

山越え成層流の差分解析：地形形状と格子分解能の影響

内田，孝紀
九州大学大学院総合理工学研究科：博士課程

大屋，裕二
九州大学応用力学研究所

<https://doi.org/10.15017/4744055>

出版情報：応用力学研究所所報. 85, pp.1-12, 1999-02. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：

山越え成層流の差分解析 — 地形形状と格子分解能の影響 —

内 田 孝 紀^{*1} 大 屋 裕 二^{*2}

A Numerical Study of Stably Stratified Flows over Two-Dimensional Topography by FDM

— Influence of the topography model and the grid resolution —

Takanori UCHIDA and Yuji OHYA

Abstract

This paper describes the numerical study of stably stratified flows over two-dimensional topography in a channel of finite depth by using a FDM (Finite-Difference Method). In this study we have mainly concentrated on two factors such as topography model and grid dependence on the flow field around topography. In the former the numerical results reveal that as topography model becomes smooth, the strength in the columnar disturbance with mode $n=1$, which propagates upstream of topography, becomes weak, as it is expected. In addition, the period of Cd oscillation, which is certainly consistent with that of the shedding of columnar disturbance with mode $n=1$, becomes long. In the latter we have carried out a high-resolution DNS (Direct Numerical Simulation) (1001×201 mesh points). In the numerical results it is clarified that the previous DNS results (421×101 mesh points) are free from the differences in the numerical method and in the grid resolution.

Key words: Stably Stratified Flows, Two-Dimensional Topography, Direct Numerical Simulation, Finite-Difference Method

1. は じ め に

筆者らは既に有限深さ流路内の2次元丘陵地形を過ぎる安定成層流に関して、多方向差分法¹⁾ (Multi-Directional Finite-Difference Method, 以下 MDFDM と称する) に基づいた DNS²⁾ や LES³⁾ を行い、地形周囲流の詳細な検討を行ってきた。特に strong stratification ($1 < K \leq 2$) で観察される地形周囲流の非定常性と地形上流へ伝播する columnar disturbance (以下 col.dist. と称する) の挙動との関係に注目し、以下のような興味深い知見を得た。ここで、 K は無次元成層パラメータで $K = NH/\pi U$ 、 N は浮力振動数、 H は流路深さ、 U は地形への一様近寄り流速である。1) $K=1.25, 1.5$ では地形周囲流の周期的な非定常性が継続して観察され、 $K=1.75, 2$ ではその非定常性が計算初期に出現した。2) 地形周囲流の周

期的な非定常性は、強弱の循環を有し地形上流へ一つの渦のように周期的に放出される1次モードの col.dist. に伴い、地形のすぐ前方の近寄り流れが周期的に変化するためであることを示した。3) $K=1.75, 2$ では時間の経過とともに1次モードの col.dist. は消滅し、代わって2次モードの col.dist. が支配的になり地形周囲流はほぼ定常になった。4) Reynolds 数 ($Re=20, 100, 2000, 10^5$)、流路深さ H と地形高さ h とのブロッケージ比 ($H/h=6, 10$) が地形周囲流の周期的な非定常性に強く影響することが示唆された。しかし4)に関して地形形状の違いが、地形上流へ放出される1次モードの col.dist. の強さとその放出周期、すなわち、これに対応した地形周囲流の振動周期に及ぼす影響については疑問が残った。

そこで本研究では地形周囲流の周期的な非定常性が最も明確に観察された $H/h=6, K=1.5, Re=2000$ のケースに対して、幾つかの地形モデルを対象に DNS を行い、地形形状の影響を検討した。また近年、高性能な計算機の登場とともに大規模な数値計算が可能になりつつある。そこで本研究では $H/h=6, K=1.5$ 、

1998年10月30日 受理

*1 九州大学大学院、総合理工学研究科、大気海洋環境システム学専攻、後期博士課程3年

*2 九州大学応用力学研究所

$Re=2000$ のケースに対して非常に高い格子分解能を有する DNS を行い、得られた計算結果と過去の研究で得られた計算結果²⁾ とを比較し、数値計算法や格子分解能の違いが計算結果に及ぼす影響を検討した。

