traffic flow, *Chinese Physics B* 19(59), #050517, 2010.
- [14] McCrea, J., Moutari, S. ; A hybrid macroscopic based model for traffic flow in road networks, *European Journal of Operational Research* 207, 676-684, 2010
- [15] Gupta, A. K., Sharma, S. ; Nonlinear analysis of traffic jams in an

- anisotropic continuum model, *Chinese Physics B* 19(11), #110503, 2010
- [16] Ngoduy, D., Hoogendoorn, S. P., Liu, R. ; Continuum modeling of cooperative traffic flow dynamics, *Physica A* 388, 2705-2716, 2009.
- [17] Masukura, S., Nagatani, T., Tanaka, K. ; Jamming transitions induced by a slow vehicle in traffic flow on a multi-lane highway, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, P04002, 2009.
- [18] Tanaka, K., Nagatani, T., Masukawa, S. ; Fundamental diagram in traffic flow of mixed vehicles on multi-lane highway, *Physica A* 387, 5583-5596, 2008.
- [19] Komada, K., Masukura, S., Nagatani, T. ; Effect of gravitational force upon traffic flow with gradients, *Physica A* 388, 2880-2894, 2009.
- [20] Tian, J. -F. -, Jia, B., Li, X. -G., Gao, Z. -Y. ; A new car-following model considering velocity anticipation, *Chinese Physics B* 19 (1), #010511, 2010.
- [21] He, S., Guan, W., Song, L. ; Explaining traffic patterns at on-ramp vicinity by a driver perception model in the framework of three-phase traffic theory, *Physica A* 389, 825-836, 2010.
- [22] Lan, L., W., Chiou, Y. -C., Lin, Z. -S., Hsu, C. -C. ; Cellular automaton simulations for mixed traffic with erratic motorcycle's behaviours, *Physica A* 389, 2077-2089, 2010.
- [23] Tang, T. Q. , Huang, H. J. ; A new car-following model with the consideration of the driver's forecast effect, *Physical Letter A* 374, 3951-3956, 2010.
- [24] Naito, Y., Nagatani, T. ; Safety-collision induced by lane changing in traffic flow, *Physical Letter A* 375, 1319-1322, 2011.
- [25] Lv, W., Song, W. -G., Fang, Z. -M. ; Three-lane changing behavior simulation using a modified optimal velocity model, *Physica A* 390, 2303-2314, 2011.

- [26] 森下信 ; セルオートマトン, 養賢堂, 2003.
- [27] S. Wolfram; Theory and Applications of Cellular Automata, World Scientific, Singapore, 1986.
- [28] 友枝明保 ; 超離散化法, 及びセルオートマトンモデルによる交通流の研究, 大阪大学大学院修士論文, 2006.
- [29] 広田良吾, 高橋大輔 ; 差分と超離散, 共立出版, 2003
- [30] B. Derrida, M. R. Evans, V. Hakim, and V. Pasquier; Exact solution of a 1D asymmetric exclusion model using a matrix formulation, Journal of Physics A: Mathematical and General 26, 1493, 1993
- [31] A Schadschneider and M Schreckenberg; Cellular automation models and traffic flow, Journal of Physics A: Mathematical and General 26, L679, 1993.
- [32] O. J. O’Loan, M. R. Evans, and M. E. Cates; Jamming transition in a homogeneous one-dimensional system: The bus route model, Physical Review E 58, 1404–1418, 1998.
- [33] K. Klauck, A. Schadschneider; On the ubiquity of matrix-product states in one-dimensional stochastic processes with boundary interactions, Physica A 271, 102, 1999
- [34] Nishinari K., Takahashi D. ; Multi-value cellular automaton models and metastable states in a congested phase, Journal of Physics A: Mathematical and General 33, 7709, 2000
- [35] R. Barlovic, L. Santen, A. Schadschneider and M. Schreckenberg; Metastable states in cellular automata for traffic flow, The European Physical Journal B 5, 793, 1988
- [36] Fukui M., Ishibashi Y. ; Traffic flow in 1D Cellular Automaton Model including Cars Moving with High Speed, Journal of the Physical Society of Japan 65, No. 6, 1868, 1996.
- [37] Nagel K., Schreckenberg M. ; Journal de Physique I 2, 2221-2229, 1992.

- [38] Sakai. S, Nishinari. K, Iida. S; A new stochastic cellular automaton model on traffic flow and jamming phase transition, Transactions of the Japan Society for Industrial and Applied Mathematics 16(4), 371-384, 2006.
- [39] Tomoeda A, Nishinari K, Chowdhury D, Schadschneider A. ; An information-based traffic control in a public conveyance system: Reduced clustering and enhanced efficiency, Physica A 384 (2): 600-612, 2007.
- [40] Zhu, H. -B., Ge, H. -X., Dai, S. -Q. ; A new cellular automaton model for traffic flow with different probability for drivers, International Journal of Modern Physics C 18 (5), 773-782, 2007.
- [41] Zhao, X. M., Gao, Z. Y., Jia, B. ; The capacity drop caused by the combined effect of the intersection and the bus stop in a CA model, Physica A 385, 645-658, 2007.
- [42] Li, F., Gao, Z. -Y., Jia, B. ; Traffic behavior in the on-ramp system with signal controlling, Physica A 385, 333-342, 2007.
- [43] Hu, S. X., Gao, K., Wang, B. H., Lu, Y. F. Fu, C. J. ; Abnormal hysteresis effect and phase transitions in a velocity-difference dependent randomization CA model, Physica A 386, 397-406, 2008.
- [44] Knospe, W. Santen, L. Schadschneider, A. and Schreckenberg, M. ; Toward a realistic microscopic description of highway traffic, Journal of Physics A 33, L477-L485, 2000.
- [45] Gundaliya, P. J. , Mathew, T. , V. , Dhingra, S. L. ; Heterogeneous traffic flow modeling for an arterial using grid based approach, Journal of Advanced Transportation 42 (4), 467-491, 2007.
- [46] Nuemann, T. ; TASEP related models with traffic light boundary, The European Physical Journal B 67, 133-138, 2009.
- [47] Schadschneider, A. ; Modelling of transport and traffic problems, Lecture Note Computer Science 5 (ACRI 2008), 22-31, 2008.
- [48] Li, X. -G. -, Gao, Z. -Z. -, Jia, B. , Jiang, R. ; Deceleration in

- advance in the Nagel-Schreckenberg traffic flow model, *Physica A* 388, 2051-2060, 2009.
- [49] Sheng, P., Zhao, S. -L. -, Wang, J. -F. -, Tang, P., Gao, L. ; The effect of stochastic acceleration and delay probability on the velocity and the gap between vehicles in traffic flow, *Chinese Physics B* 18 (8), 3347-3354, 2009.
- [50] Hua, W., Zhou, F. -Y. -, Chen, J. -H. ; The effects of offsetting and wedging cell lattices in the on-ramp system, *International Journal of Modern Physics C* 20 (7), 1039-1047, 2009.
- [51] Jun-fang Tian , Bin Jia , Xin-gang Li , Rui Jiang , Xiao-mei Zhao , Zi-you Gao; Synchronized traffic flow simulating with cellular automata model, *Physica A* 388, 4827-4837, 2009.
- [52] Nagatani, T. ; Traffic states and fundamental diagram in cellular automaton model of vehicular traffic controlled by signals, *Physica A* 388, 1673-16814, 2009.
- [53] Sun, X. -Y., Jiang, R., Wang, B. -H. ; Increase of traffic flux in two-route systems by disobeying the provided information, *Chinese Physics Letters* 27, #058902, 2010.
- [54] Chen, X. -Q., Xie, W. -J., Shi, J., Shi, Q. -X. ; Perturbation and stability analysis of the multi-anticipative intelligent driver model, *International Journal of Modern Physics C* 21 (5), 647-668, 2010.
- [55] Li, Q. -L., Wang, B. -H., Liu, M. -R. ; Phase diagrams properties of mixed traffic flow on a crossroad, *Physica A* 389, 5045-5052, 2010.
- [56] Sun, D. J. , Kondyli, A. ; Modeling vehicle interaction during lane-changing behavior on arterial street, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering* 25, 557-571, 2010.
- [57] Zamith, M. et al. ; A probabilistic cellular automata model for highway traffic simulation, *Procedia Computer Science* 1, 337-345, 2010.

- [58] Xie, D. -F., Gao, Z. -Y., Zhao, Z. -M. ; Combined cellular automaton model for mixed traffic flow with non-motorized vehicles, *International Journal of Modern Physics C* 21 (12), 1443-1455, 2010.
- [59] Moussa, N. ; Simulation study of traffic accidents in bidirectional traffic models, *International Journal of Modern Physics C* 21 (12), 1501-1515, 2010.
- [60] Meng, Q., Weng, J. ; Cellular automata model for work zone traffic, *Transportation Research Record* 2188, 131-138, 2011.
- [61] Gayah, V. V. , Daganzo, C. F. ; Clockwise hysteresis loops in the Macroscopic Fundamental Diagram: An effect of network instability, *Transportation Research Part B* 45, 643-655, 2011.
- [62] De Gier, J., Garoni, T. M., Rojas, O. ; Traffic flow on realistic road networks with adaptive traffic lights, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, P04008, 2011.
- [63] Ding, Z. -J. , Jiang, R. , Huang, W. , Wang, B. -H. ; Effect of randomization in the Biham Middleton Levibe traffic flow mode, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, P06017, 2011.
- [64] Jin, C. -J. , Wang, W. , Gao, K. , Jian, R. ; Effect of acceleration threshold on the phase transition in a cellular automaton traffic model, *Chinese Physics B* 20 (6), 064501, 2011.
- [65] Jin, C. -J., Wang, W., Jian, R., Gao, K. ; On the first-order phase transition in a cellular automaton traffic flow model without a slow-to-start effect, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, #P03018, 2010.
- [66] Gao, K. , Jiang, R. , Wang, B. -H. -, Wu, Q. -S. -; Discontinuous transition from free flow to synchronized flow induced by short-range interaction between vehicles in a three-phase traffic flow mode, *Physica A* 388, 3233-3243, 2009.

- [67] Peng, Y., Shang, H. -Y., Lu, H. -P. ; Analysis of phase transition in traffic flow based on a new model of driving decision, *Communications in Theoretical Physics* 56, 177-183, 2011.
- [68] Ez-Zahraouy, H., Benyoussef, A. ; Disorder effect on the traffic flow behavior, *The European Physical Journal B* 64, 573-583, 2008.
- [69] L. Zheng, S. Ma, S. Zhong; Analysis of honk effect on the traffic flow in a cellular automaton model, *Physica A* 390, 1072-1084, 2011.
- [70] He, H. -D., Lu, W. -Z., Dong, L. -Y. ; An improved cellular automaton model considering the effect of traffic lights and driving behavior, *Chinese Physics B* 20 (4), 040514, 2011.
- [71] Zhang, W. -W. - et al; Traffic dynamics in a two-lane mixed traffic system: effect of four lane changing regulations, *Physica A* 387, 5583-5596, 2008.
- [72] Qian, Y. -S.. et al. ; A study on the effects of the transit parking time on traffic flow based on cellular automata theory, *Chinese physics B* 19 (4), #048201, 2010.
- [73] Jetto, K. , Zahraouy, E. Z. -, Benyoussef, A. ; The effect of the heterogeneity on the traffic flow behavior, *International Journal of Modern Physics C* 21 (22), 1311-1327, 2010.
- [74] Kanai, M. ; Two-lane traffic-flow model with an exact steady-state solution, *Physical Review E* 82, 066107, 2011.
- [75] B. S. Kerner, S. L. Klenov; Phase transition in traffic flow on multilane roads, *Physical Review E* 80, 056101, 2009.
- [76] Zhu, H. B., Dai, S. Q. ; Two-lane traffic simulations with a blockage induced by an accident car, *Physica A* 388, 2903-2910, 2009.
- [77] R. M. Anderson, Discussion: The Kermack-McKendrick epidemic threshold theorem, *Bull. Math. Biol.* 53(1/2): 3-32. (1991).
- [78] D. Bernoulli, "Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole et des avantages de l'inoculation pour la prévenir", *Mém Math*

- Phys Acad Roy Sci, pp. 1-45, Paris (1766).
- [79] Hamer, W. H. "Epidemic diseases in England", *Lancet*, vol. 1, pp. 733-739. (1906).
- [80] Kermack, W. O. and McKendrick, A. G. "A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics." *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 115, 700-721, (1927).
- [81] K. Dietz, The first epidemic model: a historical note on P. D. En'ko, *Austral. J. Statist.* 30A: 56-65. (1988).
- [82] K. Dietz, Introduction to McKendrick (1926) Applications of Mathematics to Medical Problems, In *Breakthroughs in Statistics Vol III*, S Kotz and N. L. Johnson (eds. ), Springer, New York: 17-25. (1997).
- [83] J. A. P. Heesterbeek, A brief history of  $R_0$  and a recipe for its calculation, *Acta Biotheoretica* 50: 189-204. (2002)
- [84] H. Nishimura, K. Dietz and M. Eichner, The earliest notes on the reproduction number in relation to herd immunity: Theophil Lotz and smallpox vaccination, *J. Theor. Biol.* 241: 964-967. (2006).
- [85] 稲葉寿 編著, 感染症の数理モデル, 培風館. (2008).
- [86] K. Dietz and D. Schenzle, Proportionate mixing models for age-dependent infection transmission, *Journal of Mathematical Biology*, 22:117-120. (1985).
- [87] I. Nåsell, *Hybrid models of tropical infections*, Springer-Verlag, Berlin. (1985).
- [88] A. C. Chani, N. M. Ferguson, C. A. Donnelly and R. M. Anderson, Predicted vCJD mortality in Great Britain, *Nature*, 406: 583-584. (2000).
- [89] J. D. Murray, *Mathematical Biology: An Introduction*, Third Edition, Springer, New York. (2002).
- [90] D. J. Watts and S. H. Strogatz, "Collective dynamics of 'small-world' networks", *Nature* 393, 440 (1998).

- [91] L. A. N. Amaral, A. Scala, M. Barthélemy and H. E. Stanley, “Classes of small-world networks”, *Proc. Nat. Acad. Sc. USA* 97, 11149 (2000).
- [92] F. Liljeros, C. R. Edling, L. A. N. Amaral, H. E. Stanley and Y. Aberg, “The web of human sexual contacts”, *Nature* 411, 907 (2001).
- [93] M. E. J. Newman, “Scientific collaboration networks: I. Network construction and fundamental results”, *Phys. Rev. E* 64, 016131 (2001); “Scientific collaboration networks: II. Shortest paths, weighted networks, and centrality”, *Phys. Rev. E* 64, 016132 (2001); “The structure of scientific collaboration networks”, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 98, 404(2001).
- [94] K. Ebel, L. -I. Mielsch and S. Bornholdt, “Scale-free topology of e-mail networks”, *Phys. Rev. E* 66, 035103 (2002).
- [95] J. A. Dunne R. J. Williams, and N. D. Martinez, “Food-web structure and network theory: The role of connectance and size”, *Proc. Nat. Acad. Sc. USA* 99, 12917 (2002).
- [96] J. Camacho, R. Guimeral and L. A. Nunes Amaral “Robust Patterns in Food Web Structure”, *Phys. Rev. Lett.* 88, 228102 (2002).
- [97] J. M. Montoya and R. V. Solé. “Small World Patterns in Food Webs”, *J. theor. Biol.* 214, 405 (2002).
- [98] R. Albert, H. Jeong and A. -L. Barabási, “Diameter of the world-wide web”, *Nature* 401, 130 (1999).
- [99] A. Broder, R. Kumar, F. Maghoul, P. Raghavan, S. Rajagopalan, R. Stata, A. Tomkins and J. Wiener, “Graph structure in the web”, *Computer Networks* 33, 309 (2000).
- [100] 増田直紀, 今野紀雄, 複雑ネットワーク—基礎から応用まで, 近代科学社 (2010).
- [101] P. Erdős and A. Rényi, “On the evolution of random graphs”, *Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of*

Sciences 5, 17 (1960).

- [102] R. Albert and A. -L. Barabási, “Statistical mechanics of complex networks”, *Rev. Mod. Phys.* 74, 47 (2002).
- [103] M. E. J. Newman, “Assortative mixing in networks”, *Phys. Rev. Lett.* 89, 208701 (2002).
- [104] R. Pastor-Satorras, A. V´azquez and A. Vespignani, “Dynamical and correlation properties of the Internet”, *Phys. Rev. Lett.* 87, 258701 (2001).
- [105] Keeling, M. J. and Eames, K. T. D. Networks and epidemic models. *J. R. Soc. Interface* 2, 295–307. (2005)
- [106] Pastor-Satorras, R. & Vespignani, A. Epidemic spreading in scale-free networks. *Phys. Rev. Lett.* 86, 3200. (2001)
- [107] マーク・ブキャナン 著, 水谷淳 訳, 歴史は「べき乗則」で動く一種の絶滅から戦争までを読み解く複雑系科学, ハヤカワ文庫 (2009).
- [108] ダンガン・ワッツ 著, 栗原聡, 福田健介, 佐藤進也 訳, スモールワールドーネットワークの構造とダイナミクス, 東京電機大学出版局 (2006).
- [109] Geoffard P, Philipson T Disease eradication: private versus public vaccination. *Am. Econ. Rev.* 87, 222–230. (1997)
- [110] Bollobás, B. : Random graphs (Second Edition), Cambridge University Press [総頁 500] (2001)
- [111] R. Cohen and S. Havlin, “Scale-free networks and ultrasmall”, *Phys. Rev. Lett.* 90, 058701 (2003).
- [112] A. Barrat, R. Pastor-Satorras, *Physical Review E*, Vol. 71, article No. 036127 (2005).
- [113] K. Klemm, M. V. Eguíluz, *Physical Review E*, Vol. 65, article No. 057102 (2002).
- [114] Xulvi-Brunet, R., Sokolov, I. M. Reshuffling scale-free networks: From

- random to assortative, *Phys. Rev. E* 70, 066102 (2004).
- [115] Zhang H., Fu F., Zhang W., Wang B. Rational behavior is a ‘double-edged sword’ when considering voluntary vaccination. *Physica A* 391, 4807–4815. (2012)
- [116] Newman, M. E. J., Strogatz, S. H., Watts, D. J. : *Physical Review E*, Vol. 64, article No. 0. 26118 (2001).
- [117] Bauch C. T, Galvani A. P, Earn D. J. D Group interest versus self interest in smallpox vaccination policy. *Proc. Natl Acad. Sci. USA*. 100, 10564–10567. (2003)
- [118] Bauch C. T, Earn D. J. D Vaccination and the theory of games. *Proc. Natl Acad. Sci. USA*. 101, 13391–13394. (2004)
- [119] Bauch C. T. Imitation dynamics predict vaccinating behavior. *Proc. R. Soc. B* 272, 1669-1675. (2005)
- [120] Fu F., Rosenbloom D. I., Wang L., Nowak N. A. Imitation dynamics of vaccination behaviour on social networks. *Proc. R. Soc. B* 278, 42–49. (2011)
- [121] Zhang H., Fu F., Zhang W., Wang B. Rational behavior is a ‘double-edged sword’ when considering voluntary vaccination. *Physica A* 391, 4807–4815. (2012)
- [122] Gillespie D. T. Exact stochastic simulation of coupled chemical reactions. *J. Phys. Chem.* 81, 2340-2361. (1977)
- [123] Szabo, G. and Toke, C. Evolutionary prisoner’s dilemma game on a square lattice. *Phys. Rev. E* 58, 69-73. (1998)
- [124] Traulsen, A., Pacheco, J. M. & Nowak, M. A. Pairwise comparison and selection temperature in evolutionary game dynamics. *J. Theor. Biol.* 246, 522–529. (2007)
- [125] Traulsen, A., Claussen, J. C. and Hauert, C. Coevolutionary dynamics: from infinite populations. *Phys. Rev. Lett.* 95, 238701.

(2005)

- [126] Keeling, M. J. and Eames, K. T. D. Networks and epidemic models. *J. R. Soc. Interface* 2, 295–307. (2005)
- [127] Barabási, A. L. & Albert, R. Emergence of scaling in random networks. *Science* 286, 509–512. (1999)

## 第 3 章

# 有償 game exit オプション戦略を 含む 3 戦略系 $2 \times 2$ ゲームの 進化ダイナミクス解析

### 3. 1 本章の概要

利他的な行動がどのように出現し、個人間で維持されるかは、何十年にもわたって多くの統計物理学者や生物学者を魅了してきた科学的なパズルの 1 つといえる。進化ゲーム理論(EGT)は、この挑戦的な質問に取り組むためのさまざまな可能性を提供してきた[1] – [4]。EGT は、その典型的なフレームワークで、2 プレイヤーおよび 2 戦略ゲーム(つまり、 $2 \times 2$  ゲーム)を前提としている。このようなゲームでは、プレイヤーが自らの戦略を決定する。基本的な 2 戦略の状況では、協調(C)、または裏切り(D)のどちらかとなる。 $2 \times 2$  ゲームの 4 つのクラスの 1 つである囚人のジレンマ(PD)ゲームは、相互関係のメカニズムを考慮しない限り協調が生き残ることができないシナリオであることが示されている。PD ゲームは実際の社会的ジレンマを研究するためのメタファーとして使いやすいものであり、協調を強化する多くのメカニズムが研究されてきた。

そのようなメカニズムのなかで、ある 3 番目の戦略を追加することが協調の存続に役立つ場合がある。そのようなフレームワークはモデルに新たな相互関係メカニズムを生み出すことができる。たとえば、ゲームに参加せず、小さな利得を共有することに満足しているプレイヤーを表す、孤独な戦略タイプ(L)の追加( $\sigma$ )[5–9]は、PD ゲームの進化を大幅に変更することが明らかになっている。L 戦略は、孤独な(Lonery)戦略の名の通り、ゲームの相手がどのような戦略を取ろうと、それと関わらないため、常に一定の利得を得て、相手に利得を与えないという挙動を示す。利得表は表 4. 1 のようになる

表 3. 1 C, D, L の三戦略ゲームにおける利得表

ゲーム不成立時の利得を  $\sigma < 1$  とする。

Strategy	C	L	D
C	1	$\sigma$	$-D_r$
L	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$
D	$1 + D_g$	$\sigma$	0

ジレンマ強度が大きい場合、C, D, L が共存する 3 戦略ゲームにおいて L が D を抑圧し、それによってすべてのプレイヤーが相互に裏切りを起こす状況を回避できることが分析的に証明されている[5]。これは、L がゲームへの参加を拒否することに

より、D が C から搾取する機会が減ることになるためである。L の存在は、この効果によって D の利得を下げ、D を母集団から追い出して C を保護することになる。

一方、C は D に対して不利であり、L に対して有利である。したがって、この 3 戦略の関係は、じゃんけんのゲームと同様の周期的なダイナミクスをもたらすことになる。これは、確率的な摂動が存在する場合に周期的に変動するダイナミクスをもたらす 3 戦略ゲームの 1 つである [10]。

しかし、実際の状況での 3 番目の戦略としての L の有効性には疑いの余地がある。L は間接的に D の搾取と増長を抑えるが、C を補助するまたは D を罰する効果は持たない。この効果について、もっと直接的に D の増殖を抑える手段として、有償加罰 (P) として知られる戦略が提唱されている [8, 9, 11–17]。有償加罰戦略 P は原則として C として機能し、C または P のいずれかと協調する。ただし、P はコスト ( $\delta$ ) でペナルティ ( $\gamma$ ) を課すことによって D を罰する。これは、誰とも関わろうとしない L とは異なり、C と協調しながら、自らへの搾取的な行動を試みる D を積極的に攻撃し、排除するというものである。この場合の利得表を表 3. 2 に示す。

表 3. 2 C, P, D の三戦略ゲームにおける利得表  
加罰コスト  $\delta$  とペナルティ  $\gamma$  は  $\delta < \gamma$  であるとする。

Strategy	C	P	D
C	1	1	$-D_r$
P	1	1	$-D_r - \delta$
D	$1 + D_g$	$1 + D_g - \gamma$	0

3 番目の戦略としての P の導入は L の導入とは異なる動きをし、2 変数  $\gamma$  と  $\delta$  の数値設定によっては、つまり効果的かつ効率的な罰を D に与えることができれば、D を殲滅しうる。一方、L を含むゲームは、あるレベルの摂動で周期的なダイナミクスを確立することによって同様の状況を偶発的に生み出す可能性があるのみであり、D を排除する効果は P ほど強力ではない。

本章では、孤独ゲームと有償加罰ゲームを組み合わせた新しい 3 戦略ゲームを提案することで、より現実的なセッティングでの協調創発の可能性を模索する。具体的には、新たな戦略として、有償孤独戦略 (CL) を導入する。これは L ほど孤独ではなく、P ほど攻撃的でもない、双方協調できる場合には協調し、相手が自らに対する搾取を

試みる場合には撤退するというものである。CLは基本的に、DではなくCと相互作用するときに協調するため、3番目の戦略としてのCLは、LとPの両方と比較してより現実的な仮定と考えられる。CLはTFT [18]と同様の条件付き協調戦略といえる。ただし、CLは、Dとのゲームを回避する権利を得るための必要経費のモードとして、常に追加費用を支払う必要がある(a)。言い換えれば、CL戦略はGame exit option [19]に類似するが、税金のような常時のコストがかかる戦略である。

CLは、PのようにDを抑圧するために直接的に加罰行動に出るわけではない。この点で、CLはLに類似する。ただし、Lとは異なり、CLはDとのゲームから撤退するために追加コストを支払う必要があり、Lよりも不利になる可能性がある。ただし、Cと相互作用する場合、CLは比較的高い利得を享受できる。CLをLよりも有益にする相互協調によって、上記の欠点を薄める効果が期待される。ここで生じる問題は、多くの先駆者によって十分に研究されてきたLとPによる従来の2戦略ゲームと比較して、CLが協調を強化するためにどのように機能するかという点であり、本章もその点に焦点を置く。

本章の以下の節は、次のように構成されている。第2節でモデルの概略を紹介し、第3節で解析結果を示し、第4節で結論を示す。

### 3. 2 モデルの概略

2 戦略 PD ゲームでは、プレイヤーは相互協調(C)ごとに報酬(Reward)を意味する利得(R)を受け取り、相互離反(D)ごとに罰(Punishment)を意味する利得(P)を受け取ることになる。一方のプレイヤーが C を選択し、もう一方のプレイヤーが D を選択した場合、後者は誘惑(Temptation)と呼称される利得(T)を取得し、前者は搾取されながらも協調を行う様から聖人(Saint)と呼称される利得(S)を取得する。数学的な一般性を失うことなく、 $R = 1$  および  $P = 0$  と仮定することにより、 $2 \times 2$  のゲーム空間を以下のように定義できる。

$$\begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -D_r \\ 1+D_g & 0 \end{pmatrix},$$

ここで、 $D_g = T - R$  および  $D_r = P - S$  は、それぞれチキン型のジレンマ[20]および SH 型のジレンマ[21]を意味する。今回はゲームクラスを PD に制限する。表 4. 3 のように、利得表を定義する。コスト  $a$  はその現実的な意味合いに沿うよう、 $0 \leq a \leq 1$  に範囲を制限する。

表 3. 3 CL(有償孤独協調)戦略を第 3 戦略として導入した場合の利得表

Fraction	Strategy	C	CL	D
$x_1$	C	1	1	$-D_r$
$x_2$	CL	$1 - a$	$1 - a$	$-a$
$x_3$	D	$1 + D_g$	0	0

無限でよく混合された母集団を想定すると、戦略の割合( $f_C, f_{CL}, f_D$ ) は;  $\mathbf{x} \equiv \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$  と表現できる。エージェントの純粋な戦略を仮定すると各戦略は  $\mathbf{x}_1 \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{x}_2 \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{x}_3 \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  と表現され、レプリケータ方程式は次のように導出される。

$$\frac{\dot{x}_i}{x_i} = ({}^T \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{M} \mathbf{x} - {}^T \mathbf{x} \cdot \mathbf{M} \mathbf{x}), \quad (3. 1)$$

上付き文字 T は、転置演算子と添え字  $i \in \{1, 2, 3\}$  を示す。次の制約に注意されたい。

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1. \quad (3. 2)$$

平衡状態では、変化量が 0 であるため、以下のようなになる。

$$0 = x_i \cdot ({}^T x_i \cdot Mx - {}^T x \cdot Mx). \quad (3. 3)$$

変数を減らすため(2)式を(3)式に代入し、2つの未知変数(x1 と x2)を持つ連立3次方程式が得られる。理論的には、2つの変数を持つ同時三次方程式は、一般に最大で3の2乗、すなわち9の解を持つ。ただしこの場合、重根のため平衡の数は6となる。3つの自明な平衡は、(1 0 0) (Equilibrium #1), (0 1 0) (Equilibrium #2), (0 0 1) (Equilibrium #3)となる。他の3つの自明でない平衡は、次のように導出される。

$$\text{Equilibrium \#4: } \left( \frac{D_r}{-D_g+D_r} \quad 0 \quad \frac{-D_g}{-D_g+D_r} \right),$$

$$\text{Equilibrium \#5: } \left( \frac{-a+D_r-aD_r}{(1+D_g)D_r} \quad \frac{-aD_g+aD_r+D_gD_r}{(1+D_g)D_r} \quad \frac{a}{D_r} \right),$$

$$\text{Equilibrium \#6: } (0 \quad a \quad 1-a).$$

Equilibrium #4 は常に、全てのエージェントが C である状態(1 0 0)と全てのエージェントが D である状態(0 0 1)の間に存在する。Equilibrium #4 は PD ゲームの条件( $0 \leq D_g \leq 1$  and  $0 \leq D_r \leq 1$ )下において  $f_c < 0$  または  $f_d < 0$  となる。

より正確には、 $D_g > D_r$  (チキン型のジレンマが SH 型のジレンマより強い) 場合、Equilibrium #4 は  $f_c < 0$  をもたらし、逆に  $D_g < D_r$  (SH 型のジレンマがチキン型のジレンマより強い) 場合、Equilibrium #4 は  $f_d < 0$  をもたらす。

Equilibrium #6 は、全員が CL である状態(0 1 0), )と全員が D である状態(0 0 1)を結ぶ境界線上に存在する。よりコストのかかる状況( $a \cong 1$ )では、ゲームを終了するためのコストが高いために CL が生き残るのが困難になるため、Equilibrium #6 は(0 1 0)に近づく。

上記の均衡と比較すると、Equilibrium #5 は特異的なものであり、特定の状況下でのいわゆる内部均衡となる。Equilibrium #5 の解は三角形(1 0 0), (0 1 0), (0 0 1). の範囲内にある場合にのみ、戦略空間の内部均衡として意味のある解となる。

### 3. 3 解析結果

前節までの前提を踏まえ、ゲーム構造を定義する  $D_g$ ,  $D_r$ ,  $a$  の 3 変数を変化させながらレプリケータ方程式の数値解析を行った。より詳細には、3 戦略の戦略比を 0.1 刻みで変化させた合計 55 の点において、それぞれの社会平均利得、各戦略の平均利得を計算、計算された平均利得によるレプリケータ方程式からどの戦略が増え、どの戦略が減るか、つまり戦略の勾配を求めた。

図 3. 1 は、 $f_c - f_{CL} - f_D$  の三戦略空間における社会的平均利得について、色で平均値を、ベクトルで戦略の勾配を示したものである。  $a$  の数値設定によって A から E に分類し、それぞれに各 5 枚表示する図は、 $D_g$  と  $D_r$  の 5 つの代表的な設定に対応する。 Equilibrium #5 と Equilibrium #6 は、2 つの白丸で示されている。

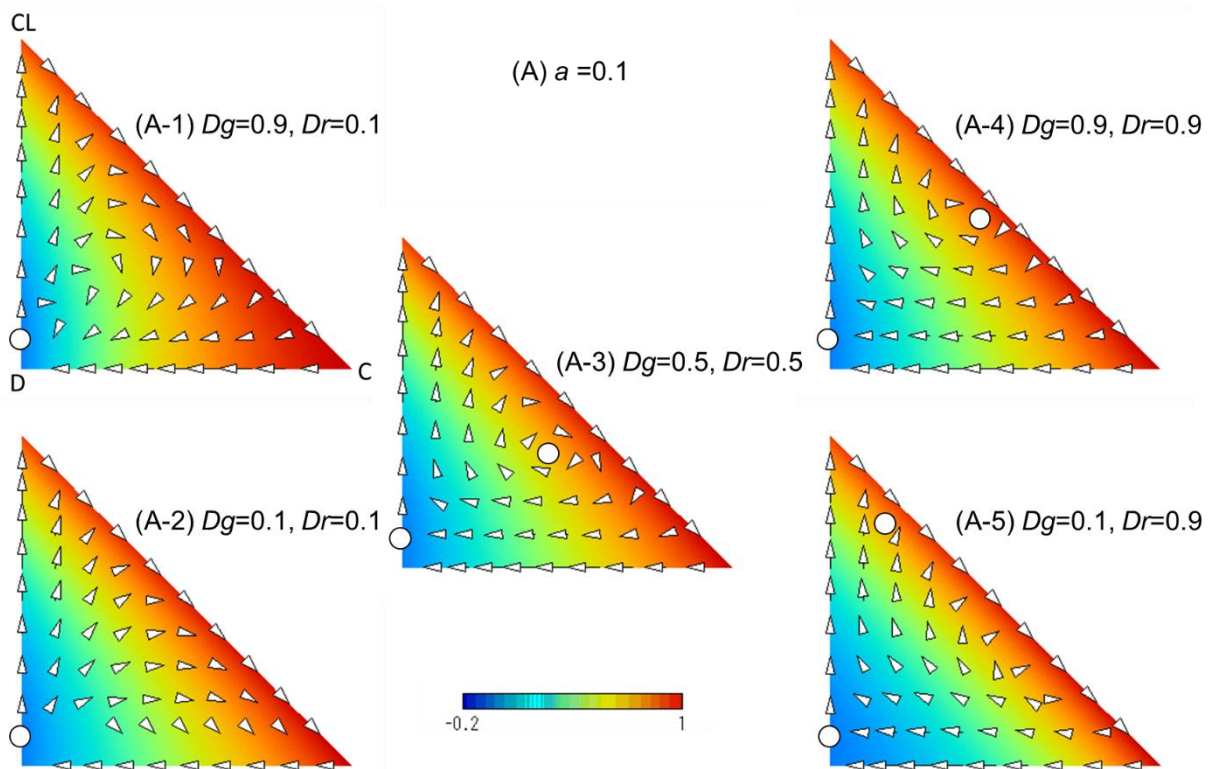


図 3. 1 (A).  $a = 0.1$  の場合の  $f_{point} = (f_c \ f_{CL} \ f_D)$  から導かれる戦略勾配のベクトルマップ。

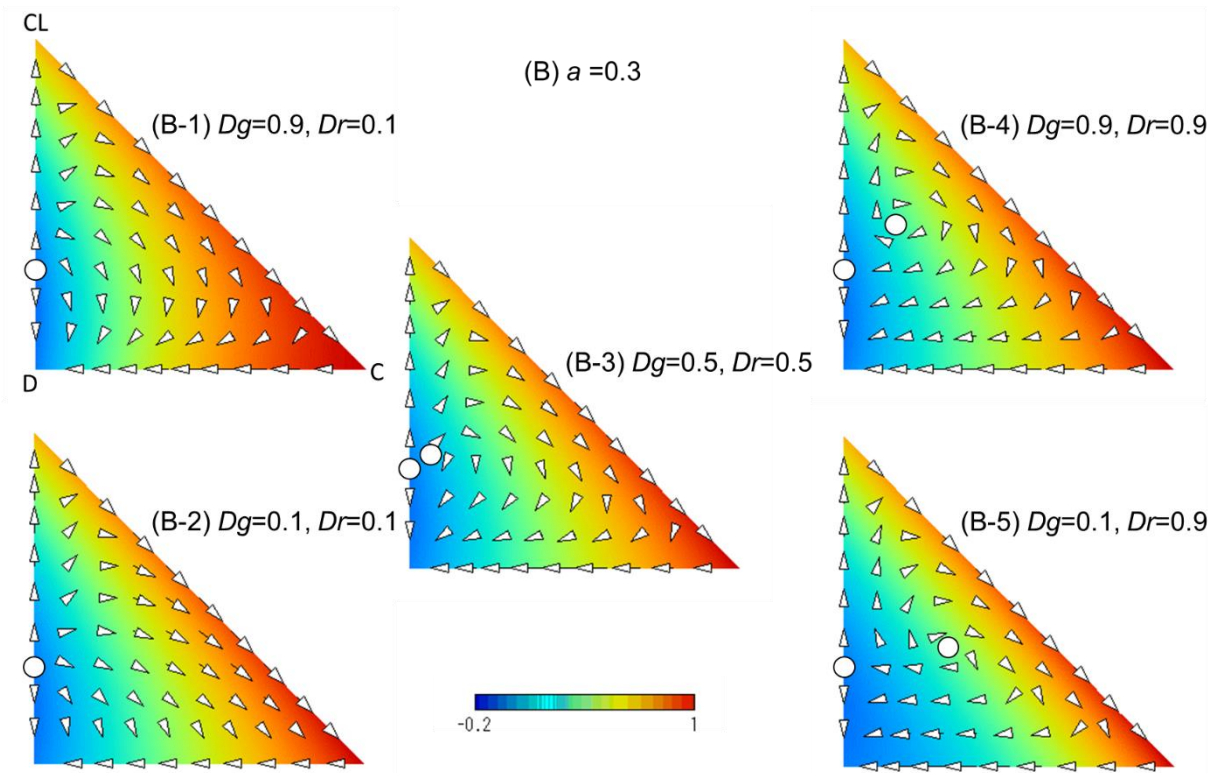


図 3. 1 (B).  $a = 0.3$  の場合の  $f_{point} = (f_c \ f_{cL} \ f_D)$  から導かれる戦略勾配のベクトルマップ.

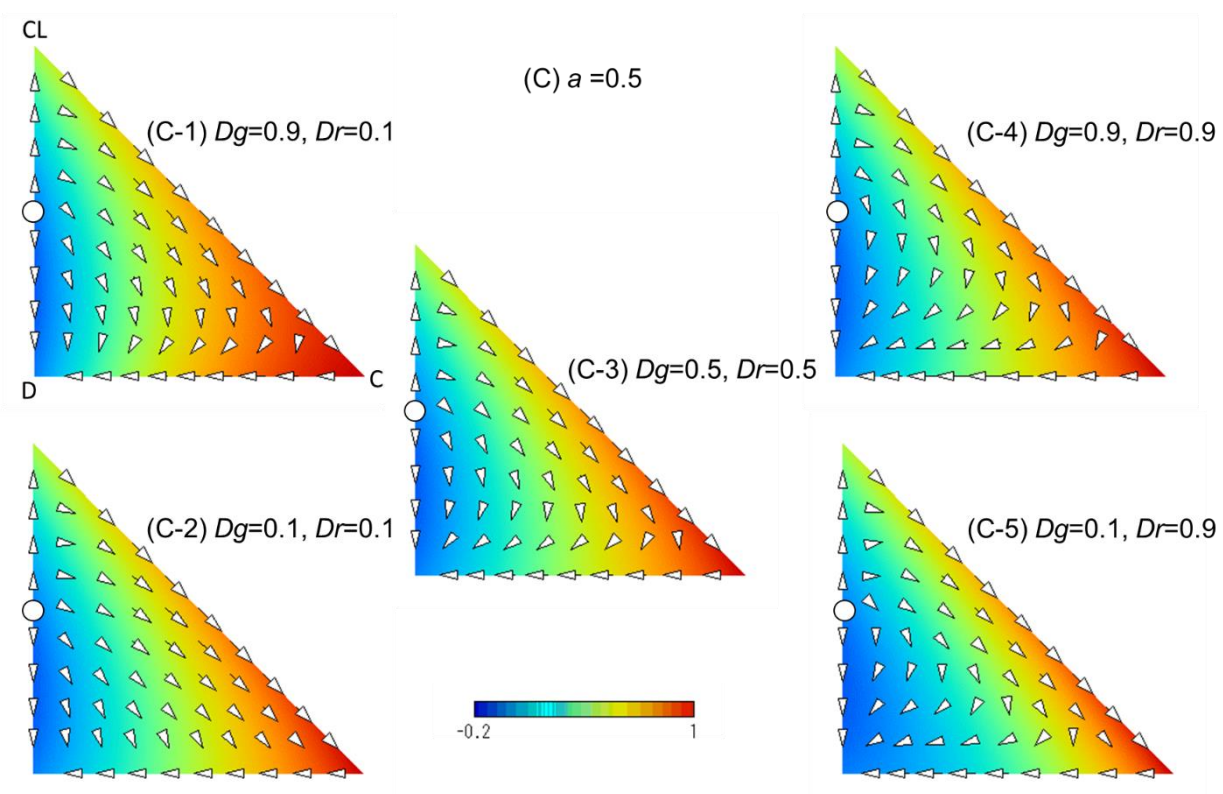


図 3. 1 (C).  $a = 0.5$  の場合の  $f_{point} = (f_c \ f_{CL} \ f_D)$  から導かれる戦略勾配のベクトルマップ.

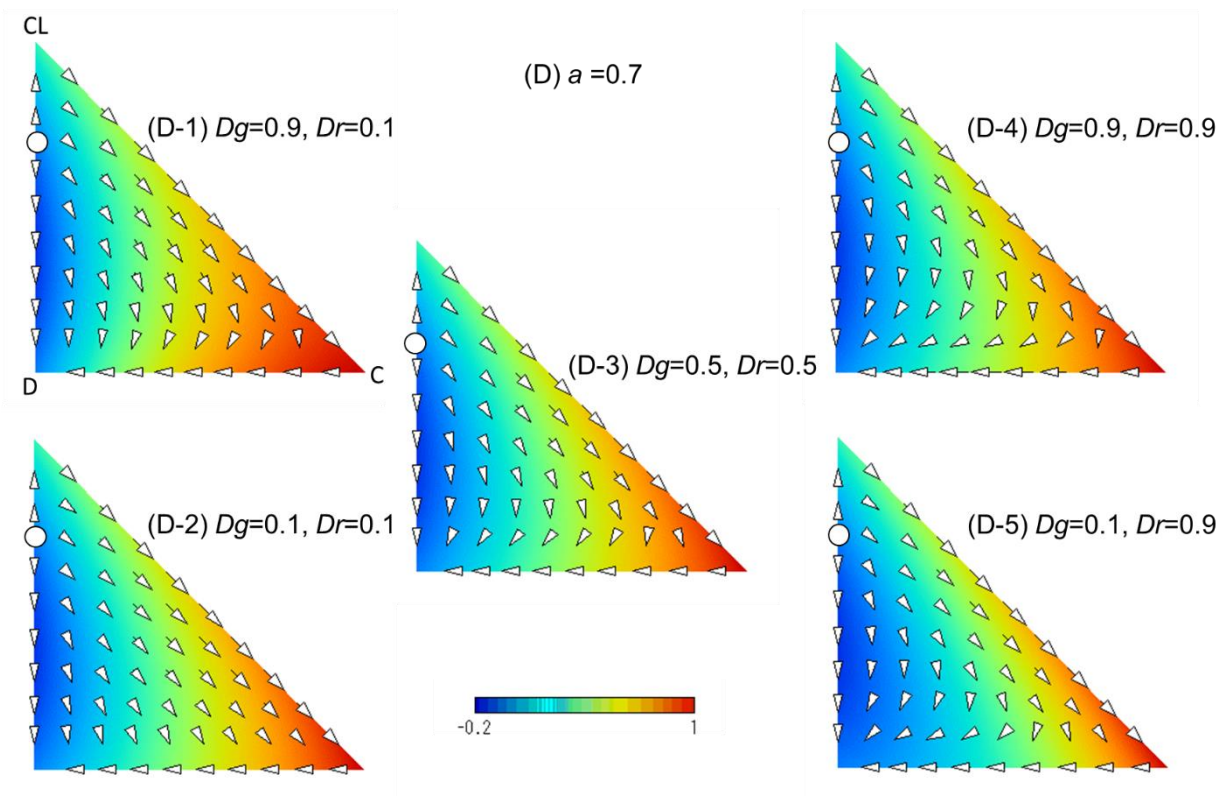


図 3. 1(D).  $a = 0.7$  の場合の  $f_{point} = (f_c \ f_{CL} \ f_D)$  から導かれる戦略勾配のベクトルマップ.

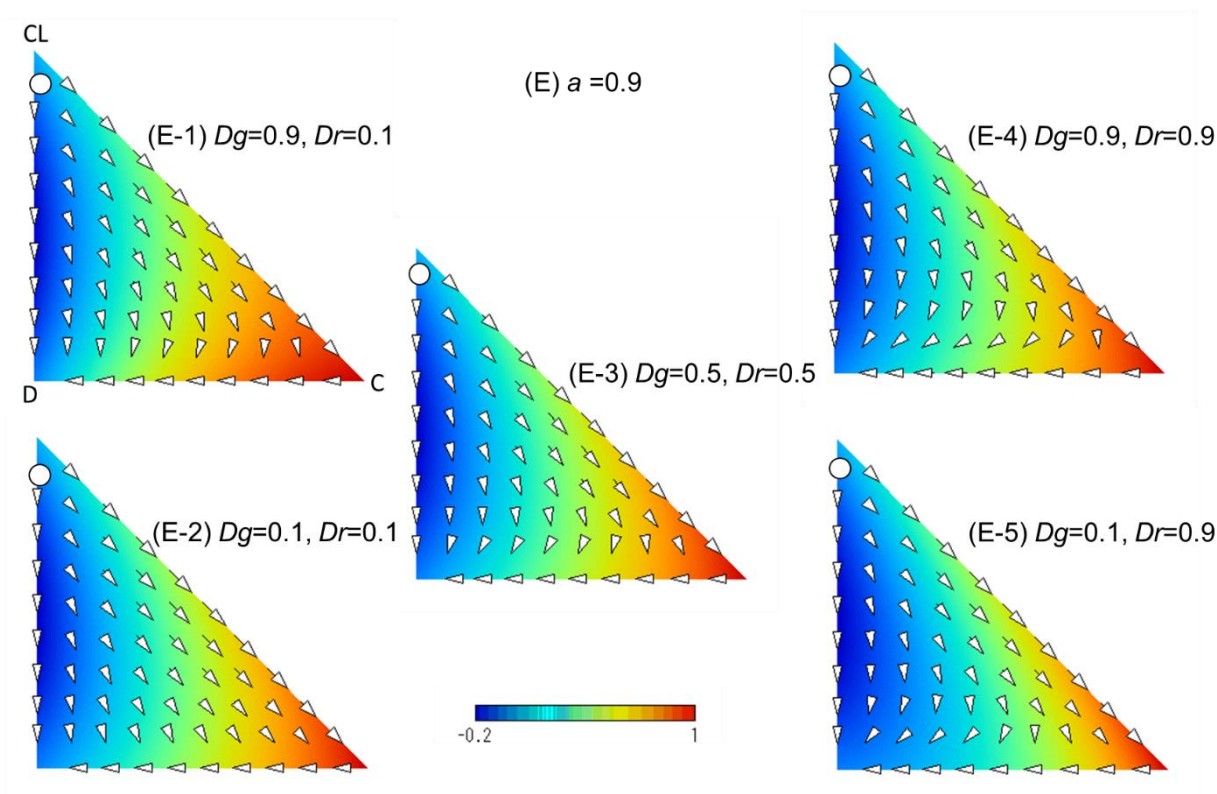


図 3. 1 (E).  $a = 0.9$  の場合の  $f_{point} = (f_c \ f_{CL} \ f_D)$  から導かれる戦略勾配のベクトルマップ.

図内のベクトルは以下のように導かれる各戦略の平均利得の勾配を現す.