2. 2次元地形を過ぎる密度成層流の支配方程式

有限深さ流路内の2次元地形を過ぎる安定成層した密度成層流を考える。但し、非圧縮性の Boussinesq 流体で密度の非拡散を仮定する。Fig. 1 に計算領域を示す。地形高さを h として有限な流路深さは $H=6h$ 、水平方向長さは $L=500h$ とする。特に地形上流へ伝播する col.dist. の流入境界への到達を遅らせるために、地形上流は $420h$ と非常に長く設定する。地形への近寄り流速 U は一様で、地形から十分上流において鉛直方向に線形な密度勾配 ($d\rho_B(z)/dz=-1$) を有する基本密度場を考える。2次元地形を過ぎる密度成層流の支配方程式は連続の式、Navier-Stokes 方程式、密度方程式であり、無次元形では以下ようになる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u_i - \frac{\rho \delta_{i3}}{Fr^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = w \quad (3)$$

ここで、 $x_i=(x, z)$ は物理座標成分、 $u_i=(u, w)$ は物理速度成分、 t は時間、 p は圧力、 ρ は密度である。(2)式中の Re と Fr は Reynolds 数 ($=\rho_0 U h / \mu$) と Froude 数 ($=U / N h$) である。但し、 ρ_0 は参照密度、 μ は粘性係数、 N は浮力振動数(プラントバイサラ振動数) $N^2 = -(g/\rho_0)(d\rho_B(z)/dz)$ 、 g は重力加速度である。計算対象が有限な流路深さ H を有するので、 H を含む無次元成層パラメータ $K(=NH/\pi U)$ が境界条件を含んだ支配パラメータとして存在する。本研究ではこの K を用いて計算結果を整理する。

3. 地形形状の影響について

3.1 数値計算法などの概要

数値計算法は過去の研究²⁾ と同様である。すなわち、速度と圧力のカップリングは MAC 法⁴⁾ に基づく。よって、圧力は(2)式の発散を取って得られる Poisson 方程式から SOR 法で反復計算して求める。圧力に関する Poisson 方程式、(2)式、(3)式は一般曲線座標系 ($x=x(\xi, \zeta)$ 、 $z=z(\xi, \zeta)$) のレギュラー格子を用い、MDFDM¹⁾ に基づいて離散化を行う。レギュラー格子では全ての物理量は同一格子点に定義される。(2)式、(3)式の時間積分法は Euler の1次陽解法である。空間項の離散化は(2)式、(3)式の流れ項を除いて全て2次精度中心差分、流れ項に関しては3次精度風上差分である K-K スキーム⁵⁾とする。

ここで、MDFDM¹⁾ について簡単に説明する。MDFDM¹⁾ は流動現象が観測者の設定した座標系に無関係であるという基本原理を念頭に考案された方法である。2次元の場合には、ある点の離散化を行う際に通常座標系 ($\xi-\zeta$ 系) に加えて斜めの座標系 ($\xi'-\zeta'$ 系) の離散化も同時に行う (Fig. 2 を参照)。ここで、連続の式に対する差分式の誤差の主要項が座標系の回転に対して不変ラプラス形式となるように両座標系から得られた数値解の重みを $\xi-\zeta$ 系: $\xi'-\zeta'$ 系 = 2: 1 とし、これらを線形結合して真の数値解とする。この方法は離散化に関する格子点の情報が多くなり精度の高い数値解が得られ、また同時に計算の安定性からも有効である⁶⁾。以下に MDFDM¹⁾ に基づいた物理量 $f(=u, w)$ に対する K-K スキーム⁵⁾ の定式化を示す。但し、プライム(') は $\xi'-\zeta'$ 系を意味する。

【 $\xi-\zeta$ 系】

$$\begin{aligned} CU \frac{\partial f}{\partial \xi} + CW \frac{\partial f}{\partial \zeta} = & CU_{i,k} \frac{-f_{i+2,k} + 8(f_{i+1,k} - f_{i-1,k}) + f_{i-2,k}}{12\Delta\xi} \\ & + [CU_{i,k}] \frac{f_{i+2,k} - 4(f_{i+1,k} + f_{i-1,k}) + f_{i-2,k} + 6f_{i,k}}{4\Delta\xi} \\ & + CW_{i,k} \frac{-f_{i,k+2} + 8(f_{i,k+1} - f_{i,k-1}) + f_{i,k-2}}{12\Delta\zeta} \end{aligned}$$

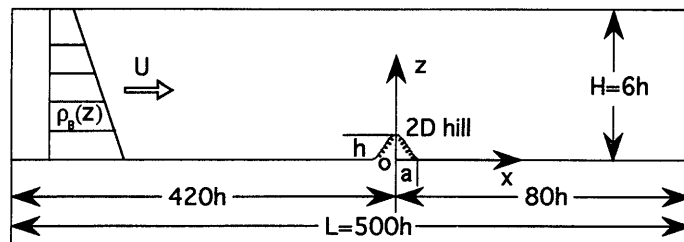


Fig. 1 Flow arrangement.