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{1} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}) \cdot \mathbf{M} \begin{pmatrix} f_c \\ f_{CL} \\ f_D \end{pmatrix} - (f_c \ f_{CL} \ f_D) \cdot \mathbf{M} \begin{pmatrix} f_c \\ f_{CL} \\ f_D \end{pmatrix} \\ (\mathbf{0} \ \mathbf{1} \ \mathbf{0}) \cdot \mathbf{M} \begin{pmatrix} f_c \\ f_{CL} \\ f_D \end{pmatrix} - (f_c \ f_{CL} \ f_D) \cdot \mathbf{M} \begin{pmatrix} f_c \\ f_{CL} \\ f_D \end{pmatrix} \\ (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{1}) \cdot \mathbf{M} \begin{pmatrix} f_c \\ f_{CL} \\ f_D \end{pmatrix} - (f_c \ f_{CL} \ f_D) \cdot \mathbf{M} \begin{pmatrix} f_c \\ f_{CL} \\ f_D \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

社会平均利得は  $a$  の増加とともに減少する. これは非常にシンプルな結果であり, 本質的にゲームの定義に起因する ( $a$  が大きいほど, CL が D と出会った際に CL が高いコストを支払うことになるため). ベクトルマップからは, 3 つの戦略の間に周期的な変動が存在することを示すように見えるが, 後述する図 3. 2 に示すように, 進化経路は最終的には全員 D の状態に吸引される. いくつかのパラメータ設定における

Equilibrium #6 と #5 は、最終的に全員 D に吸引されるためである。  $a$  の増加に伴い、進化経路は、協調的な戦略、つまり C と CL のより速い絶滅を示す。この意味で、観察された結果は、直感的な感覚にはやや反するものの、定性的な観点からは自然なものと言える。

図 3. 2 に、いくつかの初期境界条件から展開された軌道を示す。(A)と(B)は、それぞれ  $a = 0.1$  と  $0.5$  の結果である。各パネルには、図 3. 1 と一致する  $Dg$  と  $Dr$  の 5 つの設定が含まれる。白丸は初期条件を表し、黒丸は平衡状態を表す。これらの軌道はすべての場合において、最終的に全員 D の結末を迎える。

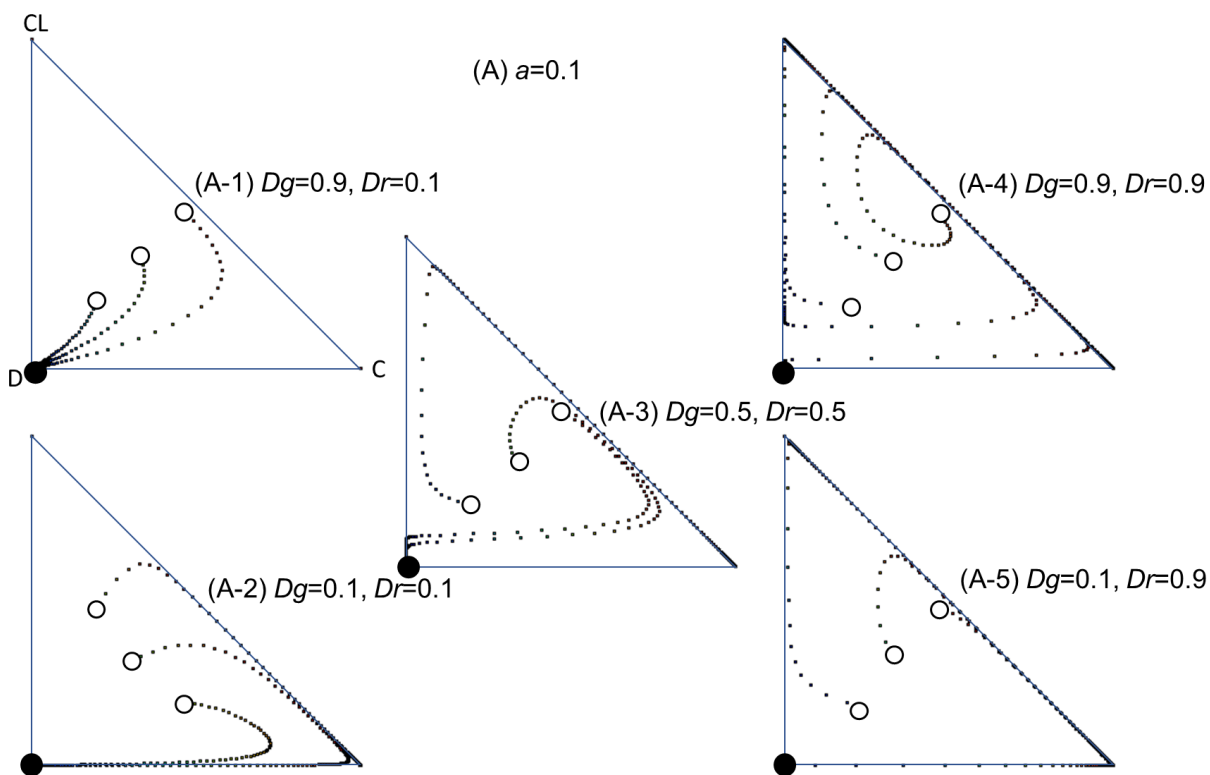


図 3. 2 (A).  $a = 0.1$  の場合の初期条件からの軌道.

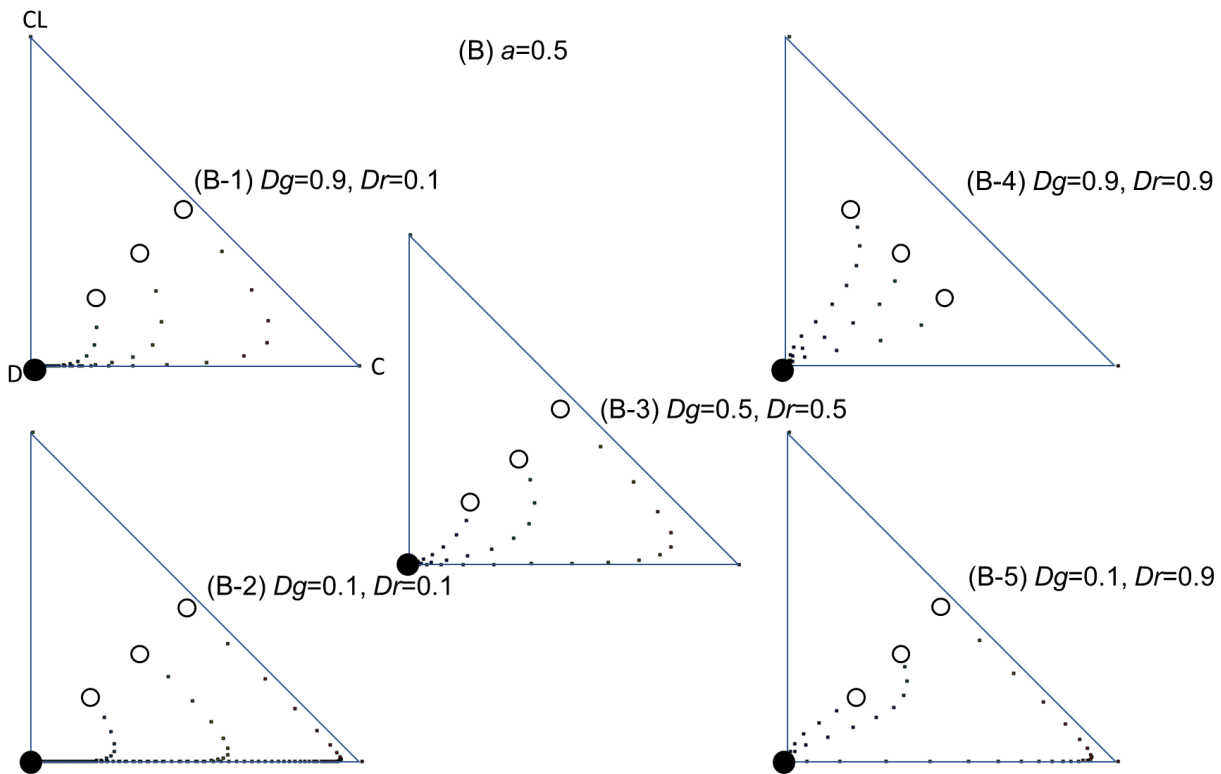


図 3, 2 (B).  $a = 0.5$  の場合の初期条件からの軌道.

かなり CL に有利な設定と言える、十分に小さい  $a$  を設定した場合でも、CL は安定して生存できず、C と同様に最終的には消滅する。その結果、いずれにせよ D が支配的となる。たとえ低いジレンマの強さが課されたとしても、常に同様の結果となる。この結果は、有償の CL を導入した現在の 3 戦略ゲームは、十分に混合された無限集団を仮定する限り D 支配の状態によって進化経路が常に吸収される標準的な  $2 \times 2$  PD ゲームで観察される進化像を変更しないことを意味する。C と D 以外の 3 番目の戦略の導入が PD の状況を緩和できるかどうかに関して、CL の存在は、L を使用した両方の 3 戦略ゲーム(以下「Loner game」と呼称する。)および有償加罰オプションのみ(以下「Punishment game」と呼称する。)より効果が薄かったといえる。

この結果について、筆者は以下のように推論している。

まず L は、Loner game の  $\sigma$  に応じて、C または D のいずれが相手であっても一定の利益を得ることができる。換言すれば、Loner game は、L が「他の人が戦っている間に利益を得る」という構造になっている。対照的に、Punishment game は別のメカニ

ズムに依存している。コストと罰金の組み合わせによっては、DはCから搾取するが、PはDに対してはコストを払って攻撃し、CとPが出会えば利得は等しいという、3つの戦略の間に微妙なバランスが存在する可能性がある。これはじゃんけんゲームで通常観察されるメカニズムに類似する。3つの戦略の中でのこのようなバランスが保たれ、長期的にはDではなくPとCの両方または片方が生き残る可能性が生じうる。

CLを第3戦略として提案するゲームでは、上記の2つのゲームと大きく異なる状況が生じる。CLは、CとCLの間の利得において、常に $a$ だけCより劣っている状態となる。CLはCが生き残るのを助け、Dを引きずり下ろすことができるものの、CLはDとCLの間の利得に関しても、常に $a$ だけ常にDより不利である。したがって、それぞれの戦略との相互作用においてCLは常に他の2つよりも弱い状態に置かれる。必然的に、CLは最初に絶滅する傾向があり、その後CとDがいわゆる一騎打ちする状況が続くことになる。したがって、CLの全滅後に2×2PDゲームと全く同じ状態となり、通常の結末同様最終的にはDのみが存在する状況となる。

図3.2では、観測されたすべての軌道がこのシナリオに沿っているが、D-CL-Cの中で多少の変動(たとえば、図2(A-3)および(A-4))が時間内に発生することがある。

CLの元々のアイデアは、LとPの2つの戦略タイプに触発されたものである。PDゲームのジレンマ緩和のために、CLが支払うコストでLがDに対して機能することを期待していた。ただし、CLは明示的にDを罰することはなく、CLを受動的に悪用することをDに対して妨げているのみである(これが「L」と名付けた主な理由である)。さらに、CLがCと接触する場合でもコストがかかるため、Punishment gameで発生するのとは異なり、CLはCと同等の関係を確立できない。したがって、CL戦略タイプは、PDの状況を緩和するための3番目の戦略としては不十分なものとなる。

### 3. 4 本章の結論

本章では、新しい3番目の戦略としてCLを定義した。CLはLの機能(Game exit option)とPunishmentのフレームワークに触発されたものであるが、本章の分析では、CLの導入は、PDの状況を緩和しないことが明らかになった。これは、(1)CLは、従来のコストのかかる有償加罰戦略とは対照的に、Dの利得を低下させるのにそれほど強力ではないこと、(2)CLは他の2つから完全に独立しておらず、常に利得の上で不利な状態になることによる。これらにより、CLは、協調的な方法で進化のダイナミクスを作成することにはあまり有効でないといえる。したがって、CとDに「第3の戦略」を追加して社会システムを設計する場合、本章で検討したCLよりも、従来の孤独な戦略または罰則戦略のいずれかを含む、現実的かつより強力な戦略を導入する必要がある。

近年 Wang et al が報告した C, D, および P が想定される公共財ゲームに基づくマルチプレイヤーおよび3戦略ゲームの新しいフレームワークでは、3つの戦略タイプにはそれぞれ異なる「報酬」が与えられる。この「報酬」の制御パラメータに応じて、3つの異なる進化の軌跡が現れる可能性がある。1)P吸収。2)P吸収またはD吸収の双安定平衡。3)PとCのD吸収または多形シンクの双安定平衡[22]。このような報酬フレームワークの導入により、PはC(およびD)よりも有利なステータスが与えられる。これは、費用をかけてでもDに対する罰を意図的に実践する協調者は称賛されるべきであり、彼らの献身に対して補償されるべきであるという私たちの社会的コンセンサスによって正当化される可能性がある。全体として、彼らのモデルは、何らかの形で協調的な均衡を確立することを可能にする。

また、Szolnoki らの研究を引用する必要がある [23]。この画期的な研究では、3番目の戦略として戦略「T」を導入した。これはTFTのような戦略といえる。「T」はCLと同じ役割を果たすことを定義した。しかし、彼らはPDゲームを  $D_g = D_r$  であるいわゆる Donor&Recipient ゲームに限定し、ネットワークの相互関係を考慮した。この分野の先駆的な研究[24-30]を参照して、我々の将来の研究には、現実世界のPDまたはそれに類似する状況に対して、より現実的な第3の戦略を考案するために、孤独な機能の代わりに「報酬」フレームワークが機能する方法の調査が想定される。ま

た，本章ではカバーされていない別の側面として，十分に混合されたものの代わりに空間構造がここで観察された結果を変える可能性があるかどうかという点がある．

## 参考文献

- [1] Weibull, J. W. ; *Game Theory*, MIT Press, Cambridge, 1995.
- [2] Tanimoto, J. ; *Mathematical Analysis of Environmental System*, Springer, Tokyo, 2014.
- [3] Nowak, A. M. ; *Evolutionary dynamics: Exploring equations of life*, Belknap Press, New York, 2006.
- [4] Hofbauer. J., Sigmund, K. ; *Evolutionary games and population dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge 1998.
- [5] Hauert, C. , De Monte, S. , Hofbauer, J. , Sigmund, K. ; Volunteering as Red Queen mechanism for cooperation in public goods games, *Science* **296 (5570)**, 1129–1132, 2002.
- [6] Michor, F., Nowak, M. A. ; The good, the bad and the lonely, *Nature* **419**, 677–678, 2002.
- [7] Jeong, H. C., Oh, S. -Y., Allen, B., Nowak, M. A. ; Optional games on cycles and complete graphs, *Journal of Theoretical Biology* **356**, 98–112, 2014.
- [8] Schoenmakers, S., Hilbe, C., Blasius, S. Traulsen, A. ; Sanctions at honest signals The evolution of pool punishment by public sanctioning institutions, *Journal of Theoretical Biology* **356**, 36–46, 2014.
- [9] Garcia, J., Traulsen, A. ; Leaving the loners alone Evolution of cooperation in the presence of antisocial punishment, *Journal of Theoretical Biology* **307**, 168–173, 2012.
- [10] Szolnoki, A., Mobilia, M., Jiang, L. -L., Szczensny, B., Rucklidge, A. M., Perc, M. ; Cyclic dominance in evolutionary games: a review, *Journal of the Royal Society Interface* **11**, 20140735, 2014.
- [11] Fehr, E., Gächter. S. ; Altruistic punishment in humans, *Nature* **415**, 137–140, 2001.
- [12] Henrich, J., Boyd, R., Bowles, S., Camerer, C., Fehr, E.,

- Gintis, H., McElreath, R. ; In search of homo economicus: behavioral experiments in 15 small-scale societies, *The American Economic Review* **91**, 73–78, 2001.
- [13] Rand, D. G., Ohtsuki, H., Nowak, M. A. ; Direct reciprocity with only costly punishment: Generous tit-for-tat prevails, *Journal of Theoretical Biology* **256**, 45–57, 2009.
- [14] Sekiguchi, T., Nakamaru, M. ; Effect of the presence of empty sites on the evolution of cooperation by costly punishment in spatial games, *Journal of Theoretical Biology* **256**, 297–304, 2009.
- [15] Rand, D. G., Armao IV, J. J., Nakamaru, M., Ohtsuki, H. ; Anti-social punishment can prevent the co-evolution of punishment and cooperation, *Journal of Theoretical Biology* **265**, 624–632, 2010.
- [16] Szolnoki, A., Szabo, G., Perc, M. ; Phase diagram for the spatial public goods game with pool punishment, *Physical Review E* **83**, 036101, 2011.
- [17] Shinao, H., Nakamaru, M. ; Strict or graduated punishment? Effect of punishment strictness on the evolution of cooperation in continuous Public Goods Game, *PLOS One* **8 (3)**, e59894, 2013.
- [18] Axelrod, R. ; The Evolution of cooperation, Basic Books, New York, 1984.
- [19] Schuessler, R. ; Exit Threats and Cooperation under Anonymity, *Journal of Conflict Resolution* **33**, 728–749, 1989.
- [20] Wang, Z., Kokubo, S., Jusup, M, Tanimoto, J. ; Universal scaling for the dilemma strength in evolutionary games, *Physics of Life Reviews* **14**, 1–30, 2015.
- [21] Tanimoto, J., Sagara, H. ; Relationship between dilemma occurrence and the existence of a weakly dominant strategy in a two-player symmetric game, *BioSystems* **90**, 105–114, 2007.

- [22] Wang, Q., He, N., Chen, X. ; Replicator dynamics for public goods game with resource allocation on large population, *Applied Mathematics and Computation* **328**, 162–170, 2018.
- [23] Szolnoki, A., Perc, M., Szabo, G. ; Phase diagram for three-strategy prisoner’s dilemma games on regular graphs, *Physical Review E* **80**, 056104, 2009.
- [24] Li, X., Jusup, M., Wang, Z., Shi, L., Podobnik, B., Stanley, H. E., Havlin, S., Boccaletti, S. ; Punishment diminishes the benefits of network reciprocity in social dilemma experiments, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* **115** (1), 30-35, 2018.
- [25] Huang K., Zhang, Y., Li, Y., Yang, C., Wang, Z. ; Effects of external forcing on evolutionary games in complex networks., *Chaos* **28**, 093108, 2018.
- [26] Huang, K. , Chen, X. , Yu, Z. , Yang, C. , Gui, W. ; Heterogeneous cooperative belief for social dilemma in multi-agent system, *Applied Mathematics and Computation* **320**, 572-579, 2018.
- [27] Perk, M., Jordan, J. J., Rand, D. G., Wang, Z., Boccaletti, S., Szolnoki, A. ; Statistical physics of human cooperation, *Physics Report* **687**, 1-51, 2017.
- [28] Perc, M. , Gomez-Gardenes, J. , Szolnoki, A. ; Evolutionary dynamics of group interactions on structured populations: a review, *Journal of the Royal Society Interface* **10** (80), 20120997, 2013.
- [29] Wang, Z., Jusup, M., Wang, R. W., Shi, L., Iwasa, Y., Moreno, Y., Kurths, J. ; Onymity promotes cooperation in social dilemma experiments, *Science Advances* **3** (3), e1601444, 2017.
- [30] Wang, Z., Jusup, M., Shi, L., Lee, J. H., Iwasa, Y., Boccaletti, S. ; Exploiting a cognitive bias promotes cooperation in social dilemma experiments, *Nature Communications* (9), 2954, 2018.

## 第4章

# 中間的防御戦略の導入が vaccination game の進化機構に及 ぼす影響に関する研究

## 4. 1 本章の概要

本章では、感染症の蔓延に関する SIR モデルと組み合わせた進化ゲーム理論に基づいて、予防接種を受ける意思決定プロセスを再現するモデルを構築する。

完全免疫をもたらす予防接種を受けるか否かという 2 つの極端な選択肢とは異なり、マスク、うがい、手洗いなどの「中間防御策」は不完全な防御効果につながると考えられる。

そこで、個別の中間手段として「第 3 の戦略」を導入するだけでなく、予防接種を受ける場合と受けない場合をつなぐ継続的な戦略空間を導入することを検討する。

興味深いことに、この進化論的分析は、中間措置の導入は、ワクチン接種の取得または取得のいずれかのみが生存する結末となり、2 戦略系と比較し、感染拡大防止の観点からは改善されないまたは悪化することを示唆した。

これは、2 プレイヤーおよび 2 戦略(2×2)の囚人のジレンマ(PD)ゲームのうち、チキン型のジレンマが比較的強くなっている場合に中間的戦略を導入したときに観察された、協調を強化する結果とは大きく異なるように思われる。

序論でも示した通り、感染症の蔓延は、特に急速に成長する大都市や高速道路、そして長距離公共交通機関の発達を背景に、地球規模で現代の人間の生活環境に対する重大なリスクの 1 つと見なされているため、多くの社会的注目を集めており、公衆衛生の観点から、先制予防接種は感染の拡大を防ぐのに効果的である。

しかし、公的費用の制限[1]があるため、実際に起こりうるすべての感染症を網羅することは非常に困難であるため、インフルエンザなどの季節性感染症に関する限り、多くの開発途上国では、乳幼児、高齢者、社会的・身体的障害者に適切な補助金を支給する、いわゆる自主的予防接種政策が適用されている。

この場合、一人一人が予防接種を受けるかどうかは、経済の個々の状況、リスク認識、および公的協力の精神に影響されるそれぞれの意図に完全に依存することになる。

一方、集団免疫が達成されると、非ワクチン接種者も感染を回避することができる。

したがって、人々の中で、費用を一切支払わず、「公共財」としての集団免疫の恩恵を受ける「フリーライダー」になる強いインセンティブが生まれる。これはよく知られている「予防接種のジレンマ」であり、ナッシュ均衡が最大の社会的見返りをもたらす状況と

矛盾する数学的社会的ジレンマゲーム[2-4]でモデル化される。

このような背景から、進化ゲーム理論と組み合わせた数学的疫学モデルの先行研究のバッチが過去何年にもわたって報告されている[5-6]。

そのような先駆的な研究の1つは、Fuらの研究[5]である。彼等はワクチン接種ゲームの元のテンプレートを提唱した。ワクチン接種ゲームは、SIRモデルに従ってソーシャルネットワークを介して感染症が広がり、空間構造化されたエージェントは前の時間ステップで得られた利得に基づいて戦略を更新する。

福田らは、Fuの元のモデルに従いつつ、新しい戦略更新の概念[7]を開発した。感染拡大モデルが戦略更新ネットワーク[8]と一致せず、ソーシャルネットワークに頑固なワクチン接種者と非ワクチン接種者がいる場合にどうなるかを調査した[9]。

これらの以前研究では、戦略セットは2つ存在する。ワクチン接種を受ける、つまり、エージェントがシーズン中に完全な免疫を得るためにワクチン接種を受けることを意味する戦略と、予防接種を受けない、つまり、エージェントは予防接種を受けず、集団免疫に無料で乗ることを期待する戦略である。

現実の世界で起こっていることは、このタイプの理想的なバイナリ状況とは異なる。

実際、インフルエンザの予防接種に高額のコストを払う代わりに、マスク、うがい、手洗いなどのより身近な予防策を講じることに頼る人も存在する。

それらの効果はワクチンほど強力ではないと考えられるものの、同時に予防接種を受けることと比較して低コストである。

これらの予防策のそれぞれが実際にコストパフォーマンスの観点からどれほど効果的であるかという問題とは別に、この種の間接措置(以下、自己防衛と呼ぶ)が社会全体の効率にとって意味があるかどうかを調べるのが、本章の目的である。

Zhangら[5]は同様の研究を行っているが、彼らの研究では次の点で単純化がなされており、より現実的な研究が必要であると考えられる。まず、中間的な戦略に従うエージェントが確率的に完全な免疫を得る(ワクチン接種を受けるのと同じ)または何も得ない(ワクチン接種を受けないのと同じ)という戦略として自己防衛を導入した。

これは、誰かが予防接種よりも安い宝くじを購入し、彼の戦略的価値(自己防衛)を参照する宝くじに従って確率的に実際の予防接種を受けるようなものといえる。

これは、ある確率で流行期の感染を完全にシャットアウトするという性質であり、マスクをつけるなどの自己防衛によって、流行の拡大中に感染の危険にはさらされつつも、感染する確率そのものを低減する、という、現実的な感覚とやや乖離があると思われる。

第二に、Zhang らは自己防衛のコストパフォーマンスにあまり注意を払っていなかった。これは、自己防衛がワクチン接種と比較してはるかに低コストで非常に大きな保護効果を実現する非常に効果的な中間手段である場合や、その逆である場合、といった、現実的に存在しうる可能性について研究の余地があるということである。

この観点から、本章では予防接種を受けるか受けないかと比較した自己防衛のコストパフォーマンスに関する全体的かつ体系的な議論を行うことを目指す。

本章ではこの問題に取り組み、社会に中間措置を導入することが実際にどれほど意味があるかについての計算機実験の結果を提示する。

本章は第2節で数値シミュレーションのモデルの説明と仮定を示し、第3節で数値シミュレーションの結果と考察を述べ、最後に第4節で結論を述べる。

## 4. 2 モデルの説明

### 4. 2. 1 ネットワーク上の予防接種ゲームの基本的なフレームワーク

まず、2章でも説明した基盤となるネットワークでの従来のワクチン接種ゲーム[7-9]のモデルについておさらいする。

簡単な為、完全な免疫につながる予防接種を受けるか、予防接種を受けないかのいずれかが可能な2戦略系を暫定的に想定する。また、ここでは、感染症の季節性を想定する。

このような感染症の場合、ワクチンの効果は一時的なものであるため、流行の季節ごとに予防接種を必要とする。

したがって、モデルダイナミクスは、ワクチン接種キャンペーン(第1段階)と流行シーズン(第2段階)の2つの段階で構成される。

最初の段階(ワクチン接種キャンペーン)では、各エージェントは自分の戦略に従って予防接種を受けるかどうかを決定する。

予防接種を受けたエージェントは、予防接種の金銭的負担または予防接種に伴う潜在的なリスクの費用を意味する予防接種費用  $C_V$  を負担する必要がある。さらに簡単のため、ワクチン接種されたエージェントは季節に完全な免疫を得ると仮定する。

一方、予防接種を受けていないエージェントは、季節性の感染症に感染するリスクがある。

第2段階(流行シーズン)では、感染症の広範な蔓延を引き起こす可能性のある、最初に感染したエージェント(初期感染者。その数を  $I_0 = 5$  と想定)がネットワーク上に配置される。

感染症は、ガレスピーアルゴリズムを想定した SIR ダイナミクスに従うことでネットワーク上を伝播する[10]。

SIR モデルは、エージェントを感受性(S)、感染性(I)、または免疫性(R)のいずれかのグループに分類する。

1人1日あたりの感染率  $\beta$  [day<sup>-1</sup>person<sup>-1</sup>]と1日あたりの回復率  $\gamma$  [day<sup>-1</sup>]について、それぞれ  $\beta = 0.5$  と  $\gamma = 0.3$  と仮定[6]する。総人口サイズは  $N = 4900$  と仮定し、2つの代表的なネットワーク構造、つまり2次元正方格子と Barabási & Albert アルゴリズム(以下、BA-SF)に基づくスケールフリーネットワーク[11]を仮定する。

想定される2つのネットワークの平均次数は $\langle k \rangle = 4$ と仮定する.