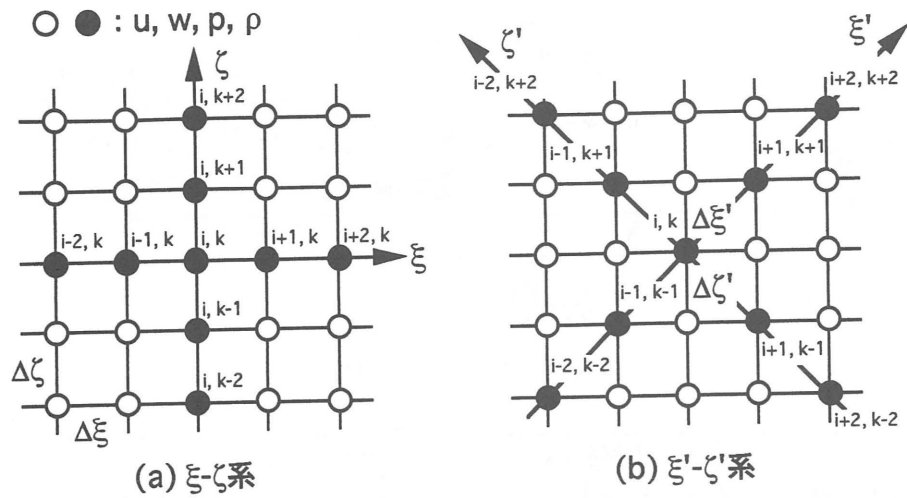


Fig. 2 Generalized curvilinear coordinates based on a MDFDM using a regular grid.

$$+|CW_{i,k}| \frac{f_{i,k+2} - 4(f_{i,k+1} + f_{i,k-1}) + f_{i,k-2} + 6f_{i,k}}{4\Delta\zeta} \quad (4)$$

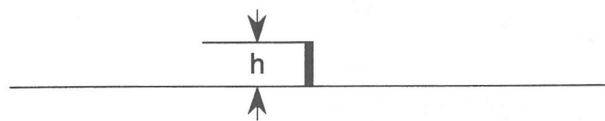
【 ξ' - ζ' 系】

$$\begin{aligned} CU' \frac{\partial f}{\partial \xi'} + CW' \frac{\partial f}{\partial \zeta'} &= CU'_{i,k} \frac{-f_{i+2,k+2} + 8(f_{i+1,k+1} - f_{i-1,k-1}) + f_{i-2,k-2}}{12\Delta\xi'} \\ &+ |CU'_{i,k}| \frac{f_{i+2,k+2} - 4(f_{i+1,k+1} + f_{i-1,k-1}) + f_{i-2,k-2} + 6f_{i,k}}{4\Delta\xi'} \\ &+ CW'_{i,k} \frac{-f_{i-2,k+2} + 8(f_{i-1,k+1} - f_{i+1,k-1}) + f_{i+2,k-2}}{12\Delta\zeta'} \\ &+ |CW'_{i,k}| \frac{f_{i-2,k+2} - 4(f_{i-1,k+1} + f_{i+1,k-1}) + f_{i+2,k-2} + 6f_{i,k}}{4\Delta\zeta'} \end{aligned} \quad (5)$$

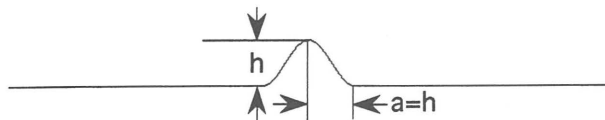
但し、

$$\begin{aligned} CU &= \frac{uz_{\xi} - wx_{\zeta}}{J}, \quad CW = \frac{wx_{\xi} - uz_{\zeta}}{J}, \\ CU' &= \frac{uz'_{\xi} - wx'_{\zeta}}{J'}, \quad CW' = \frac{wx'_{\xi} - uz'_{\zeta}}{J'} \end{aligned} \quad (6)$$

(a) Vertical flat plate



(b) Short-hill



(c) Long-hill

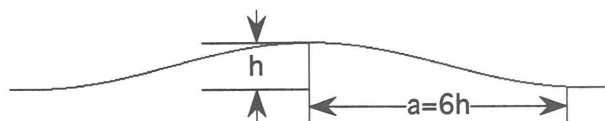
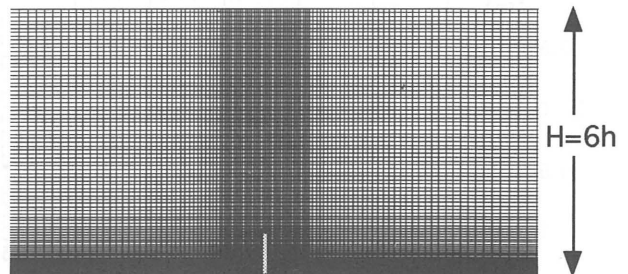
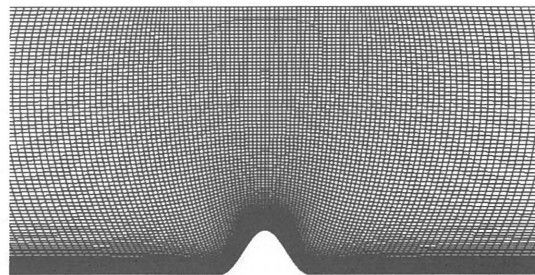


Fig. 3 Topography models.

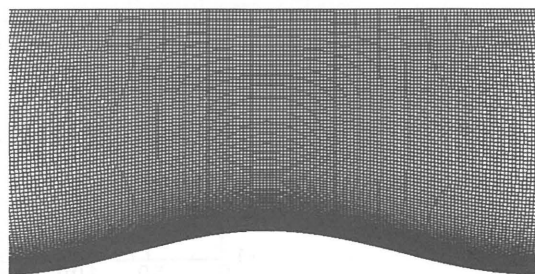
$$J = x_{\xi}z_{\zeta} - x_{\zeta}z_{\xi}, \quad J' = x'_{\xi}z'_{\zeta} - x'_{\zeta}z'_{\xi} \quad (7)$$



(a) Vertical flat plate



(b) Short-hill



(c) Long-hill

Fig. 4 Computational grid near topography (total: 421×101 mesh points).

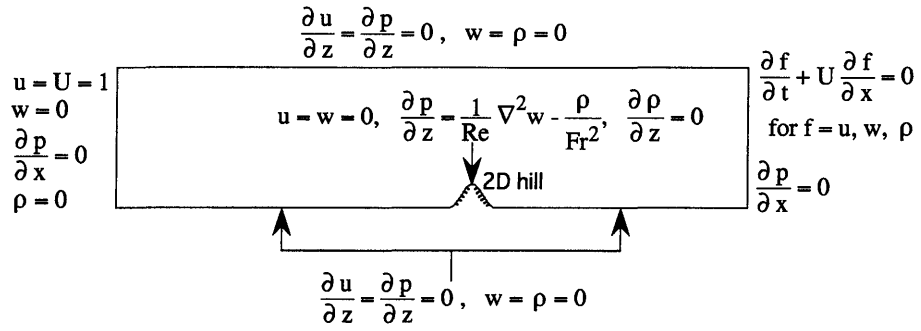


Fig. 5 Boundary condition.