最初のステップでは, ワクチン接種されたエージェントを意味する同数の  $S$  と  $R$  が, 基盤となるネットワークにランダムに配置されることになる.

#### 4. 2. 2 中間措置の定義-自己防衛戦略

繰り返しになるが, 従来の設定では, ワクチン接種(完全な免疫)とワクチン接種なしの2つの戦略がある.

本研究では, 中間戦略を導入する. 重要な点は, 戦略  $i$  のコスト( $\sigma_i \cdot C_r$ ,  $\sigma_i \in [0, 1]$ はコスト係数を示す)とその有効性 $\zeta_i \in [0, 1]$ (完全な免疫と比較して戦略  $i$  がどれだけ効果的に機能できるかを意味する)との関係を規定するコストパフォーマンスである.

一つのコストパフォーマンスの特殊な状況として $\zeta_i = \sigma_i$ , つまり, 完全な免疫( $\sigma_i, \zeta_i = (1, 1)$ )とワクチン接種なし( $\sigma_i, \zeta_i = (0, 0)$ )の両方の制限を含み, ワクチン接種戦略と比較して特定のコスト上有利でも不利でもないフェアな関係がある.

コストパフォーマンスの関係は,  $(\sigma_i, \zeta_i) = (1, 1)$ および $(\sigma_i, \zeta_i) = (0, 0)$ の2点を含む必要があり, 加えて, この関係は, フェアな関係よりも中間的な措置の方が有利である場合に限定することができる.

この制限がなければ, 自己防衛戦略は進化の過程で生き残ることはできないためである.

これらすべての前提の為, いわゆる超楕円[12]がコストパフォーマンスの関係として機能すると仮定する.

実際に, 次の超楕円関数を仮定すると, さまざまな状況を再現できる.

$$\zeta_i = (1 - (1 - \sigma_i)^n)^{1/n} \quad (4. 1)$$

ここで,  $n$  は形状パラメータを示す.  $n = 1$  であれば $(\sigma_i, \zeta_i) = (1, 1)$ および $(\sigma_i, \zeta_i) = (0, 0)$ を結ぶ線分となり,  $n = 2$  であれば $(\sigma_i, \zeta_i) = (1, 1)$ および $(\sigma_i, \zeta_i) = (0, 0)$ を通過する円の弧となる

次小節で詳述するが, 連続戦略系は式(4. 1)の条件を満たす任意の $(\sigma_i, \zeta_i)$ が無数に存在する形で戦略を定義し, 3 戦略系の3番目の戦略(中間戦略)は,  $\frac{\delta \zeta_i}{\delta \sigma_i} = 1$ となる $(\sigma_i, \zeta_i)$ を想定する.

### 4. 2. 3 利得構造

再度 2 章の内容を繰り返すことになるが，流行シーズンは感染性病原体がネットワーク上に存在する限り継続され，シーズン中にエージェントが感染した場合，そのエージェントは感染コスト  $C_i$  を負担する必要がある．これは本章でも変わらない．

一方，幸運なエージェントは，ワクチン接種を受けずに感染をうまく逃れることができ，コストはかからない．

簡単のため，ワクチン接種費用を感染費用で割ったもの  $C_r (= \frac{C_v}{C_i})$  を再定義する．

本章では，2 戦略，3 戦略，および連続戦略系の比較を行うため，それぞれの利得表を以下の表 4. 1 から表 4. 3 に示す．

表 4. 1 : 2 戦略系の利得表

戦略/状態	非感染	感染
接種	$-C_r$	
非接種	0	-1

表 4. 2 : 3 戦略系の利得表

戦略/状態	非感染	感染
接種	$-C_r$	
中間戦略	$-\sigma \cdot C_r$	$-\sigma \cdot C_r - 1$
非接種	0	-1

表 4. 3 : 連続戦略系の利得表

戦略/状態	非感染	感染
コスト係数, $\sigma_i = 1$	$-\sigma_i \cdot C_r$	
コスト係数, $\sigma_i < 1$	$-\sigma_i \cdot C_r$	$-\sigma_i \cdot C_r - 1$

PD などの従来  $2 \times 2$  ゲームとの大きな違いの 1 つは，各利得がエージェントの戦略と各流行段階でのエージェントの最終状態，つまり対戦相手とのゲームではなく，流行シーズンの終わりに感染しているかどうかによって決定されることである．

予防接種を受けた場合には，エージェントは感染しないため，これら 2 つを組み合わせた要素はそれぞれの表で空白に定義される．

#### 4. 2. 4 戦略適応

一連のワクチン接種キャンペーン(第1段階)と流行シーズン(第2段階)の後, エージェントには戦略を更新する機会が与えられる. この戦略更新についても第2章で紹介したワクチン接種ゲームの基本的なフレームワークと変わらず, エージェント  $i$  は, 彼のすぐ隣のエージェントのうち一人, つまりエージェント  $j$  をランダムに選択する.

戦略  $S_i$  に従うエージェント  $i$  がエージェント  $j$  の戦略  $S_j$  を模倣することを意味する確率  $P(S_i \leftarrow S_j)$  は, 以下のフェルミ関数に従って, 利得差  $\pi_i - \pi_j$  のペアワイズ比較によって与えられる [13].

$$P(S_i \leftarrow S_j) = \frac{1}{1 + \exp[(\pi_i - \pi_j)/\kappa]} \quad (4. 2)$$

ここで,  $\kappa$  は淘汰圧(利得の違いに対するエージェントの感度)を示す.  $\kappa \rightarrow \infty$  (弱い淘汰圧) の場合, エージェント  $i$  は比較対象となるエージェント  $j$  に対する利得の差に鈍感であるため, 利得の差  $\pi_i - \pi_j$  の影響を受けず, 確率  $P(S_i \leftarrow S_j)$  は  $1/2$  に漸近する.

一方,  $\kappa \rightarrow 0$  (強い淘汰圧) の場合, エージェント  $i$  は利得の差に敏感であるため, 利得の差が非常に小さくても, より高い利得を獲得する成功した戦略をコピーすることによって確実に戦略を変更する.

#### 4. 2. 5 シミュレーション手順

2 戦略系と 3 戦略系の場合, それぞれの戦略に従う同数 ( $N / 2$  または  $N / 3$ ) のエージェントがネットワーク上にランダムに配置される.

連続戦略系の場合, 各エージェント  $i$  は,  $0 \sim 1$  の一様乱数から抽出される実数  $\sigma_i$  で表現される戦略を持つ. このため, 最大でエージェント数と同数の多様な戦略が空間内に配置されることになる.

その後, 4. 2. 1 で述べた初期感染者の配置を行う.

2 戦略系の場合, ネットワーク上の  $S$  エージェントから  $I_0$  初期感染者をランダムに選択する.

3 戦略系では, 非接種エージェントと自己防衛エージェントから  $\zeta_i$  を考慮しつつランダムに初期感染者を選択する. つまり, エージェント  $i$  が自己防衛エージェントである場合,  $(1 - \zeta_i)$  の係数で, 通常为非接種エージェントより初期感染者に選出されにくくなる.

連続戦略系では, ランダムな選択手順が適用され, すべてのエージェントは,  $\zeta_i$  を考慮

しながらも，初期感染者である可能性がある．

初期感染者  $I_0$  の配置後，残る  $N - I_0$  体のエージェントは必然的に  $S$  として定義される．

ワクチン接種率，平均利得，および最終感染者サイズは，各 2 段階のプロセス(ワクチン接種キャンペーンと流行シーズンはそれぞれ第 1 段階と第 2 段階)とワクチン接種戦略の模倣プロセスを繰り返すことによって更新される．

系の平衡は，すべての世代(3000 または 10000)の最後の 1000 世代の平均を取ることにより，準定常状態として観察される．

次節に示す結果は，100 回の独立したシミュレーションから得られた平衡の平均を取得したものである．

### 4. 3 結果の分析

図 4. 1 は、ワクチン接種コスト  $C_r$  を変化させたときの最終感染者サイズを示す。ここでは、2 戦略, 3 戦略, および連続戦略系を比較する。

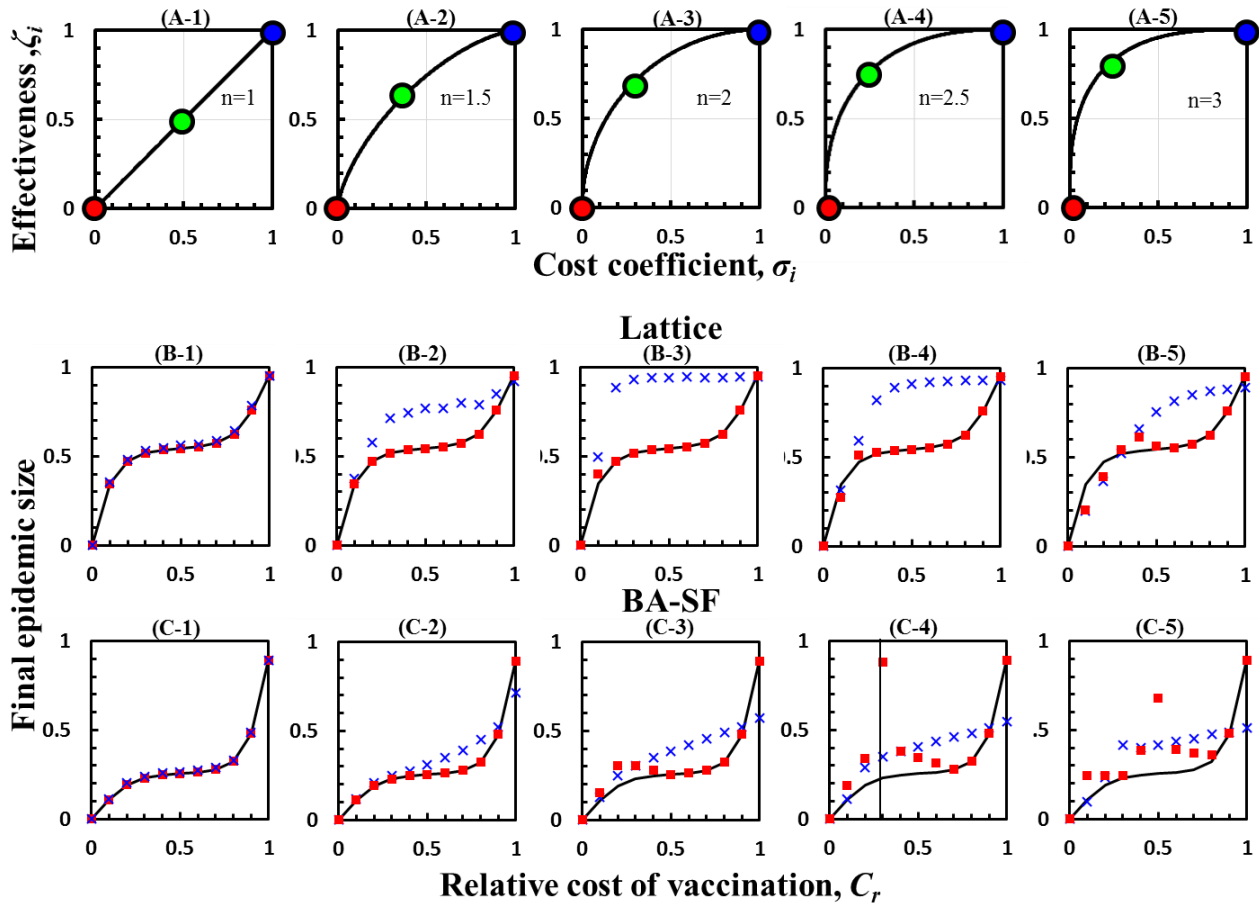


図 4. 1. 中間測定のコスト係数と有効性の関係(A)と夫々の場合の格子(B)と BA-SF(C)における最終感染者割合  
実線は二戦略系、赤の■は三戦略系、青の×は連続戦略系

パネル(A)の赤, 青, 緑の円は, それぞれ三戦略系における予防接種なし, 予防接種, 自己防衛の戦略を示す. 太線は, 連続戦略系において式(4. 1)に従う連続戦略の戦略が配置される超楕円の一部である. パネル(B)および(C)における赤い四角, 青い十字, 太い線は, それぞれ 3 戦略, 連続戦略, 2 戦略システムの結果を示す.

また, 左から右に, 式(4. 1)の  $n = 1, 1.5, 2, 2.5, 3$  の場合である. パネル(C-4)の黒い縦線は, BA-SF かつ  $C_r = 0.3$  の設定を示し, この設定において三戦略系の最終

感染者割合が極端に高くなっているため詳細に後述する。

社会平均利得及び戦略比を図 4. 1 に対応させる形で以下の図 4. 2~図 4. 4 に示す。

図 4. 2 に、図 4. 1 と同様の形式で社会平均利得を示す。

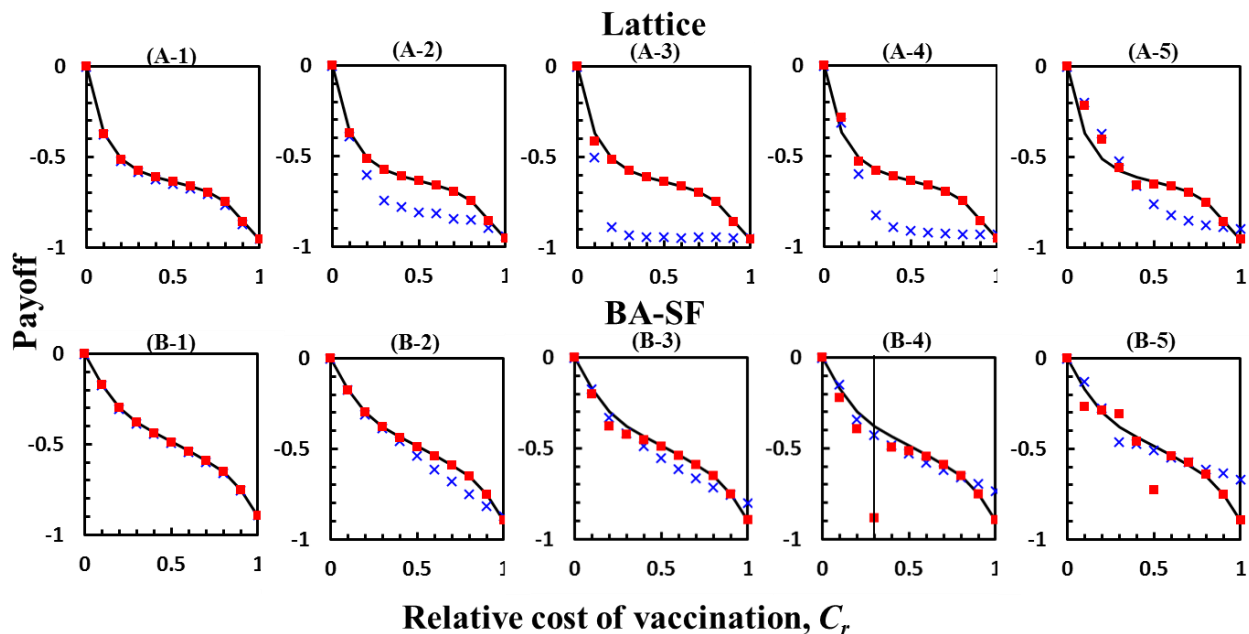


図 4. 2. 中間測定のコスト係数と有効性の関係(A)と  
夫々の場合の格子(B)と BA-SF(C)における利得  
実線は二戦略系、赤の■は三戦略系、青の×は連続戦略系

図 4. 3 に、図 4. 1, 図 4. 2 に対応する 3 戦略系の戦略の割合を示す。図 4. 3 で  
も、特に注目されたい BA-SF での  $C_r=0.3$  の結果に黒のガイドラインを引いている。

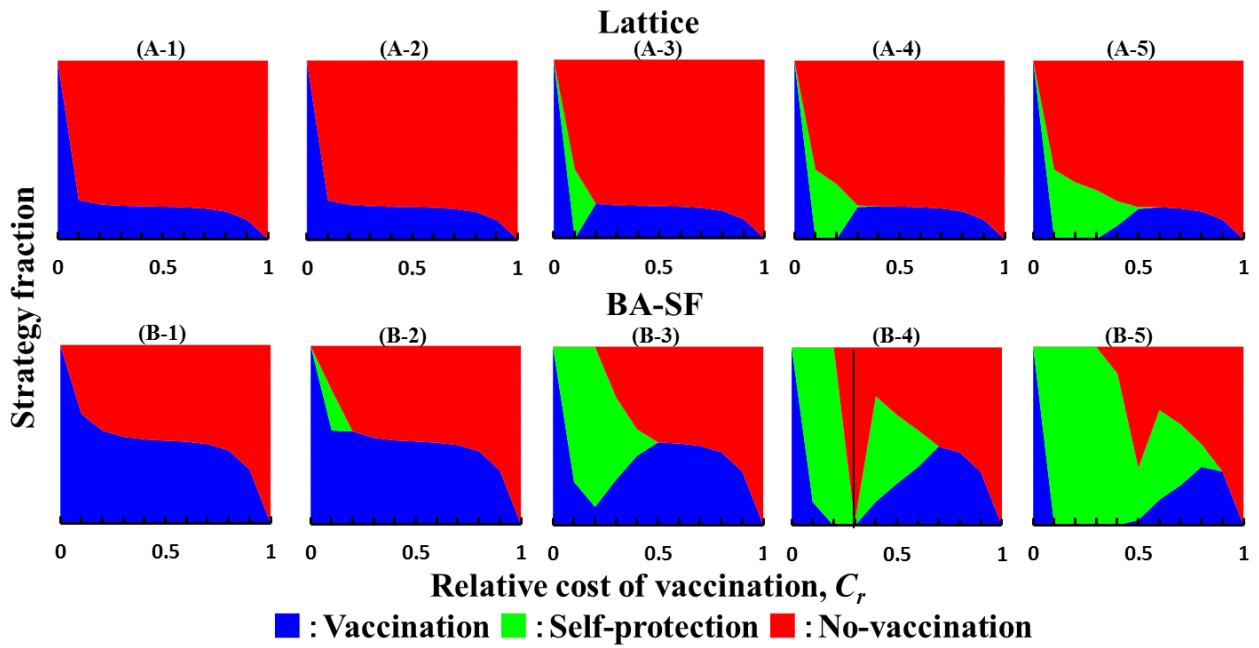


図. 4. 3. 図 4. 1 と図 4. 2 に示す 3 戦略系の結果に対応する戦略の割合.

図 4. 4 に, 図 4. 3 と同様, 図 4. 1 及び図 4. 2 に対応するコストパフォーマンスで表現される連続戦略系の戦略分布を示す.

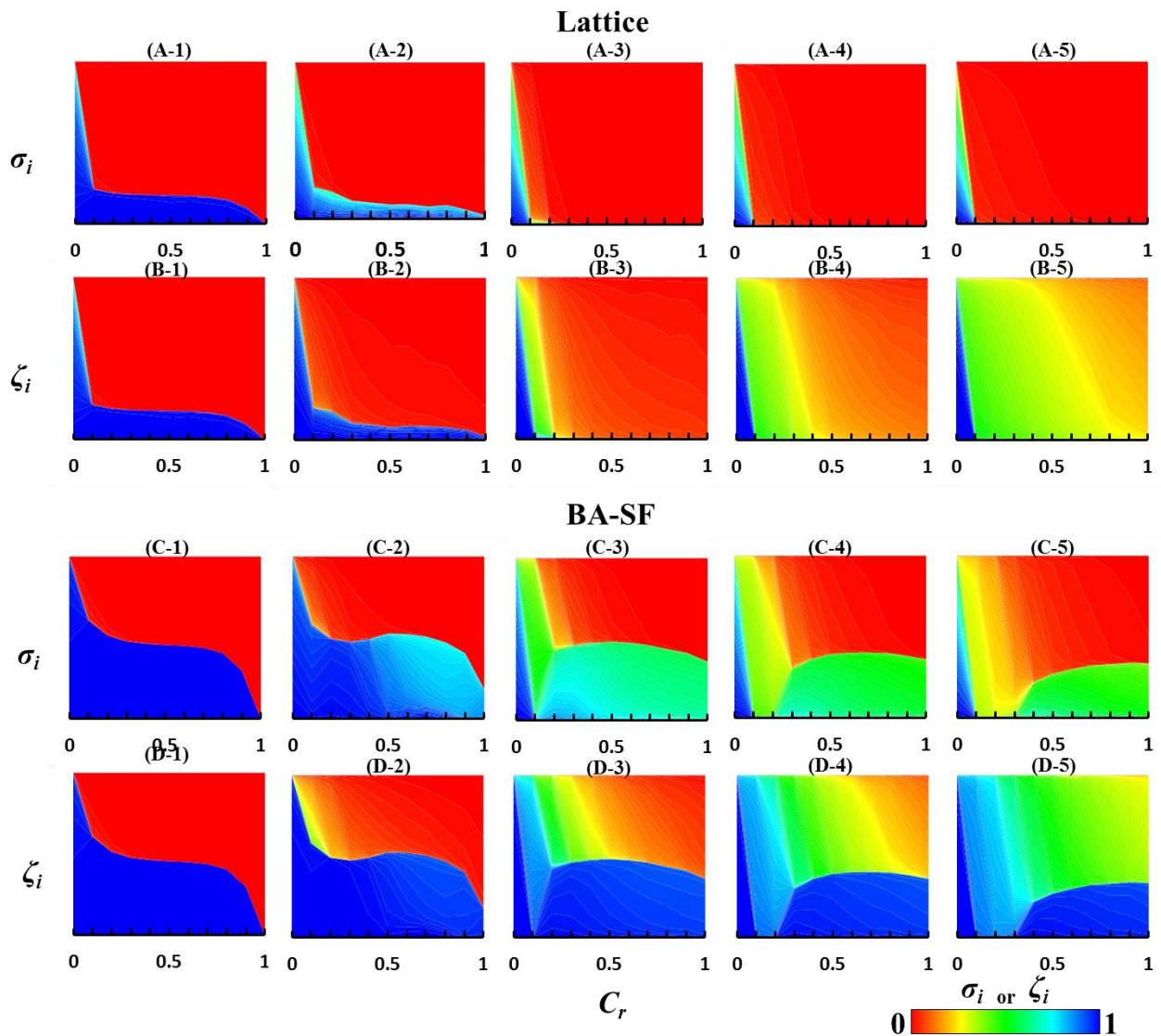


図. 4. 4. 連続戦略系における戦略の分布.

コストパフォーマンスの公正な関係の場合，すなわち，図 4.1 および 4.2 のパネル(\*-1)に示されている場合から説明する．記号\*はいわゆるワイルドカードを意味する．興味深いことに，3 戦略および継続戦略システムの結果は，すべての中間措置が最終的に消滅し，各平衡状態が完全なワクチン接種，ワクチン接種なし，または両方の共存のみの結末となる．

したがって，第 3 の戦略としての自己防衛，つまり完全な免疫と何もしないことの間の中間にあたる戦略の導入は，2 戦略系の場合と比較して社会効率を改善しないことになる

これは一見興味深いですが、 $(\sigma_i \cdot \zeta_i)$ の機能によって規定された自己防衛戦略は、費用対効果の点で予防接種を超えるものではなく、かつ、感染の可能性自体は残るため、納得できる結果と言える。

繰り返しになるが、このケースは、コストパフォーマンスの観点ではフェアな関係である前提、つまり費用と効果が完全に比例することに留意されたい。

この傾向は、基盤となるネットワークに関係なく確認できる。

フェアなコストパフォーマンスの設定では、中間的な戦略、つまり自己防衛戦略が感染症の蔓延を抑制する社会的利益をもたらすことができないという状況を確認したので、 $(\sigma_i \cdot \zeta_i)$ の関係性が自己防衛戦略に対して有利であるケース、つまり図 4. 1~1. 4 の(\* - 2)から(\* - 5)を観察する。

自己防衛戦略のコストパフォーマンスの増加に伴い、3 戦略系の場合 [図 4. 3(\* - 3)から(\* - 5)]連続戦略系の場合 [図 4. 4(\* - 3)から(\* - 5)]ともに、中間的な自己防衛策の生存する余地が生じる。ただし、この現象は、 $C_r$ が中間的な値であるとき、つまり、相対的なワクチン接種コストが小さすぎたり高すぎたりしない場合にのみ観察できる。

この傾向は、正方格子よりも BA-SF の場合に顕著に観察される。この傾向については、各図の(A- \*)と(B- \*)を比較すると分かりやすい。

自己防衛戦略の生存は、コストと有効性の関係の観点から自己防衛にアドバンテージがあることに起因する。

ネットワーク構造が BA-SF であるときに自己防衛戦略の生存が顕著である理由は、ハブエージェントであるスーパースプレッダーの役割のために、感染症が格子よりも BA-SF でより容易に広がる可能性があるという事実に関連していると推測される [1-9]。

自己防衛戦略が存続する場合があることを上記で確認したが、社会効率の観点からは、全く改善されていないと言わざるを得ないことに注意されたい。

図 4. 1 と図 4. 2 を注意深く確認されたい。(\* - 3)から(\* - 5)は、平衡状態での自己防衛戦略の存続が、最終的な感染症の規模を縮小するのに役立たず、社会平均利得を増やすのにも役立たないことを示している。

したがって、中間的な自己防衛策の生存はかえって社会効率を損ない、コストパフォーマンスの面で優遇されていたとしても完全なワクチン接種による完全な免疫のみが救済策として提供される場合(2 戦略系を意味する)と比べて優れた状況には至らない。

これは、ワクチン接種に比べて比較的 low コストであり、合理的な利益があるため、多くの人々が中間的な手段、すなわち自己防衛に惹かれるためである可能性が高い。

しかし、同様に非常に重要なのは、ワクチン接種に関しては、感染を回避する効果が完全ではないという点である。

いわゆる「安物買いの銭失い」という言葉で表現されるような状況である。

自己防衛の導入はより重大な危険を持ち、BA-SF,  $C_r = 0.3$  および 3 戦略系で実際に発生している。ここでは図 1(C-4), 図 2(B-4), および図 3(B-4)を参照されたい。

2 戦略系とは異なり、予防接種戦略は完全に消滅し、誰も予防接種を受けたり自己防衛を受けたりしない状況に陥っている。

これについて考察するため、戦略の割合のアンサンブル平均時間依存性を示す図 4.5 を以下に示す。

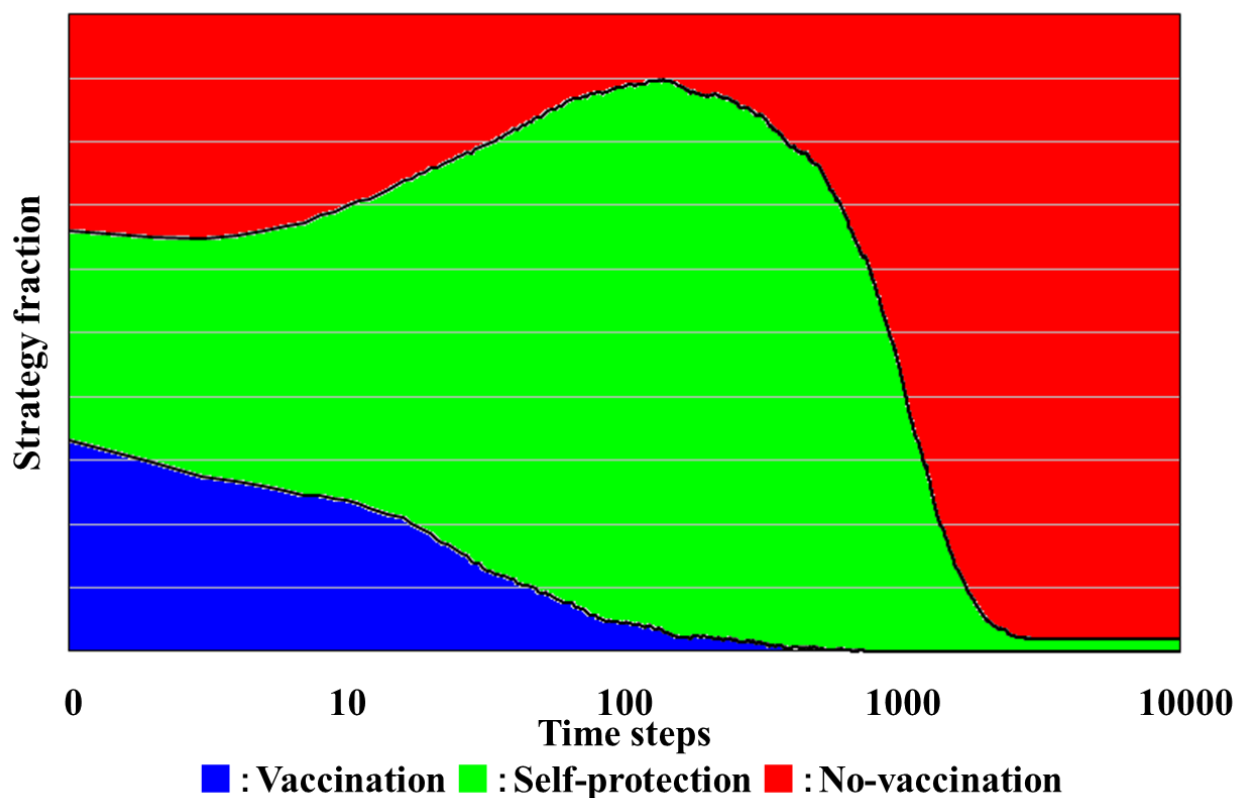


図. 4. 5. BA-SF,  $n = 2.5$ ,  $C_r = 0.3$ における  
3 戦略システムの戦略分数のアンサンブル平均時間依存性.

初期設定により, 3 つの戦略すべてで  $1/3$  から始まるが, 自己防衛戦略が急速に増加し, ワクチン接種戦略が極端に減少する.

自己防衛戦略が最大の割合となり, 純粋なワクチン接種戦略をほぼ全滅させると, 少数派としてのワクチン接種なしの戦略が徐々に再度の増加をはじめ, 最終的には全員がワクチンを接種しなくなる.

要するに, 費用対効果によってワクチン接種者を駆逐し, その後, 感染症を完全に防げないことによって非接種者に駆逐される, という最悪のシナリオを迎えることになるのである.

## 4. 4 本章の結論

社会が高コストのワクチン接種に関連する完全な免疫と何もしないことの間の中間手段を提供できる場合に何が起こるかを動機として、SIR 流行モデルと進化ゲーム理論のフレームワークに基づくワクチン接種ゲームの新しいモデルを確立した。

費用対効果の関係からワクチン接種よりも有利な中間措置を導入しても、接種/非接種のバイナリな戦略だけが存在する場合に比べて社会効率が向上しないため、シミュレーション結果はやや直観に反する部分がある。

また、これは、 $2 \times 2$  ゲームの4つのクラスのうちの一つである空間 PD ゲームで観察されたものとはかなり異なる[14-15]。空間 PD ゲームでは、特にチキン型のジレンマが支配的である場合[16-17]、それぞれの用語によると、連続戦略または混合戦略によって表される中間戦略の導入は、協調を強化するのに役立つ。

これは、チキン型のジレンマが強いと、いわゆる C クラスタ、つまり C 戦略を取る者が集団で固まることで D 戦略に駆逐されない状態の形成が困難になるためである。

より強いチキン型のジレンマは、ジレンマを解決するために ST 互惠[18-19]と呼ばれる状態を形成することが必要となる。

ST の相互関係を実現するには、たとえば、バイナリ戦略システムの代わりに、中立、少し協力的、中間的、離反などのオプションを許可するほうが、エージェントに完全な協調または完全な離反を強制するより効率的になる。

一方、本章の分析に関しては、ワクチン接種のジレンマは、実質的にチキン型のジレンマゲームであるマイノリティゲーム[20]の構造を持っているため、中間的な戦略の導入が何らかの形で社会的効率を改善することが期待されたが、実験結果はまったくの逆であった。

この事実の説明を試みるならば、ワクチン接種のジレンマゲームには、単純な  $2 \times 2$  PD やチキン型のジレンマゲームとは異なり、複雑なプロセスが含まれていることが原因として考えられる。

表 4. 1~4. 3 に示すように、利得構造にはチキン型のような利得表があるが(チキン型のジレンマとまったく同じではない。[3]を参照)、ワクチン接種のジレンマゲームに

は、社会ネットワークでの感染症拡散プロセスが含まれる、いわゆるパーコレーションモデルによって表現される。

したがって、特定のエージェントの利得は、近隣の、つまりゲームの対戦相手となる周辺のエージェントの戦略というローカルな情報ではなく、ネットワーク内で感染症がどれだけ広がっているかというグローバルな情報によって影響を受ける。これは、確率的偏差によって必然的に影響を受けることになる。

## 参考文献

- [1] R. M. Anderson, R. M. May, and B. Anderson *Infectious diseases of humans: Dynamics and Control*, (Oxford University Press, New York, 1992).
- [2] M. Brisson, and W. J. Edmunds, *Medical Decision Making* 23, 76(2003).
- [3] J. Tanimoto, *Fundamentals of Evolutionary Game Theory and its Applications*, (Springer, Tokyo, 2015).
- [4] C. T. Bauch, A. P. Galvani, and D. J. D. Earn, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 100, 10564(2003).
- [5] F. Fu, D. I. Rosenbloom, L. Wang, and M. A. Nowak, *Proceedings of the Royal Society B* 278, 42(2011).
- [6] H. F. Zhang, Z. Yang, Z. X. Wu, B. H. Wang, and T. Zhou, *Scientific Reports* 3, 3292(2013).
- [7] E. Fukuda, S. Kokubo, J. Tanimoto, and Z. Wang, A. Hagishima, and N. Ikegaya, *Chaos, Solitons & Fractals* 68, 1(2014).
- [8] E. Fukuda, J. Tanimoto, and M. Akimoto, *Chaos, Solitons & Fractals* 80, 47(2015).
- [9] E. Fukuda, and J. Tanimoto, *International Journal of Automation and Logistics* 2, 78(2016).
- [10] D. T. J. Gillespie, *The Journal of Physical Chemistry* 81, 2340(1977).
- [11] A. L. Barabási, and R. Albert, *Science* 286, 509(1999).
- [12] M. Gardiner, *Scientific American* 213(3), 222(1965).
- [13] G. Szabo, and C. Toke, *Physical Review E* 58, 69(1998).
- [14] Z. Wang, S. Kokubo, and J. Tanimoto, *BioSystems* 107(2), 89(2012).
- [15] S. Kokubo, Z. Wang, and J. Tanimoto, *Applied Mathematics and Computation* 259, 562(2015).
- [16] J. Tanimoto, and H. Sagara, *BioSystems* 90(1), 105(2007).

- [17] Z. Wang, S. Kokubo, M. Jusup, and J. Tanimoto, *Physics of Life Reviews* 14, 56(2015).
- [18] J. Tanimoto, *BioSystems* 90(3), 728(2007).
- [19] M. Wakiyama, and J. Tanimoto, *BioSystems* 103, 93(2011).
- [20] D. Challet, and Y. C. Zhang, *arXiv preprint adap-org/9708006*(1997).

## 第 5 章

# vaccination game における新たな 戦略進化機構の提示とその特性解析 に関する研究

## 5. 1 本章の概要

ワクチン接種ゲームに関する先行研究では、戦略更新ルールについてほぼ常に、自身と隣接するプレイヤーとの間での利得のペアワイズ比較が想定されていた。これは、空間型の2プレイヤーおよび2戦略(2×2)ゲームの、所謂空間型囚人のジレンマ(SPD)に関する多数の研究の前例に倣ったものと考えられる。

前章ではより現実的と考えられる新たな戦略を取り入れたが、本章では新たな戦略更新ルールを提案する。

ワクチン接種を行うかどうかの人間の意思決定プロセスは、ワクチン接種を促す「危機感」言い換えれば感染に対する「恐怖」に影響されると考えられるため、本章では、エージェントが、直前の時間ステップで近隣の非ワクチン接種者がうまくフリーライドできたかどうかという点に基づいて、ワクチン接種を受けるかフリーライドを試みるかを評価することを前提とする戦略更新ルールを導入する。

従来の更新ルール(フェルミ関数を想定した標準的なペアワイズ比較)と比較して、新しいルールは一般に、より高いワクチン接種率とより小さな最終的な流行サイズを実現する。

特に、本章で提案するうちの1つのルールは、同等レベルのワクチン接種率にもかかわらず、非常に小さな流行サイズを示し、社会効率の観点からより優れていると言える。

これは、特定の更新ルールがワクチン接種者を空間内にまばらな形で配置させるのに役立ち、感染症の蔓延を効果的に妨げるためと考えられる。

近年の大都市およびそれを支える大規模な輸送網の発達により、感染症の蔓延がある一つの都市にとどまらず世界に影響を与える深刻かつ差し迫った問題であるということは、本論において筆者が繰り返し述べている通りである。

歴史上の感染症に関して振り返り、本章で重要になるジレンマについて再度説明する。スペイン風邪(1918年)、アジア風邪(1957年)、香港風邪(1968年)、豚インフルエンザ(2009年)、そして今なお世界中で猛威を振るっている新型コロナウイルス感染症と、感染症の蔓延は歴史上、そして現在もなお我々の生命、安全に対して最も深刻な脅威の一つであるといえる。こういった感染症の流行を防ぐには、先制ワクチン接種が効果的であるとされる[1]。

しかし、集団免疫が高いワクチン接種率によって確立された場合、非接種者はワクチン

接種の費用を支払わずに、集団免疫に「ただ乗り」することができ、感染をうまく回避できるため、各個人の自発的なワクチン接種に取り組むインセンティブは低下する[1, 2].

したがって、集団免疫は必然的に崩壊する。これがいわゆる「予防接種のジレンマ」である。集団免疫は、チキンタイプのジレンマなどの社会的ジレンマゲームの文脈で公共財として機能する[3].

過去の十数年間、疫学的ダイナミクスだけでなく、感染症の蔓延に直面した個人の自発的な予防接種行動を説明するための数学的枠組みを提供する、いわゆる予防接種ゲームが研究されてきた[4-8].

これらのうち、Fuら[5]は基盤となるネットワーク上に空間的に分散し、感染リスクにさらされているエージェントが、隣人の1人からワクチン接種を受けるかどうかの戦略を学ぶ先駆的なモデルを構築した。

この考えは、空間囚人のジレンマ(SPD)ゲームを扱った研究の大部分の仮定を正確に反映している。本章で特に注目する戦略更新の方法は、Fermi関数に基づくペアワイズ比較と呼ばれる[3]ものを用いている。

これは進化ゲーム理論の観点からは適切な選択であると考えられるが、ワクチン接種に対する実際の人間の行動はより複雑で多様であるように思われる。

これは、社会的な行動の変化は、隣人を真似するだけでなく、メディアが提供するような公開情報の影響を受ける可能性があるためである。福田ら[6]は、PW-Fermiによって策定された従来 of 枠組みですべてのエージェントと共有される公開情報を考慮に入れた。

実際に、彼らのモデルは、エージェントが隣人からランダムに選んだ模倣の候補がもつ戦略の平均的な社会的利得を参照することを前提としている。選択した隣人がたまたま非ワクチン接種者(通常 of 空間型囚人のジレンマゲームでは裏切りを意味する)である場合、彼/彼女は自分の利得をフェルミ関数を用いたペアワイズ比較をもって、非ワクチン接種の平均的な利得と比較し、ワクチン接種を行うかどうかを決定する。選択された隣人がたまたまワクチン接種者である場合、自分の利得をワクチン接種のコスト(常にワクチン接種者の平均利得に相当する)と比較することによって決定する。

別のシナリオとして、Xiaoら[7]および福田ら[8]は、ワクチン接種者または非ワクチン接種者のいずれかとして修正された、戦略を更新しないエージェントを意味する「頑

固な」エージェントが多数いる場合に何が起こるかを調査している。

このアイデアは、Masudaら[9]と Matsuzawaら[10]の狂信者モデルに触発されている。このような、自分の意見、行動を変えない「頑固な」エージェントの存在は、現実でも観察される可能性がある。

社会平均利得に関わるもう1つの重要な要素は、いくつかの研究が示しているように、ネットワーク内のワクチン接種者の空間分布が最終的な流行の規模に大きく影響することである[7, 8]。

したがって、想定される戦略更新ルールがワクチン接種者の空間分布にどのように影響するかを注意深く調査する必要がある。

一方、常識と日常生活における私たちの通常の観察は、ワクチン接種を行うかどうかの誰かの行動は、周囲の非ワクチン接種者が前のタイムステップで感染をうまく回避したかどうか、それも、可能ならばワクチン接種のコストを免れ、彼または彼女の個人の利得を最大化することができたかどうかの情報に影響されることを示唆している。

この研究では、エージェントの戦略適応ルールを介して表現されたそのような人々の行動を再現するための新しいフレームワークを提案する。

この章は以下の内容で構成される。第2節で従来のPW-Fermiルールに関する新しい更新ルールのモデル設定について説明し、第3節でシミュレーションの結果について説明、第4節に結論、考察を示す。

## 5.2 モデルの概要

### 5.2.1 空間型ワクチン接種ゲーム

季節性および周期性の、インフルエンザ様の疾患の流行に際し、すべてのメンバーが適応的にワクチン接種行動をとる  $N$  人のエージェントの集団を検討する。

意思決定ダイナミクスと SIR ダイナミクス [11] の 2 つのダイナミクスを扱う Fu ら [5] と Fukuda らを参照する。

$N$  人のエージェントを、次数 4 の周期境界を持つ 2D 正方格子を想定する基盤ネットワークに配置する。

第 1 段階(ワクチン接種キャンペーン)で、エージェントは戦略を決定する。第 2 段階である流行シーズンの前に予防接種を行うことを決定したエージェントは、予防接種費用  $C_r$  を支払う必要がある。簡単のため、ワクチン接種者は 1 シーズンで完全な免疫を獲得すると仮定する。逆に、非ワクチン接種者は、流行の季節に感染のリスクにさらされる。シミュレーションエピソードの最初の状況である最初のワクチン接種キャンペーンでは、人口  $N$  の半分がワクチン接種者としてランダムに選択される。

第 2 段階では、SIR ダイナミクスによる感染拡大の時間発展が再現される。最初の感染患者  $I_0$  人は  $N$  人のエージェントからランダムに選択され、感染はネットワークを介して拡大する。

SIR ダイナミクスに続く Gillespie アルゴリズム [12] を介して、集団は、季節の特定の瞬間に、未感染のエージェント  $S$ 、感染したエージェント  $I$ 、および回復したエージェント  $R$  に分類される。

感染率を  $\beta$  [day<sup>-1</sup>person<sup>-1</sup>]、回復率を  $\gamma$  [day<sup>-1</sup>] と仮定する。非ワクチン接種者が感染した場合、彼または彼女は  $C_i$  の病気の費用を負担する。便宜上、相対的なワクチン接種コストを  $C_r = C_v / C_i$  ( $0 \leq C_r \leq 1$ ;  $C_i = 1$ ) と定義する。

流行シーズンは、すべての感染したエージェントが回復するまで続く。つまり終了時に、感染したエージェント  $I$  は空間内に存在しない。表 5. 1 に、モデルの利得行列を示す。

表 5. 1. 利得表.

戦略\状態	非感染	感染
接種	$-C_r$	
非接種	0	-1

### 5.2.2 戦略適応ルール

予防接種キャンペーンでは、各エージェントは、前の流行シーズン中に自分の周りで何が起こったかを反映することによって、自分の戦略を修正する。戦略の更新は全エージェントで同時に行われると想定する。

戦略的適応のデフォルトの方法として、Fuら[5]および福田ら[6]の仮定に従う。

エージェント  $i$  は、隣人から模倣対象のエージェント  $j$  をランダムに選択する。それらの利得がそれぞれ  $\pi_i$  と  $\pi_j$  であると仮定する。エージェント  $i$  がエージェント  $j$  の戦略  $s_j$  を、彼自身の戦略  $s_i$  の代わりにワクチン接種または非ワクチン接種のいずれかでコピーする確率は  $P(s_i \leftarrow s_j)$  であり、これは以下の式(5. 1)として定義される。

$$P(s_i \leftarrow s_j) = \frac{1}{1 + \exp[(\pi_i - \pi_j)/\kappa]} \quad (5. 1)$$

ここで、 $\kappa$  は利得差に対する感度を示し、本章全体を通して、 $\kappa = 0.1$  と仮定している。この更新ルールは、ペアワイズフェルミ (PW-フェルミ) 比較と呼ばれる[13]。

この研究では、「隣人の 1 人からの確率をコピーする」のではなく、ワクチン接種を行わないことはどの程度危険であるかという本人の意識によって引き起こされる「ワクチン接種を行う確率」 $P_C$  をエージェントに直接与える。

つまり、以下の式で戦略更新の確率を定義する。

$$P_C = \frac{1}{1 + \exp[(C_r - \langle C_D \rangle)/\kappa]} \quad (5. 2)$$

$$\langle C_D \rangle = \frac{C_i \cdot n_i + C_f \cdot n_f}{n_D} \quad (5. 3)$$

ここで、 $C_i (= 1)$  は感染のコスト、 $C_f$  はフリーライド成功時のコスト、つまりゼロ、 $n_D$ 、 $n_i$ 、 $n_f$  はそれぞれ、エージェントの近傍における非ワクチン接種者、感染したエージェント、フリーライダーの数とする。したがって、 $n_D = n_i + n_f$  となる。 $\langle C_D \rangle$  はエージェント  $i$  の近隣の非ワクチン接種者の平均利得を示す。

発生する問題の 1 つは、エージェント  $i$  の近隣に非ワクチン接種者がいない場合に式(5. 3)をどう取り扱うかである。これについては、サブモデルとして以下の 4 つのケースを設定する。

ケース 1 : エージェント  $i$  は彼/彼女の戦略を保持する

ケース 2 : 代わりに,  $P_C = 1 - C_r$  と仮定する

ケース 3 : エージェント  $i$  は彼/彼女の反対の戦略に切り替える

ケース 4 :  $\langle C_D \rangle = 0$  を代入し, 式(5. 2)に基づいて確率を決定する

ケース 1 は, 人々が現状を維持する傾向があるという事実を表現する. ケース 2 は, エージェントが代替情報として予防接種費用を参照することを前提とする. ケース 3 は, エージェントが情報不足のために行き詰まった場合, エージェントは様々な方法を模索することを前提とする. ケース 4 は, 周囲の接種者数からフリーライドが成功する可能性があるとして, エージェントが楽観的に行動することを前提とする.

### 5.2.3 シミュレーション方法

境界条件を  $N = 4900$  および  $I_0 = 5$  とし, 感染症のパラメータを Fukuda ら[6]に倣い,  $\beta = 0.46$ ,  $\gamma = 1/3$  (インフルエンザと仮定した数値) とする.

各シミュレーションの 1 エピソードでは, 第 1 段階, 予防接種キャンペーン, 第 2 段階の流行シーズンからなる 1 つのタイムステップを, 3000 タイムステップが経過するまで繰り返す.

相対的ワクチン接種コスト  $C_r$  を変化させたシミュレーションそれぞれで 1000 回のタイムステップでの平均ワクチン接種率と最終感染者サイズを観察する.

以下に示す結果は, 100 回の独立したシミュレーションエピソードに基づく.

### 5.3 シミュレーション結果

図 5. 1 に，(A)ワクチン接種率，(B)最終的な流行の規模，(C)平均的な社会利得とワクチン接種コスト  $C_r$  の関係を示す．各プロットの記号は A 枠内に示す 4 つのケースを示し，実線は  $F_u$  によるデフォルト設定の結果を示す． [5].

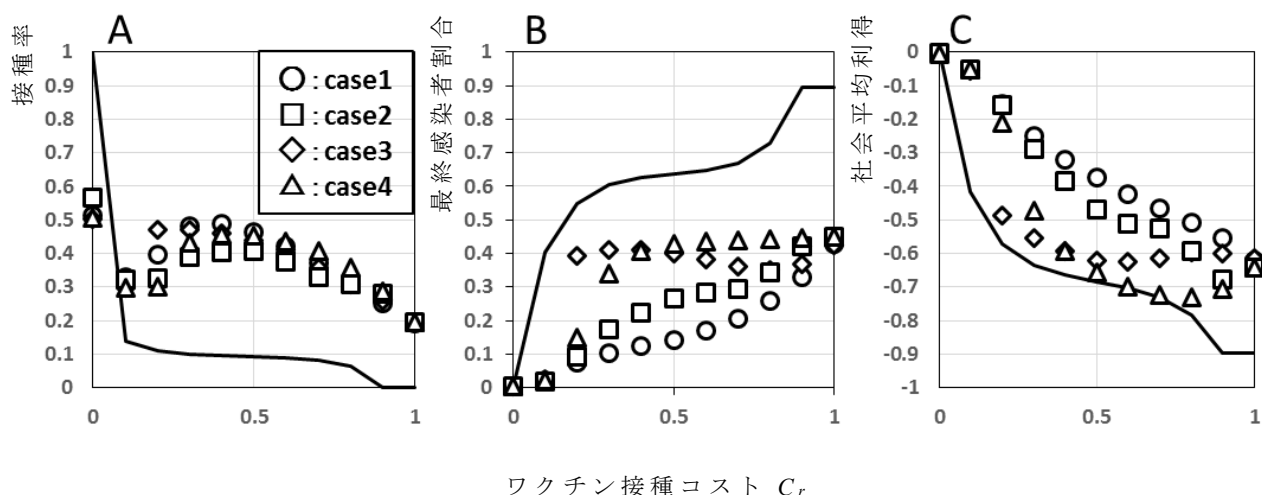


図 5. 1. ワクチン接種費用と(A)接種率，(B)最終的感染者割合(C)社会平均利得のデフォルト設定（実線）及び 4 つのケースの系（A 内凡例の通り）での関係

$C_r = 0$  を除いて，新しい適応モデルはより高いワクチン接種率を示しているため，デフォルト設定で見られるよりも最終感染者サイズは下がっている．

但し社会平均利得については，ケース 1 やケース 2 ではワクチン接種率の改善からある程度社会平均利得の向上が見られるのに対し，ケース 3 と 4 では，中程度のコストの範囲に関して，デフォルト設定とほぼ同等まで低下しており，ワクチン接種率の向上が必ずしも効率的に行われているとはいえない状態にある．

さらなる考察の為，図 5. 2 に， $C_r = 0.3$  を想定したデフォルトモデル(図 5. 2(A))と 1~4 の各ケース(図 5. 2(B-E))の準平衡前の最後の 100 タイムステップでの 100 の実現の典型的な時間発展を示す．

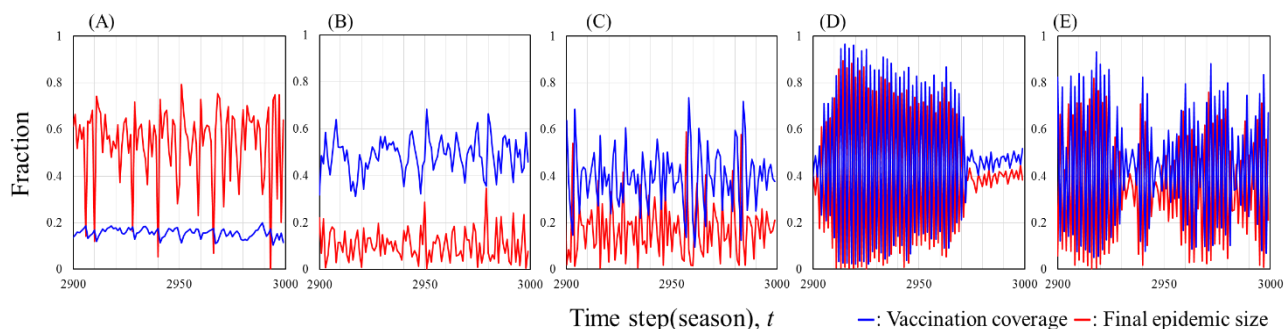


図 5. 2.  $C_r = 0.3$  でのワクチン接種率(青)と最終感染者サイズ(赤)の時間発展

(A)デフォルトの場合, (B)ケース 1, (C)ケース 2, (D)ケース 3, (E)ケース 4.

デフォルトの場合, 一般的な傾向として, 最終感染者サイズが大きく, 時間変動が小さい傾向がある(ケース 1(図 5. 2(B))やケース 2(図 5. 2(C))と比較されたい). これは, ワクチン接種率が低く安定していることから生じる.

逆に, ケース 1 やケース 2 では, 比較的高く安定したワクチン接種率により, 最終的な流行のサイズが安定して小さくなっている. 興味深いことに, ケース 3(図 5. 2(D))とケース 4(図 5. 2(E))で観察される状況はまったく異なり, ワクチン接種率と最終的な流行の大きさの両方に大きな時間変動が発生する.

この時間変動は, 以下で確認されるように, 2 つの時間ステップの周期的ダイナミクスと思われる. この変動は, 上記の「ワクチン接種の有効性」に関して思わしくない結果を引き起こす可能性が想像される. これは,  $0.3 \leq C_r \leq 0.6$  の場合, ワクチン接種率が高く, 最終感染者サイズが小さいにもかかわらず, デフォルトのモデルよりも社会平均利得が低下しているためである.

さらなる考察の為, 図 5. 3 で 4 つのケースのそれぞれについて 2940 タイムステップ後の継続的なスナップショットを示す.

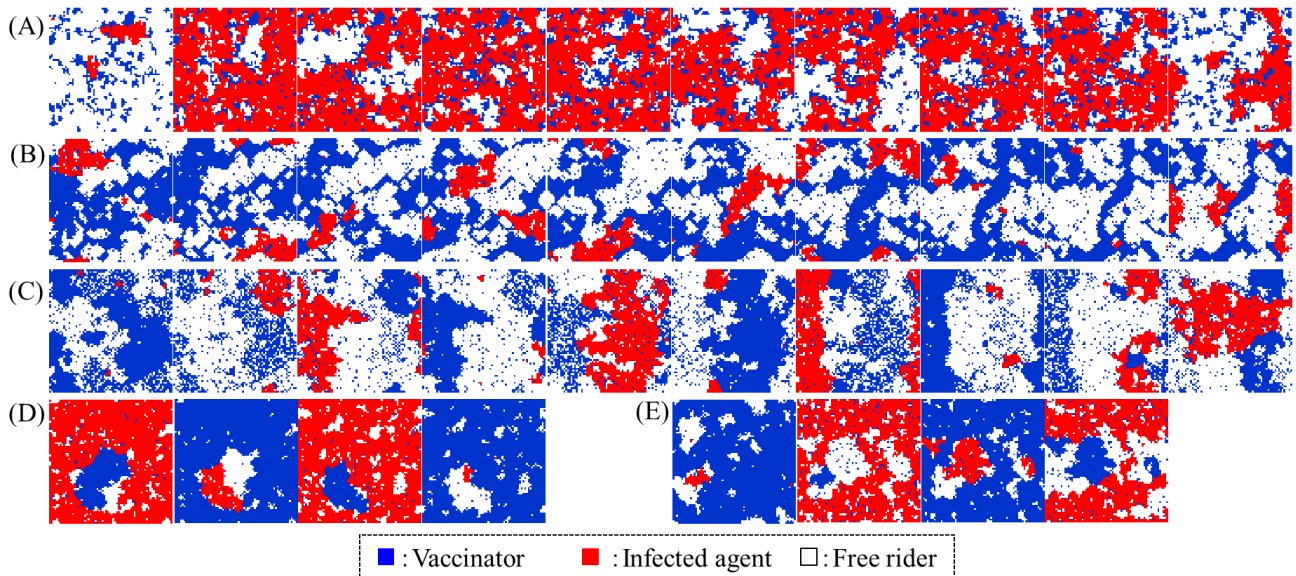


図 5. 3.  $Cr = 0.3$  を想定した 2940 タイムステップ後のスナップショット：  
 (A)デフォルトの場合，(B)ケース 1，(C)ケース 2，(D)ケース 3，(E)ケース 4.

ケース 3(図 5. 3(D))とケース 4(図 5. 3(E))から，極端に多いワクチン接種者が存在し最終感染者サイズが抑制される状況とその逆の状況を 2 つのタイムステップで交互に繰り返していることが読み取れる．

ケース 1(図 5. 3(B))とケース 2(図 5. 3(C))でパンデミックのような状況となっている．これは，ワクチン接種者の大多数が小さなワクチン接種者クラスターを形成し，空間全体に分散することが少ないためである．

これらの設定，特にケース 4 の設定が，このような急激な 2 つのタイムステップフリッピングを引き起こす理由として，以下のように考えることができる．

その定義の固有の性質から，ケース 4 は，感染した隣人がいない場合，非ワクチン接種戦略がワクチン接種戦略よりも有利であると考えられることになる．

ケース 4 だけでなく他のケースでも，我々のモデルでは，感染したエージェントに次のタイムステップでワクチン接種戦略を採用するように促すものになる．

これは，ケース 4 のエージェントは，現在のタイムステップの結果が良好な場合はワクチン接種をしない戦略を採用する傾向があり，現在のタイムステップの結果が悪い場合はワクチン接種をする戦略を採用する傾向があることを意味する．

その結果、PD ゲームの典型的な内省戦略(同じ選択または逆の選択を行う形で次の選択を行う戦略)である Win-Stay and Lose-Sift(WLSL)[14]でも観察された時間の反転が発生し、TFTに見られる他人からのコピー戦略とは挙動が異なることになる。

上で確認したように、ケース 3 と 4 には、「内省戦略」の要素がいくらか含まれている。最近のある研究[15]は、WLSL の概念に基づくいくつかの戦略的適応が空間 PD ゲームの協調を強化できることを報告している。これは、タイムステップごとに裏切り、協調を反転させる挙動を取りつつも空間中にまばらに配置された協調エージェントが、合理的な量の相互関係を実現できるためである。このメカニズムは、先行研究が明らかにしてきた通常のネットワークの相互関係(コンパクトにクラスター化された協調者の一団が、相互に協調しあう効率的なネットワークの相互関係で協調を維持する)とは大きく異なるように見え、興味を引かれる。

しかし、PD ゲームとはゲーム構造が異なるワクチン接種ゲームでは、一部のモデル、ケース 3 および 4 での内省的な戦略は、好ましい結果をもたらさないといえる。

ケース 3 および 4 とは異なり、ケース 1 および 2 は、デフォルトモデルの場合よりも高い社会平均利得が確立されるという好ましい結果を達成できる。

図 3(B)および図 3(C)は、どちらの場合も、かなりの数のワクチン接種者がまばらに配置され、その結果、ワクチン接種者がドメインの任意の位置に遍在する可能性がある。これは、感染症の蔓延を抑えるために非常に重要である[16]。

## 5. 4 本章の結論

本章では、ワクチン接種ゲームにおける新しい戦略適応のアイデアを確立した。

我々の更新ルールは、従来のモデルのように、エージェントの隣人からの「コピー確率」を定義するのではなく、一般に公開されている予防接種費用と、近傍で見られる非予防接種戦略を採用することで期待される利益との確率論的比較から導き出される「予防接種確率」を直接示す。さらに、エージェントが隣人の中で非ワクチン接種者に遭遇しなかった場合のエージェントの行動に応じて、4つのサブモデルを定義した。

シミュレーション結果は、我々の新しい適応モデルでは、一般的に、隣人の1人の社会的模倣を想定する従来のモデルよりも高いワクチン接種率と小さな最終的な流行サイズをもたらすことを示した。

ただし、サブモデルに応じて、エピソードの拡大を効率的に抑制したか、抑制しなかったかの2つの最終的な結果が得られた。

具体的には、隣接する非接種者がいなくても戦略を維持するエージェントを想定した場合(ケース1)、空間内にはワクチン接種者をまばらに配置することになる。

逆に、非接種者がいない場合にエージェントが逆の戦略をとると仮定した場合(ケース3)、または隣人に非接種者がいない場合にフリーライドが成功すると仮定した場合(ケース4)は、2つのタイムステップごとに大規模な感染症の蔓延が起こる挙動となる。

## 参考文献

- [1]Anderson, R. M., May, R. M. ; Infectious diseases of humans: Dynamics and Control, Oxford University Press, New York, 1991.
- [2]Brisson, M., Edmunds, W. ; Economic Evaluation of Vaccination Programs: The Impact of Herd-Immunity, *Medical Decision Making* 23, 76-82, 2003.
- [3]Tanimoto, J. ; Fundamentals of evolutionary game theory and its applications, Springer, Tokyo, 2015.
- [4]Bauch, C. T. ; Imitation dynamics predict vaccinating behavior, *Proceedings of the Royal Society B* (272), 1669-1675, 2005.
- [5]Fu, F., Rosenbloom, D. I., Wang, L., Nowak, M. A. ; Imitation dynamics of vaccination behaviour on social networks, *Proceeding of the Royal Society B* 278, 42-49, 2011.
- [6]Fukuda, E., Kokubo, S., Tanimoto, J., Wang, Z., Hagishima, A., Ikegaya, N. ; Risk assessment for infectious disease and its impact on voluntary vaccination behavior in social networks, *Chaos, Solitons and Fractals* 68, 1-9, 2014.
- [7]Liu, X. -T., Wu, Z. -X., Zhang, L. ; Impact of committed individuals on vaccination behavior, *Physical Review E* 86, 051132, 2012.
- [8]Fukuda, E., Tanimoto, J. ; Effects of stubborn decision-makers on vaccination and disease propagation in social networks, *International Journal of Automation and Logistics* 2(1-2), 78-92, 2016.
- [9]Masuda, N. ; Evolution of cooperation driven by zealots, *Scientific Reports* 2, 646, 2012.
- [10] Matsuzawa, R., Tanimoto, J., Fukuda, E. ; Spatial prisoner's dilemma games with zealous cooperators, *Physical Review E* 94, 022114, 2016.

- [11] Kermack, W. O., McKendrick, A. G. ; A contribution to the mathematical theory of epidemics, *Proceedings of the Royal Society of London A* (115), 700-721, 1927.
- [12] Gillespie, D. T. ; Exact stochastic simulation of coupled chemical reactions, *The Journal of Physical Chemistry* 81, 2340–2361, 1977.
- [13] Szabo, G., Toke, C. ; Evolutionary prisoner’s dilemma game on a square lattice; *Physical Review E* 58, 69, 1998.
- [14] Imhof, L. A., Fudenberg, D., Nowak, M. A. ; Tit-for-Tat or win-stay, lose-shift?, *Journal of Theoretical Biology* 247, 574-580, 2007.
- [15] Amaral, M. A. ; Wardil, L., Perc, M., da Silva, J. K. L. ; Stochastic win-stay-lose-shift strategy with dynamic aspirations in evolutionary social dilemmas, *Physical Review E* 94, 032317, 2016.
- [16] Fukuda, E., Tanimoto, J., Akimoto, M; Influence of breaking the symmetry between disease transmission and information propagation networks on stepwise decisions concerning vaccination, *Chaos, Solitons & Fractals* 80, 47-55, 2015.

## 第 6 章

車線変更と割り込み阻止スパイト行動を考慮した多車線系交通流の背後に存在する社会ジレンマの特性解析に関する研究

## 6. 1 本章の概要

1 章や 2 章で触れた通り，交通流は多くの物理学者の注目を集めている[1]，[2]．巨視的な観点から，交通流は一連の流体力学方程式[3]，[4]によってモデル化でき，その一部には解としていわゆる「ソリトン波」が含まれる[5]．微視的視点からの別の解釈[6]は，交通流を自己駆動の多粒子システムと見なし，本質的に非線形な動的システムの豊富な複雑さを表現可能とする．実際に，一部の微視的モデル(たとえば，自動車追跡モデル[7]やセルオートマトン(CA)モデル[8])は，車線の分岐や合流，車線変更，追い越しなどによって引き起こされる，実際の交通流で観察される複雑な動作を再現できる．

上記の微視的モデルをマルチエージェントシミュレーションによって再現するにあたり，CA モデルは各粒子が隣接する粒子に反応して移動する方法を管理するルールをコンピュータ上で再現できる．この利便性から，柔軟性と拡張性に裏打ちされた CA モデルは，過去数年間に非常に広範囲にわたって調査されてきた．

ただし，場合によっては含まれているドライバーの意思決定プロセスが，交通流のシステムを大幅に複雑にすることは事実である[9]，[10]．

これらの先行研究に影響を受け，数学的な枠組みで人間の意思決定を再現するため，進化ゲーム理論を交通流モデルと組み合わせ，車(を運転する人)同士の相互作用を伴うシステムとしての交通流の理解を試みる．

一連の先行研究[11-14]で，他の人より先に進むという自我に動機付けられたドライバーの行動が，頻繁な車線変更行動を引き起こすことが明らかにされた．上記のようなドライバーの行動は元の交通流に乱れを引き起こし，誰も車線を変更しようとしめない社会的最適から交通効率を低下させ，深刻な社会的ジレンマ構造を発生させる．

これは，流体力学によってサポートされる応用分野の 1 つと考えられる交通流に，流体力学には存在しない「人間の意図」から生じる社会的ジレンマが含まれている点において科学的に興味深い問題である．人間の意図が介在しない場合の流れは通常の流れ同様，応用数学によってモデル化される．

車線を変更するかどうかに関するドライバーの決定を扱う我々の以前のモデルは，車線変更車両と後続車両の間の単純な一方的な関係を想定していたが，隣接する 2 台の車両に

よって引き起こされる一連のアクション-リアクションイベントは考慮されていない。実際には、ある車両(対象車両)は、先行車両の隣接車線からの車線変更に気づき、邪魔をする(加速し、車線変更を企図する車両に自らの後方で車線変更を行うことを促す)または支援する(減速し、自らの前方で車線変更を行わせる)という行動のいずれかを取るようになる。特に邪魔をする行動についてはいわゆる有償加罰オプションとして進化ゲーム理論家によって研究されてきた[15]。この2者の関係は交通流のダイナミクスに影響を与え、システムをさらに複雑にする。この特定の現象を解明することは、複雑な科学にとっても非線形ダイナミクスにとっても課題の一つと言える。

これらの背景から、進化ゲーム理論を車線変更車両とそれを妨げる車両が関与する二体問題に組み込んだ新しい交通流モデルを構築し、車両の密度によって決定されるさまざまな流量相で観察される社会的ジレンマ構造の特定を試みる。

本章の構成は以下のとおりである。第2節でモデルとシミュレーション手順について説明し、第3節では結果を示して説明し、第4節で結論を述べる。

## 6. 2 シミュレーション手順

対象車両にとって有益で安全である限り，車両が車線変更を行う可能性がある，一方的な(先行研究と変わらない)2車線システムの高速道路での一般的な交通流を考慮する．

そのうえで，加速(または減速)により，他の車両が車線変更を妨害(または支援)する可能性がある状況を考慮する．アプローチは，Revised S-NFS (Revised Stochastic Nishinari-Fukui-Schadschneider)モデル[16]に基づき，過去に荃田らが提案した車線変更サブモデル[17]を含む．

過去の研究[11]，[12]に合わせ，長さ  $L (= 500)$  のシステムの周期的境界条件を想定している．これにより，空間内の車両数すなわち車両密度を維持できる．

また，第1節で説明した追い越しに関する二体問題を再現するため，進化ゲーム理論で使用される枠組みを導入する．

以降，人間が運転する車両を「エージェント」と呼ぶ，システムで生成されるエージェントの数は，車両密度を制御する．

### 6. 2. 1 エージェントの戦略

エージェントの戦略を2次元(2D)で定義する．これは，すべてのエージェントに適用される．(1)可能であれば車線変更を試みるか(裏切りに相当し“defection”の頭文字から D と表記)，車線を変更しないか(協調に相当し“cooperation”の頭文字から C と表記)および，(2)加速して他の人の車線変更を妨げるか(“accelerating”から A と表記)，代わりに減速して支援するか(“braking”から B と表記)．したがって，エージェントの戦略は2つの大文字{CB, CA, DB, DA}で表され，4つの個別の戦略を決定する．

### 6. 2. 2 車両モデル

車両の前進に関するルールは Kerner [16]によって三相理論[4]を再現することが確認されている Revised S-NFS モデルを使用する．

詳細は2章で述べたとおりであるが，以下の通り概要をおさらいする．

伝統的に最も一般的に使用されている CA モデルである Nagel-Schreckenberg モデル[18]とは異なり，Revised S-NFS モデルでは，ランダムブレーキサブモデルを介して車間距離の影響を考慮することができる(詳細は付録を参照されたい)．

このモデルでは，“slow-to-start” (S2S)， “quick start” (QS)， random braking

(RB). など、ドライバーの挙動として一般的に観察されるさまざまなアクションも考慮される。

S2S は慣性効果を意味する。これは、交通流における基本図に現れるメタ安定相を再現するために重要な要素である。

QS とは、先行車だけでなく、さらに数台の先行車の意図を予測しているドライバーによる加速または減速を指す。

付録には、モデルに関する詳細情報が記載されている。

車線変更サブモデル[17]では、インセンティブ条件と安全条件の両方を考慮する、命名規則については、図 6. 1(d)を参照されたい。

$$\text{インセンティブ条件: } \text{gap}_p^f \leq v_i^{(p)} - v_{i+1}^{(p)} \wedge \text{gap}_n^f > v_i^{(p)} - v_{i+1}^{(p)} \wedge \text{gap}_n^f > 0 \quad (6. 1)$$

$$\text{安全条件: } \text{gap}_n^b > v_{i-1}^{(n)} - v_i^{(p)}. \quad (6. 2)$$

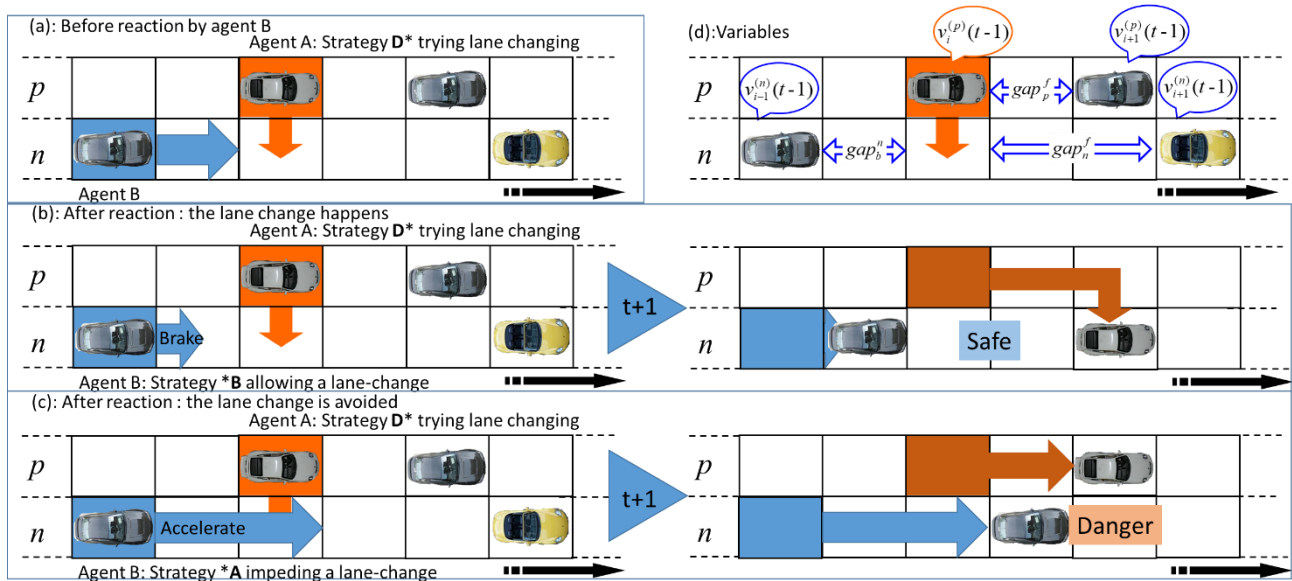


図 6. 1. 本章におけるモデルの概略：(a)タイムステップ  $t$  での状態，(b)車線変更がエージェント B によって支援される場合の  $t$  から  $t + 1$  への遷移，(c)車線変更が妨げられる場合の  $t$  から  $t + 1$  への遷移，(d)変数の命名規則。

条件が満たされた場合，以下のイベントが生起する。戦略が D \* (以下，\*はワイルドカードを示す)であるエージェント(図 6. 1 のエージェント A)は，インセンティブ基準を満たしている[式(6.1)]。このとき，ウインカーを点灯し，車線変更の意思を次のエージェ

ント(図 6. 1 のエージェント B)に通知する.

続いて, 対象車両(エージェント A)に隣接するレーンの後続車両(エージェント B)は, 戦略\* B または\* A のいずれかに従って反応する. ただし, 対象車両までの距離が  $D_{cri}$  未満の場合に限る.  $D_{cri} = [(V_{max} + 1) + 1]$ を, 対象車両(エージェント A)の車線変更によって, 後続車両(エージェント B)が反応するように駆動する臨界距離として定義する. ここで,  $V_{max}$  は Revised S-NFS モデルの最大速度を意味する. 距離が十分に遠く, 前方の車両の車線変更によって自身の走行, 加速が妨げられるとは考え難い状態であれば, 邪魔をする必要も, 車線変更の安全のために減速する必要もない, という状況の再現を目的とする効果である.

後続車両(エージェント B)が戦略として\* B を持っている場合, 彼は次のタイムステップで速度を変更する. これは, 基本的に Revised S-NFS モデルによって決定され, 速度を 1 単位減らすことによって行われる. 付録). これは, エージェント B がブレーキをかけてエージェント A の車線変更に協力することを意味する. 対照的に, エージェント B の戦略が\* A の場合, エージェント B は 1 つの処理を追加することによって速度を変更する(つまり,  $v_i^{(4)} + 1$ とする加速を行う). この増加により, 速度が  $V_{max}$  を 1 超えることがあるが, 車線変更の妨害イベントに限って, この最大値超過を許容する. 最後に, 車線変更を試みている対象車両に再び戻り, 安全基準を確認する. 安全基準が満たされた場合のみ, 対象車両(エージェント A)は実際に車線を変更できる.

図 6. 2 は, Revised S-NFS モデル, 車線変更サブモデル, および反応サブモデルを組み込んだモデルの全体的な構造を示している.

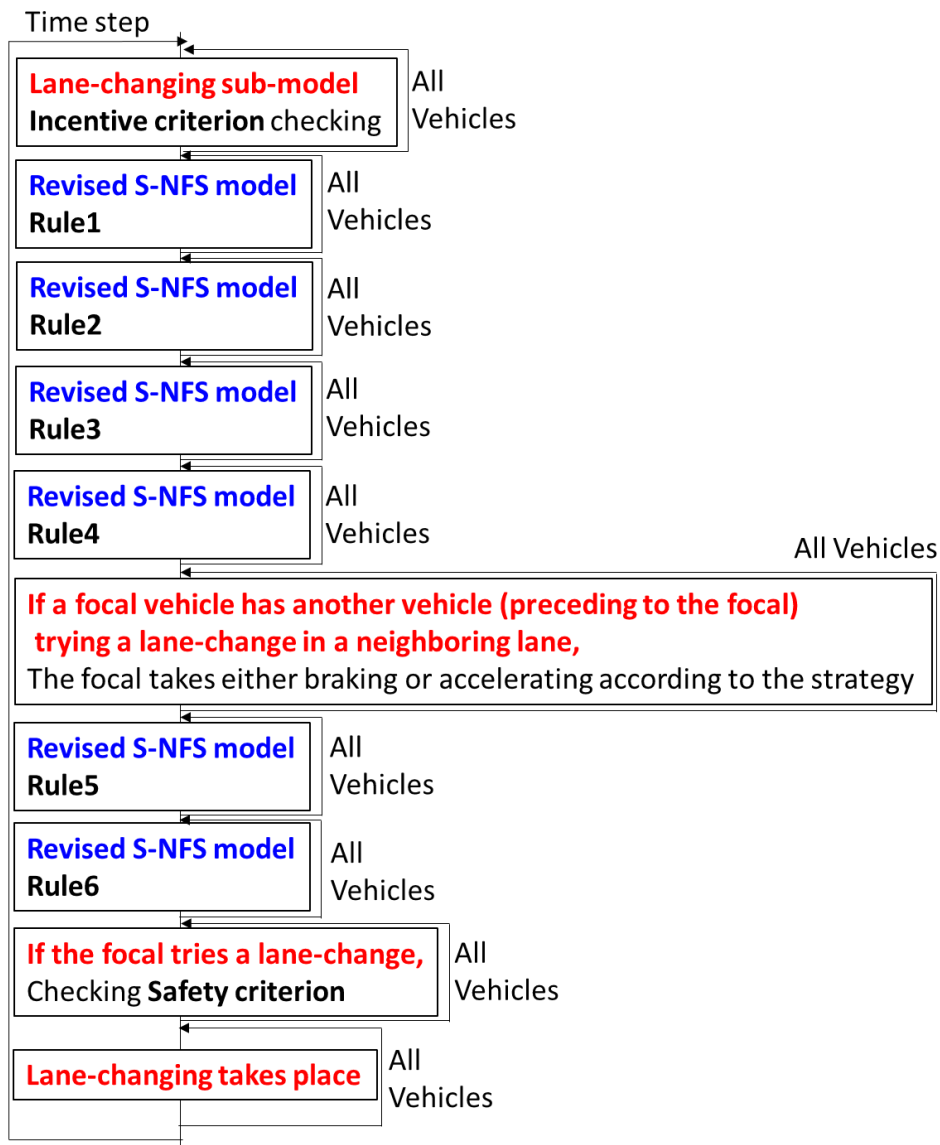


図 6. 2. 本章における，改訂された S-NFS モデルと車線変更サブモデルを組み合わせた交通流モデルのフローチャート。

### 6. 2. 3 シミュレーション条件

一連のシミュレーションにおいて，空間内のエージェントの数を制御することにより，交通密度を変化させる。

また、各交通密度におけるエージェントの戦略分布 ( $f_{CB}$ ,  $f_{CA}$ ,  $f_{DB}$ ,  $f_{DA}$ ) について、 $\Delta f = 0.1$  の増分で戦略の割合を変化させる。

各シミュレーションエピソードにおけるエージェントの初期配置はランダムとし、各戦略分布で初期条件を変えつつ 100 回ずつ行い、交通流場が初期構成の影響を受けにくい準平衡に達した後、交通流、各戦略の平均速度、車線変更イベントの数などのデータを取得した。

#### 6. 2. 4 進化ゲーム理論の適用について

各戦略の利得は、それぞれの ( $f_{CB}$ ,  $f_{CA}$ ,  $f_{DB}$ ,  $f_{DA}$ ) における準平衡での各戦略の平均速度によって定義される。また、戦略比について  $f_{CB} + f_{CA} + f_{DB} + f_{DA} = 1$  が常に満たされることに留意されたい。

時間内の戦略分数の進化を説明するための最も広く受け入れられている概念の 1 つである、いわゆる「レプリケータダイナミクス」によれば、特定のタイムステップでの各戦略の時間微分を以下の式で定義できる。

$$\Delta f_i = [V(i) - \text{Ave}[V(j)]_{j \in \{CB, CA, DB, DA\}}] \cdot f_i. \quad (6. 3)$$

上記の式における演算子「Ave [ ]」は、4 つの戦略の平均を計算する。 $\Delta \mathbf{f} \equiv (\Delta f_{CB} \ \Delta f_{CA} \ \Delta f_{DB} \ \Delta f_{DA})$  によって与えられる全体としての時間微分は、エージェントが戦略をどのように変更するかを示す。これは、後で説明する戦略の軌道図(図 4)の各ベクトルによって示される。 $\sum \Delta f_i = 0$  であることに注意されたい。

### 6. 3. シミュレーション結果

図 6. 3 に、いわゆる「基本図」を示す。これは、交通密度と交通流量の関係を示している。

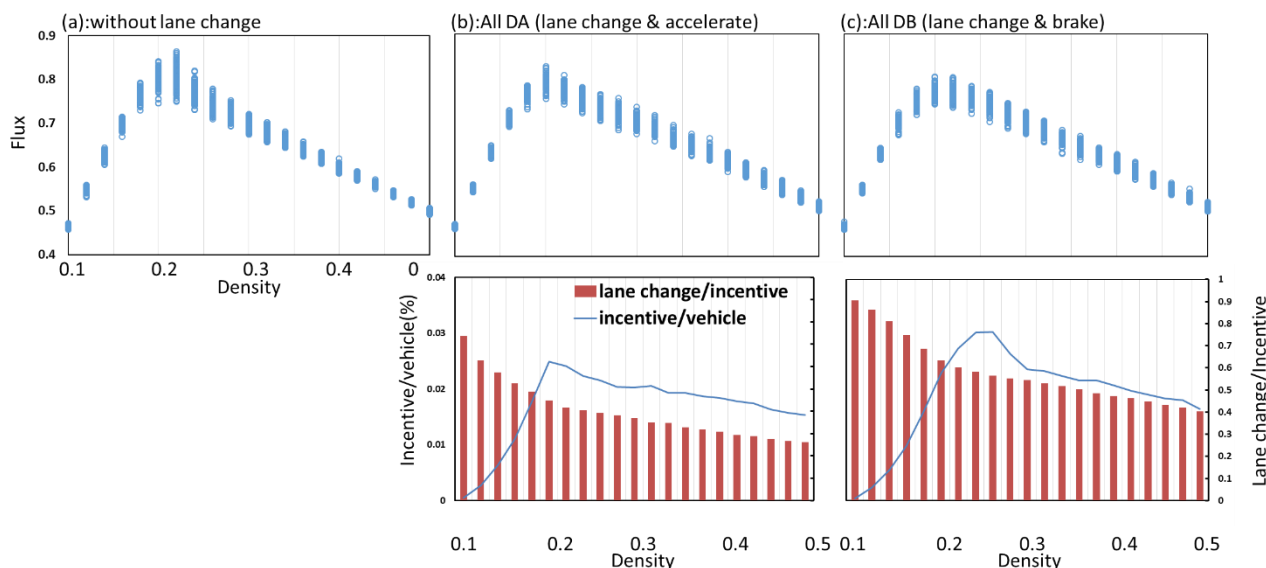


図 6. 3. 上段：基本図(交通密度と流量の関係)。

下段：車線変更アクションの頻度(青線)とその成功率(赤のバー)

左から(a)  $f_{CA} = 1$ , (b)  $f_{DA} = 1$ , (c)  $f_{DB} = 1$

基本図は、交通流分析の分野で最も重要な結果と見なされている。パネル(a)は  $f_{c^*} = 1$  を想定しているため、基本図では、すべての車両が車線変更をまったく行わずにそれぞれの車線を維持するというデフォルトの状況を再現している必要がある。このため、 $f_{CA} = 1$  の結果は、 $f_{CB} = 1$  の結果と一致していなければならない。

したがって、自由相(比較的低い交通密度で確認され、密度と流量の間に明確な関係を示し、勾配  $V_{max}$  となる)と渋滞相(比較的高密度の領域で表示される)の存在が確認される。

また、自由相と渋滞相の間にプロットが散乱している領域が存在することも確認される。これはいわゆる「メタ安定」と呼ばれる状態によって引き起こされる状況である。

パネル(b)では、 $f_{DA} = 1$  と仮定している。ある意味で、これは最も自己中心的な設定であり、すべてのエージェントがレーンを変更しようとし、他のエージェントが変更することを許さず、邪魔することを試みる。明らかに、これは非効率的な交通流を生み出し、最

大流量はパネル(a)のそれよりも低くなる。

また、パネル(b)下段は、エージェントが実行する車線変更アクションの頻度と、対応する成功率を示している。パネル(a)と比較して少ない最大流量は、車線変更によって生成された流れの乱れに起因する。パネル(c)では、 $f_{DB} = 1$ と仮定している。すべてのエージェントが互いの車線変更アクションに対して、自らが減速するという協力的なふるまいを示す、つまり各エージェントが譲り合いの精神を持って行動している状態の設定である。皮肉なことに、この場合の最大流量はパネル(b)で観察されたものよりもさらに小さい。お互いの車線変更を支援するために頻繁にブレーキをかけると、社会効率(この場合は全体の平均速度)が改善されるのではなく、悪化する。

図 6. 4 に、戦略の割合( $f_{CB}$ ,  $f_{CA}$ ,  $f_{DB}$ ,  $f_{DA}$ )の進化の経路を捉えた結果を示す。矢印は、 $f_{CB} = 0, 0.5, 0.9$  の場合のそれぞれについて、CA-DB-DA 平面に投影された 2D ベクトル  $\Delta f$  を示し、ベクトルの色は、黒： $f_{CB}$  の低下、赤： $f_{CB}$  の増加を示す。大きな白丸はナッシュ均衡を示す。パネル(d)は、後述するジレンマ強度と併せ最大および最小流量のナッシュ均衡での基本図を示す。パネル(e)は、図 3 下段同様、エージェントが実行した車線変更アクションの頻度(青線)とその成功率(赤いバー)である。青く強調された領域がチキン型のジレンマを、赤く強調された領域が PD 型のジレンマを示す交通密度の領域である。

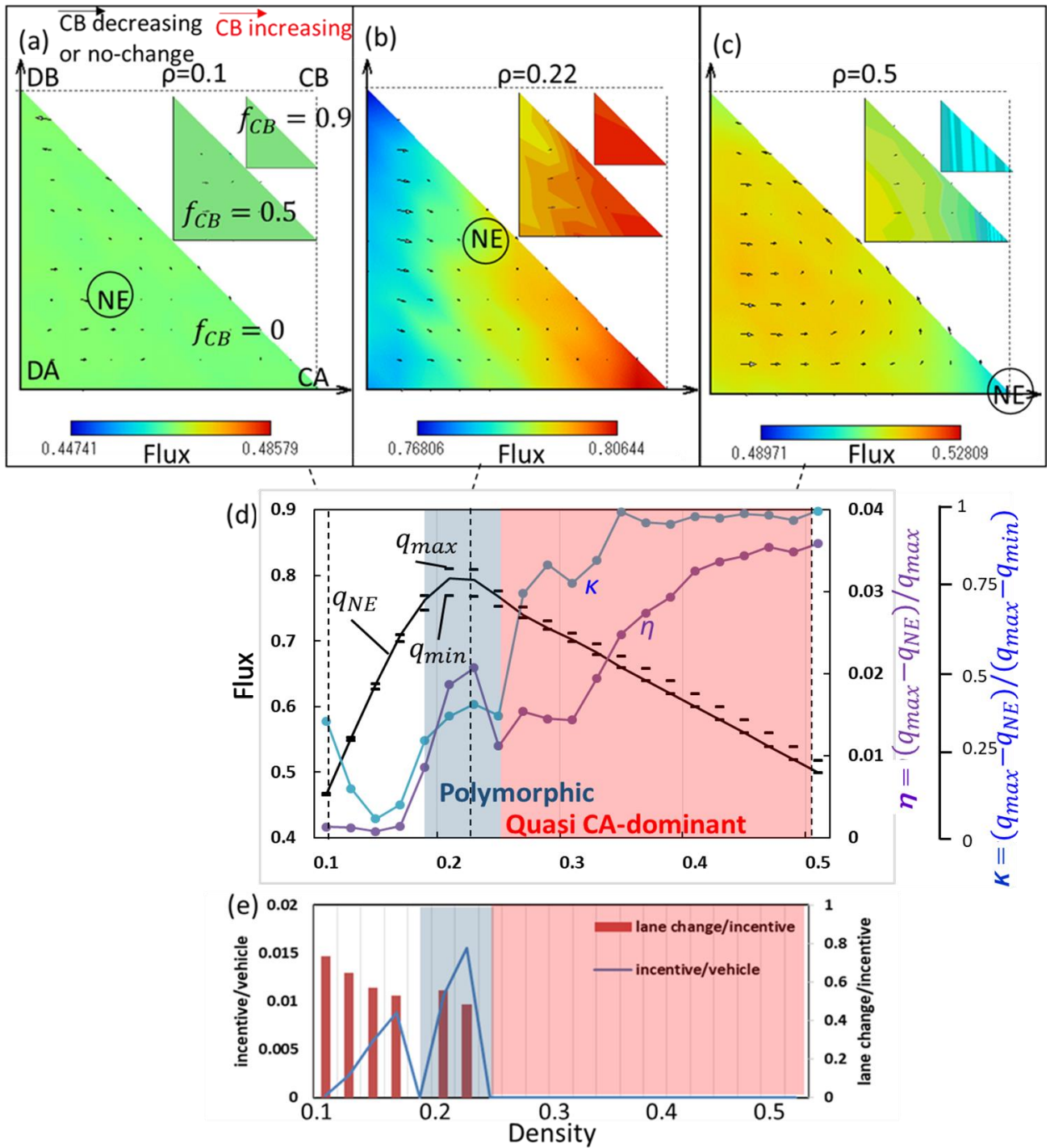


図 6. 4. 交通密度  $\rho$  について (a) 0. 1, (b) 0. 22, および (c) 0. 5  
での戦略空間 ( $f_{CB}$ ,  $f_{CA}$ ,  $f_{DB}$ ,  $f_{DA}$ ).

パネル (d) での各変数の定義は以下の通りである.  $q_{max}$ : 最大流量 (社会的最適流量  $q_{so}$ )

と一致)  $q_{min}$  : 最小流量  $q_{NE}$  : ナッシュ均衡での流量,  $\eta$  及び  $\kappa$  : ジレンマ強度,  $\rho$  : 交通密度.

先行研究[9, 11-13]と一致させ, ジレンマ強度  $\eta$  を以下のように定義する.

$$\eta = \frac{q_{SO} - q_{NE}}{q_{max}}. \quad (6.4)$$

$q_{max}$  ( $q_{SO}$ ),  $q_{min}$ ,  $q_{NE}$  の意味は次のとおりである.

交通密度  $\rho$  を特定の値に固定し, 戦略の割合 ( $f_{CB}$ ,  $f_{CA}$ ,  $f_{DB}$ ,  $f_{DA}$ ) を変化させると, それぞれ最大流量と最小流量  $q_{max}$  と  $q_{min}$  の両方を取得できる. ナッシュ均衡での戦略の割合は, 上の 3 つのパネルに示されているベクトルをなぞる進化経路の終着点として特定できる. ナッシュ均衡での戦略の割合は, 上部の各パネル[(a)-(c)]で白丸で示されていることに注意されたい. ナッシュ均衡は, この動的システムにおける特定の交通密度で式(6.3)で示されるように戦略の割合が変化を続けた最終的な社会的状態を意味する.

$q_{NE}$  は, ナッシュ均衡での交通流量を意味する. 式(6.4)で定義されるジレンマの強さは, ナッシュ均衡が社会的最適とどのように異なるかを示し, 潜在的に社会的非効率性を示している. ナッシュ均衡が社会的最適と一致するためには, そのようなマルチプレイヤーゲームには対立がない(または, 数学的な観点からのジレンマがない)ため,  $\eta$  はゼロである必要がある. 同様に, パラメータ  $\kappa$  は以下のように定義される.

$$\kappa = 1 - \frac{q_{SO} - q_{NE}}{q_{min_{max=1}} - q_{min_{max}}}. \quad (6.5)$$

この指標は, 以降説明するように, 観察されたジレンマが準チキンタイプのジレンマ(多形ナッシュ均衡を意味する)または準囚人のジレンマ(CA が支配的なナッシュ均衡を意味する)に近いかどうかを示す. 均衡がほぼ CA 優勢のナッシュ均衡になる, つまり ( $q_{max} - q_{NE}$ ) がゼロに極めて近い場合,  $\kappa$  は 1 に近くなる. 逆に, 2 プレイヤーでの 2 戦略ゲーム(以下,  $2 \times 2$  ゲーム)のチキン型ジレンマのようにナッシュ均衡と社会最適が合致しない場合[2],  $\kappa$  は必ず 1 未満となる.

右下のパネル[パネル(e)]は, ナッシュ均衡での交通密度とエージェントが実行する車線変更アクションの頻度の関係を成功率とともに示している. 示されている交通密度の 3 つのポイント ( $\rho = 0.1$ ,  $0.22$ , and  $0.5$ ) は, 上の 3 つのパネル(a)~(c)に示されているように, 自由相, メタ安定, および渋滞相を表している.

戦略空間 ( $f_{CB}$ ,  $f_{CA}$ ,  $f_{DB}$ ,  $f_{DA}$ ) に, 頂点  $f_{CB} = 1$ ,  $f_{CA} = 1$ ,  $f_{DB} = 1$ ,  $f_{DA} = 1$  を持

つ正四面体を想定する．各ベクトルは  $f_{CB}$  の各値での CA-DB-DA 平面に投影された 2D ベクトルを表す．この時点では明らかにならない重要な点の 1 つは，すべてのベクトルが下を向いているかどうかという点である．これは，最も寛大な行動である戦略 CB が常に衰退することを示していると言い換えることができる．背景色は，交通流量の値を示す．

密度  $\rho = 0.22$  の戦略空間[パネル(b)]は，有意な色の多様性と，ナッシュ均衡と最も赤い点，つまり社会的最適である  $f_{CB} = 1$  との間に明確な不一致を示している(正確に言えば，それは  $f_{CB} = 1$  と  $f_{CA} = 1$  を接続する辺である)．これにより，この場合， $\eta$  の値がゼロ以外であるという事実に対応するジレンマが確実に存在する．ナッシュ均衡は  $(f_{CB}, f_{CA}, f_{DB}, f_{DA}) = (0, 0.4, 0.4, 0.2)$  に存在する．この特定のジレンマは，ナッシュ均衡が CB を除くすべての戦略が共存する多形内部均衡であり， $q_{NE}$  が  $q_{min}$  とは異なるため， $2 \times 2$  ゲームのチキンタイプのジレンマ[19], [20]に類似するといえる．これは，次に説明する  $\rho = 0.5$  の場合とは異なる．これらの結果を定性的に言い換えると，メタ安定相に属する可能性のある交通流場は，実際には大きな社会的ジレンマを潜在的に有しているといえる．交通物理学の観点から，メタ安定相は非常に脆弱ある．いわゆる「小隊走行」などの特定の車両構成のため，微妙な摂動がメタ安定相の中断を引き起こし，交通流量を大幅に減少させる可能性がある．ここで示したのは，摂動の従来の原因(ドライバーの操作方法の逸脱や周囲環境の確率的逸脱など，外部または機械的要因)だけでなく，社会的ジレンマによる原因も存在することを示唆している．パネル(d)において青色で強調表示されている交通密度領域では，戦略 C\* を採用することは，協調戦略を採用することを意味する．これは，車線変更を自己禁止するアクションにより， $f_{CA} = 1$  と  $f_{CB} = 1$  を接続する辺に社会的に最適な状態が表示されるためである．ただし，社会進化の最終点であるナッシュ均衡は，明確な多形状態(CB を除くすべての戦略の共存)となる．

これは， $2 \times 2$  ゲームの純粋なチキン型のジレンマに類似しているように見える． $2 \times 2$  ゲームでは，相互協調(C-C, 「Reward」と呼ばれる R)，相互裏切り(D-D, 「Punishment」と呼ばれる P)，自身の協調，と対戦相手の裏切り(C-D, 「Sucker」と呼ばれる，S)，自身が裏切り，対戦相手が協調する(D-C, 「Temptation」と呼ばれる，T)．純粋なチキン型のジレンマでは，相互協調は社会的最適をもたらす(このため，R 互惠と呼ばれる)が，ナッシュ均衡は内部の多形状態として現れる．R 互惠は，相互に同等

のパレート最適(つまり, 社会的最適)が保証される[2].

上記の議論から,  $\rho = 0.22$  の戦略空間におけるジレンマのタイプを「チキンタイプのジレンマをもたらす多形ゲーム」と仮称する.

次に,  $\rho = 0.5$  の場合を考察する. パネル(c)に示すように, この場合のジレンマの強さは,  $\rho = 0.22$  の場合と比較して大きい. ナッシュ均衡は,  $(f_{CB}, f_{CA}, f_{DB}, f_{DA}) = (0, 1, 0, 0)$ に現れる. これは, 頂点  $f_{CA} = 1$  つまり, すべて CA の状態である. 前のケース,  $\rho = 0.22$  とは異なり, この特定のジレンマは,  $2 \times 2$  ゲームの囚人のジレンマ(以下, PD)に類似しているように見えます. これは, そのナッシュ均衡が純粋な戦略点つまり頂点  $f_{CA} = 1$  であり,  $q_{NE}$  が  $f_{CA} = 1$  で観測された  $q_{min}$  の値に近いことによる.  $\kappa$  の定義から, パネル(d)において赤で強調表示されている, 交通密度の高い領域に示されている  $\kappa$  の値は 1 に近づくことになる.  $2 \times 2$  PD ゲームでは, R 互惠により, 相互に同等のパレート最適化が引き起こされ(純粋なチキンゲームのように), 相互の裏切りによってナッシュ均衡が引き起こされる. このタイプを「PD タイプのジレンマをもたらす準 CA 優勢ゲーム」と仮称する.

前のケース( $\rho = 0.22$ )よりも高い交通密度を伴い, パネル(d)において赤で強調表示されているこのケースでは, 協調を示す最初の大文字の C と矛盾するようではあるが戦略 CA は破壊的, つまり最も自己中心的なものとして機能する. エージェントがとる車線変更アクションの頻度と, この交通密度領域でのナッシュ均衡での対応する成功率を観察すると, 車線変更を試みる可能性はほぼなく, 車線変更イベントも成功しないことに注意されたい[パネル(e)]. これは, 一部の D\*エージェントが車線変更を試みたとしても, ほとんどの試行が大多数のエージェントによって阻止されていることを意味する. したがって, D\*エージェントは CA エージェントに対して有利にはなり得ず, 最終的には母集団から排除される. CA エージェントが別の車線変更をうまく妨害するときはいつでも, このイベントは一時的な加速のために彼の利得を押し上げることになる. これは皮肉なことに, CA エージェントの行動が, 彼の協調を示すラベルである C \*にもかかわらず, かなり自己中心的な行動として機能することになる. また, CA エージェントは, 常に元のレーンを保持しているため, 2 つの隣接するレーンの中に局所的な密度ギャップがある場合, 平均化には寄与しない. 全体的な社会的効率の観点から, この場合のように全体の交通密

度が比較的大きい場合，車線変更の適度な頻度は，単一の車線に現れる可能性のある局部的な車両クラスターを解消することによって，実際に全体の交通フラックスを改善する可能性がある．したがって，CA は，社会的全体の効率の観点から，完全に自己中心的な戦略として機能する．

ここで取り上げる非常に興味深い点は，メタ安定相周辺の中距離交通密度で観察されるジレンマ構造(チキン型ジレンマ)が下のパネル(d)で示唆されているように，高密度の渋滞相では別のジレンマ構造(PD 型ジレンマ)に移行すると考えられることある．また，チキンタイプのジレンマから PD タイプのジレンマに移行する際に，戦略を識別する最初の文字(「C」)の有効な意味が完全に反転し，「協調」から「裏切り」に移行する．

最後に，低密度の場合， $\rho = 0.1$  [パネル(a)]について考察する．この場合，戦略の変化フローに従うと明確な社会的(ナッシュ)均衡がもたらされるが，自由相では色の変化はほぼなくなる．この場合，ナッシュ均衡と社会的最適との間のフラックスの不一致はごくわずかである．そのため，このケースは，他の2つのケースよりもはるかに少ない，わずかな，ほとんど無視できるジレンマの強さを示している．ナッシュ均衡は，CB を除くすべての戦略を共存させる．これは，車線を変更しようとするエージェントの存在を意味する．これは社会最適と矛盾しない．適切な車線変更は，交通密度が低いため，他のエージェントに影響を与えることなく交通効率を押し上げるからである．

## 6. 4 本章の結論

本章では進化ゲーム理論の概念を組み込んだ新しい CA モデルを構築し、他者の車線変更の試みを妨げるためのドライバーの行為が現実的な交通流に社会的ジレンマをもたらす方法を定量化した。このモデルは、車線変更車両と、車線変更の試みに反応して車両を妨害または支援しようとする車両の間の 2 体の関係を考慮に入れることを企図している。

本章では、車線変更を試みるかどうか、および他の車線変更を妨げるか助けるかどうかという、社会的ジレンマ構造を含む 4 つの戦略を可能にする複雑な社会システムを示した。

観察されたジレンマ構造は、トラフィック密度に応じて、チキンタイプのジレンマなどの多形平衡、または PD タイプのジレンマなどのほぼ支配的な単一戦略のいずれかを特徴としている。交通密度の中間範囲に現れる最初のタイプのジレンマは、交通流場がメタ安定相に属している場合に発生する。この社会的ジレンマメカニズムは、車線変更や車線変更の妨害または支援によって引き起こされ、その結果、流れ場の小隊走行構成が崩壊し、メタ安定が崩壊、渋滞相に以降し、交通流量が減少する。このタイプの交通流には、本質的にチキン型のジレンマが含まれる。2 番目のタイプのジレンマは、渋滞相で発生する。

これは皮肉な印象もある現象である。社会的多数派である CA エージェントが、次の 2 つの挙動から、最も自己中心的、つまり  $2 \times 2$  PD ゲームにおける裏切り戦略のように機能するからである。(1)他者の車線変更を妨害することによる自身の加速。(2)車線変更を全く試みないことで、車両密度の偏りを平均化し、局所的な車両クラスターの解消を行わないこと。渋滞相でのジレンマはチキン型から PD 型へのジレンマ構造の変化を見せている。

これは、交通密度の観点から、メタ安定相から渋滞相への流れ場の固有の相変化と定性的に一致している。これらのジレンマ構造の変化は、交通流の根底にある PD 型の社会的ジレンマのみを考慮した以前の研究[11] - [14]とは異なり、本章では、現実的な交通流の再現の為、エージェントは車線変更を試みるかどうかを検討し、さらに、エージェントの決定に、車線変更を試みる車両とその後方の車両の連鎖的な 2 体問題を考慮したことによって観察されたものである。

## 6 章付録

本章で使用した Revised S-NFS モデル[16]は以下の規則でエージェントの前進速度を決定する．一部変数の命名法については図 6. 1(d)を参照されたい．

**Rule 1.** “acceleration”

$$v_i^{(1)} = \min[Vi^{(0)} + 1, V_{max}]. \quad (\text{A1})$$

( $g_i \geq G \wedge v_i^{(0)} \leq v_{i+1}^{(0)}$  の場合にのみ適用される．  $g_i$  と  $G$  の定義については，Rule 6 の下段を参照されたい)

**Rule 2.** “Slow-to-start (S2S)”

$$v_i^{(2)} = \min[v_i^{(1)}, x_{i+s_i}^{t-1} - x_i^{t-1} - s_i]. \quad (\text{A2})$$

( $rand \leq q$  の場合にのみ適用される．  $rand \leq r$  の場合，  $s_i = S$ ， それ以外の場合は  $s_i = 1$  である． 表記  $rand$  は，  $[0, 1]$  の一様分布から引き出された乱数を表す．)

**Rule 3.** “Quick start (QS)”

$$v_i^{(3)} = \min[v_i^{(2)}, x_{i+s_i}^t - x_i^t - s_i]. \quad (\text{A3})$$

**Rule 4.** “Random braking (RB)”

$$v_i^{(4)} = \max[1, v_i^{(3)} - 1]. \quad (\text{A4})$$

( $rand < 1 - p_i$  の場合にのみ適用される．  $p_i$  と  $P_j$  の定義については，Rule 6 下段を参照されたい．)

*if*( $g_i \geq G$ )

$$p_i = P_1 \quad (\text{A5-1})$$

*if*( $g_i < G$ )

$$p_i = P_2 \quad \text{for } v_i^{(0)} < v_{i+1}^{(0)} \quad (\text{A5-2})$$

$$p_i = P_3 \quad \text{for } v_i^{(0)} = v_{i+1}^{(0)} \quad (\text{A5-3})$$

$$p_i = P_4 \quad \text{for } v_i^{(0)} > v_{i+1}^{(0)}. \quad (\text{A5-4})$$

**Rule 5.** “Avoid collision”

$$v_i^{(5)} = \min[v_i^{(4)}, x_{i+1}^t - x_i^t - 1 + v_{i+1}^{(4)}]. \quad (\text{A6})$$

**Rule 6.** “Moving forward”

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{(5)}, \quad (\text{A7})$$

ここで，  $x_i^t$  は時間  $t$  での車両  $i$  の位置，  $v_i$  は車両  $i$  の速度，  $v_i^{(0)}$  は直前の時間ステップ  $t$

$-l$  での速度  $v_i^{(5)}$  であり,  $x_i^t - x_i^{t-1}$  で定義される.  $s_i$  は  $i$  番目のドライバーの視点から見た先行車両の数,  $g_i$  は車両  $i$  と車両  $i + 1$  の間の距離(したがって,  $g_i = x_{i+1}^t - x_i^t - 1$ ),  $V_{\max}$  は最大速度である. 量  $G, q, r, S, P_1, P_2, P_3, P_4$  はモデルの各パラメータである. ランダムブレーキの確率は  $1 - p_i$  で与えられる.  $P_1 > P_2 > P_3 > P_4$  と仮定する. 標準パラメータ設定として, 次のモデルパラメータを想定した:  $q = 0.99, r = 0.99, S = 2, P_1 = 0.999, P_2 = 0.99, P_3 = 0.98, P_4 = 0.01, G = 15, k = 3.$

## 参考文献

- [1] Tyagi, V., Darbha, S., Rajagopal, K. R. ; A review of the mathematical models for traffic flow, *International Journal of Advances in Engineering Sciences and Applied Mathematics* 1 (1), 53-68, 2009.
- [2] Tanimoto, J. ; *Fundamentals of Evolutionary Game Theory and its Applications*, Springer (Tokyo), 2015.
- [3] Haberman, R. ; *Mathematical models: Mechanical vibrations, population dynamics, and traffic flow*, SIAM; Society for Industrial and Applied Mathematics (Philadelphia), 1977.
- [4] Kerner, B. S. ; *The Physics of Traffic: Empirical Freeway Pattern Features, Engineering Applications, and Theory*, Springer (New York), 2004.
- [5] Cao, J. -L., Shi, Z. -K. ; Analysis of a two-lane lattice model on a gradient road with the consideration of relative current, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 33, 1-18, 2016.
- [6] Mardiati, R., Ismail, N., Faroqi, A. ; Review of microscopic model for traffic flow, *ARPJ Journal of Engineering and Applied Science* 9 (10), 1794-1800, 2014.
- [7] Pipes, L. A., An operational analysis of traffic dynamics, *Journal of Applied Physics* 24, 274–281, 1953.
- [8] Sakai, S., Nishinari, K., Iida, S. ; A new stochastic cellular automaton model on traffic flow and its jamming phase transition, *Journal of Physics A: Mathematical and General* 39, 15327–15339, 2006.
- [9] Tanimoto, J., Nakamura, K. ; Social dilemma structure hidden behind traffic flow with route selection, *Physica A* 459, 92-99, 2016.
- [10] Zhang, W., Zhang, W., Chen, W. ; Dilemma game in a cellular automation model with a non-signalized intersection, *European Physical Journal B* 85 (78), 2012
- [11] Tanimoto, J, Fujiki, T., Wang, Z., Hagishima, A., Ikegaya, N. ;

- Dangerous drivers foster social dilemma structures hidden behind a traffic flow with lane changes, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, P11027, 2014.
- [12] Tanimoto, J., Kukida, S., Hagishima, A. ; Social dilemma structures hidden behind a traffic flow with lane changes, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, P07019, 2014.
- [13] Nakata, M., Yamauchi, A., Tanimoto, J., Hagishima, A. ; Dilemma game structure hidden in traffic flow at a bottleneck due to a 2 into 1 lane junction, *Physica A* **389**, 5353-5361, 2010.
- [14] Yamauchi, A., Tanimoto, J., Hagishima, A. Sagara, H. ; Dilemma Game Structure Observed in Traffic Flow at a 2-to-1 Lane Junction, *Physical Review E* **79**, 036104, 2009.
- [15] Schoenmakers, S., Hilbe, C., Blasius, S. Traulsen, A. ; Sanctions at honest signals The evolution of pool punishment by public sanctioning institutions, *Journal of Theoretical Biology* **356**, 36-46, 2014.
- [16] Kokubo. S. ; Tanimoto. J. ; Hagishima. A. ; A new Cellular Automata Model including a decelerating damping effect to reproduce Kerner's three-phase theory, *Physica A* **390(4)**, 561–568, 2011.
- [17] Kukida. S. ; Tanimoto. J. ; Hagishima. A. ; Analysis of the influence of lane changing on traffic-flow dynamics based on the cellular automaton model, *International Journal of Modern Physics C* **22 (3)**, 1–11, 2011.
- [18] Nagel, K., Schreckenberg, M. ; A cellular automaton model for freeway traffic, *Journal de Physique I* **2**, 2221-2229, 1992.
- [19] Wang, Z., Kokubo, S., Jusup, M, Tanimoto, J. ; Universal scaling for the dilemma strength in evolutionary games, *Physics of Life Reviews* **14**, 1-30, 2015.
- [20] Tanimoto, J., Sagara, H. ; Relationship between dilemma occurrence and the existence of a weakly dominant strategy in a two-player symmetric game,

*BioSystems* **90** (1), 105-114, 2007.

# 第 7 章

## 結論

## 7. 1 総括結論

本研究では、主に *vaccination game* と交通流ジレンマゲームを取り上げ、社会の中で多くの人間が集まる場合における協調創発の可能性を模索することを目的に、より現実に近い仮定を導入しそのジレンマ構造の解析を図った。

その結果、あるゲームのモデルに意思決定などの仮定を一つ追加するだけでジレンマ構造に多様な変化が生じているという結果は、現実に起こる様々な状況のジレンマ構造の解析の難しさを強調してしまったといえよう。

筆者が興味を惹かれる点として、第3章と第4章には奇妙な共通点があるように思われる。これらはどちらも、「チキン型のジレンマが存在する戦略空間に中間的な挙動を示す戦略を追加した」「 $2 \times 2$  ゲームの結果から期待されるジレンマの緩和ではなく、むしろ状況の悪化という結果が得られた」という傾向において類似している。

これについて、筆者は「二兎を追う者は一兎をも得ず」という諺を想起している。

第3章の  $2 \times 2$  ゲームにおける有償加罰及び孤独にインスパイアされた、「協調する者（善人）とは関わり、搾取を試みる者（悪人）とは関わらない」という新たな戦略は、「悪人を攻撃する」という、社会の為に自らの手を汚す覚悟を持つ有償加罰戦略、「誰も関わらない」という孤高の覚悟を持つ孤独戦略と比較すると、「自分の手は汚したくない、善人とは関わりたいが悪人とは関わりたいくない」といった（いささか甘い）思考のメタファーと考えられ、有償加罰と孤独の「いいとこどり」をしようとして失敗したものと考えられる。

第4章のワクチン接種ゲームにおける中間的な感染防衛策の導入もまた、「ワクチン接種ほどのコストは負いたくないが無防備でいるのも嫌だ」という思考のメタファーであり、「完全な防御の為ワクチン接種のコストを負う」または「感染しないイチかバチかの賭けに身を投じる」という接種、非接種の2戦略に比べ、そのどちらの覚悟も持てずに「いいとこどり」を試みる姿と考えられる。

一方で、第4章については、本研究が示したのはあくまで「戦略として中間防衛策で安価に済ませることは望ましくない」というものであり、公衆衛生の観点から中間防衛策として想定した感染対策の実施は奨励されるべきであるという一般的な感覚を否定するもの

ではないことを強調しておきたい。本研究の主題とはやや異なるが、中間防衛策として想定したマスク着用、手洗い、うがいの励行、最近では新型コロナウイルス感染症の対策として消毒液が各所に設置されてもいることなどは、近年のように社会全体で一定の強制力をもって実行されれば、SIRモデルにおける感染率 $\beta$ そのものを抑制することに相当する効果が期待され、その費用は度々ニュースで槍玉にあがる「医療崩壊」の悪影響に比べれば十分に小さいと考えられるため、ワクチン接種と併せて推進されることを筆者自身も望んでいる。

第5章では、情報を得る手段が非常に豊かになっている現代において、ワクチン接種の意思決定について、そもそも感染症の伝搬ネットワークと同じ相手（つまり直接対面で関わる相手）だけではなく、社会全体の情報も容易に手に入ることから、自身の周囲の感染状況と社会全体の利得情報を判断基準にするという意思決定方法を提案したが、「自身の周囲に感染者がいない場合」という例外の処理の影響を大きく受け、特に、感染者がいない場合にワクチンを接種しない傾向がある処理の場合の感染率の結果が悪化した。

こちらは「油断大敵」もしくは「喉元過ぎれば熱さを忘れる」という言葉が似合う状況と言えよう。

ネットワーク上のワクチン接種ゲームでは、接種者の分布次第では空間内のエージェントのほとんどが感染しない、という状況もあり得るため、全員が油断して接種しないという状況が誘発され、翌年の感染状況を大いに悪化させるという結末を迎え、また危機感からワクチンを接種する、という繰り返しである。

第6章では、第3章、第4章とは逆に、「盗人にも三分の理」「過ぎたるは猶及ばざるが如し」というべき状況が生じている。

第6章の仮定は、いわゆる有償加罰と比較すると、自らの利得を押し上げる効果もあること、また、裏切りとして定義した車線変更について、多少の車線変更は社会全体の交通流量を改善することが明確な差異として挙げられる。第3章、第4章の戦略のメタファーに寄せた表現をするならば、「自分の利益にもなる形で悪人を攻撃する」ことを過剰に行った結果、その悪人の悪行が「誰にも迷惑をかけない形であれば社会の利益にもなりえた」という側面を踏み躪るという状況を生んでいるのである。

## 7. 2 今後の展望

筆者は本研究の結果に、強い危機感を抱いている。

各章の結果を総合的に俯瞰した時、「チキン型のジレンマが認められた場合にとりあえずこれを試すべし」であるとか、「裏切り戦略に相当する行動をとる相手が身近にいる場合にとりあえずこれを試すべし」といった、安定して使える切り札が得られたかと言えば、むしろその逆、そのような切り札が現状存在しないことを示したと言えるからである。

もちろん、一つ一つの章における結果は、仮定を基に結果が導かれる機序を考察すれば十分納得しうるものであり、またそこから読み取れるある種の教訓も、協調創発、社会全体の利得向上に向けた行動の指針として腑に落ちるものである。

しかし、いや、だからこそ、本研究はより大きな課題の輪郭を明らかにしてしまったのである。

仮に、より多くの、より多様な状況のデータから各章の結果が一般化でき、前節で述べた内容が間違いなく正しいと保証されたとしよう。

そのとき、第3章や第4章の結果から「中途半端」はよくない、第6章の結果から「過剰」もよくない、ということが言えることになる。

この二つが言えた時、自然と浮かび上がる問いがある。「丁度いい」という点はどこにあるのか、それはどのようにして見つけるのか、という、実行上の大きな問いである。

そのうえ、その問いへの解答の難しさを、第5章が示してしまっている。

例外的な処理として仮定した4つのパターンによって結果が大きく左右された第5章の実験結果は、ちょっとした条件の設定が挙動や結果の大きな違いを生むことを示してしまった。

実際に人間が意思決定を行う現実には本研究以上に様々な条件、状況があり、意思決定の方法も、意思決定に用いる価値基準すらもより多様であることは言うまでもなく、これをきわめて正確に再現しなければ、「丁度いい」対応を探る土俵にすら立てないのである。

さらに序論で述べた通り、既に人類は当たり前のように多くの人と接触し、極めて親しい知人のように自身の利益を犠牲にしてもよいとまで思えない他者と協調する必要のある場面に幾度も晒されている。そして、その傾向は今後の情報技術の発展、社会の複雑化によって加速すると想像される。

既に存在し，人類の衰退を仮定しなければ少なくとも存在し続け，発展を仮定するならばむしろ増加すると考えられる，様々な場面で生じるジレンマの数々に対し，我々はこれまで以上に力を入れて研究し，その緩和を図る必要があることを，本研究は示したと言えるのではないだろうか。

## 謝辞

本研究を行うにあたりお世話になった方々へ、この場をお借りして御礼申し上げます。

谷本潤教授には、研究に関する数々の助言を始め、論文作成等、様々なご指導を頂き、大変お世話になりました。また学会発表の際にも、丁寧にご指導して頂き、非常に感謝しております。

萩島理准教授には、研究発表に関する数多くの助言を頂きました。誠に感謝しております。

池谷直樹准教授には、研究への専門的な助言に限らず、一般的な知識でも多くの助言を頂きました。大変感謝しております。

松清修一准教授には、本論文の執筆に当たり、細やかに審査頂き、また適切な助言を頂戴し、心より感謝申し上げます。

秘書の皆実真美さんには、日常生活の細部にわたるお気遣いをして頂いたことや、一般教養等をご教授頂いたことに厚く御礼申し上げます。

複雑系研究グループの皆さんには、ゼミ等を通して多くの貴重な意見を頂き、研究活動での大きな財産となりました。本当に感謝しております。

同期の衛藤俊章さん、小野哲嗣さん、佐藤新見さん、長谷川周平さん、八幡将太郎さんには、大学を離れた後も連絡を取らせていただき、日々の生活の中で励みになりました。皆さんのおかげで、刺激に満ち充実した日々を送ることが出来ました。

その他研究室の諸先輩方、後輩達にも、大変お世話になりました。

最後に、自身の選択に理解を示し、これまでの長い学生生活を支えて下さった両親を始め家族に感謝の意を表したいと思います。大変ありがとうございました。

令和 3 年 12 月 31 日

岩村泰郎