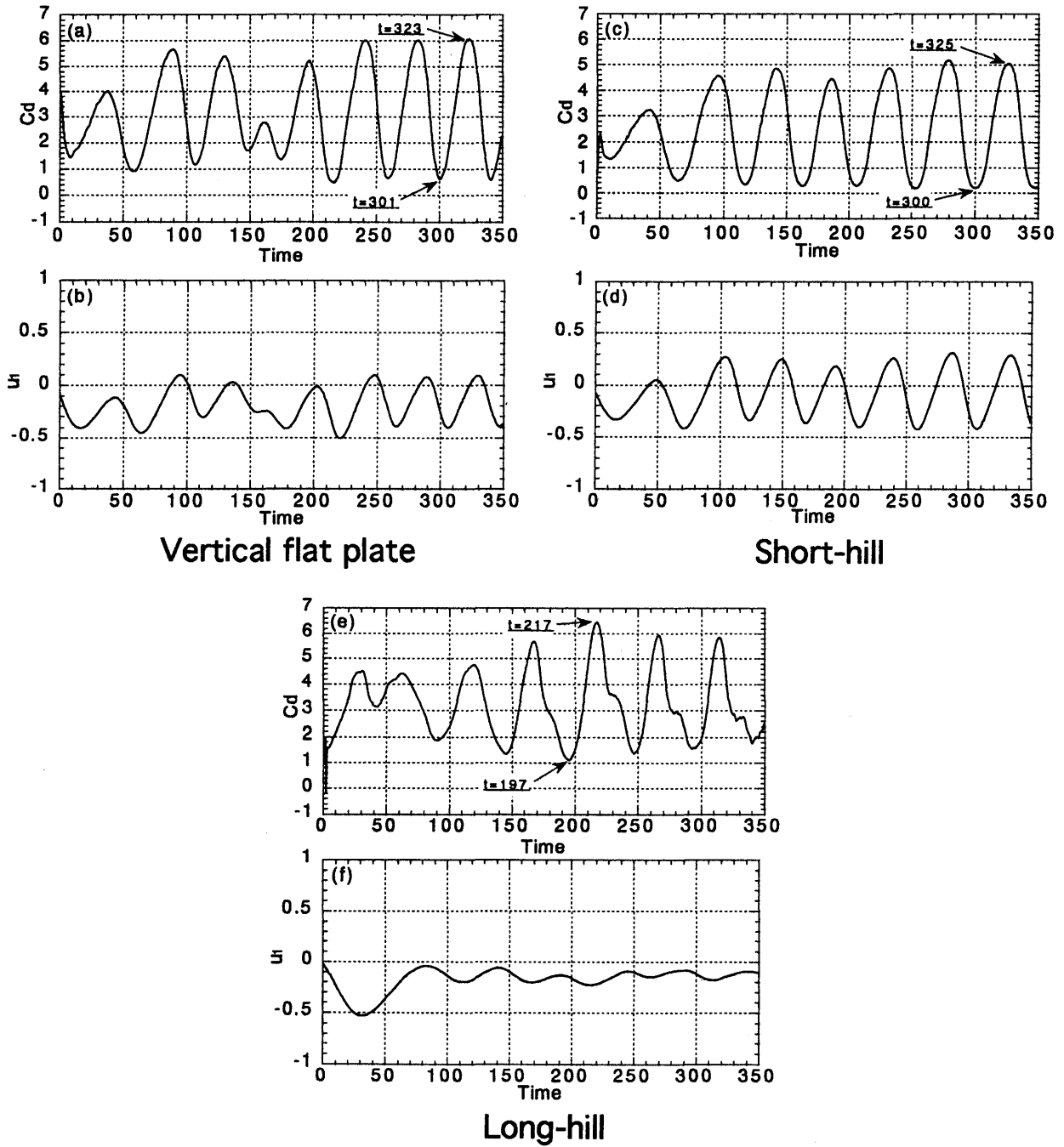
Fig. 6 Comparison of the time history of Cd and u_1 , $K=1.5$, $Re=2000$.

Fig. 3 に本研究で検討した地形形状 (垂直平板と丘陵地形) を示す。丘陵地形の形状は $h(x) = 0.5 \times \{1 + \cos(\pi x/a)\}$ で、その範囲は $|x| \leq a$ である。ここで、パラメータ a は 1, 6 とした。以下それぞれの丘陵地形を short-hill ($a=1$)、long-hill ($a=6$) と呼ぶ。格子点数 (Fig. 4 を参照) や境界条件 (Fig. 5 を参照) などは過去の研究²⁾と同様である。格子点数は主流方向 (x) と鉛直方向 (z) に 421×101 点である。速度の境界条件については地形表面にのみ no-slip 条件を課し、地形を除く上流と下流の地面上と流路の上部境界上には free-slip 条件を課している。これは風下波や col.dist. について地形以外の境界上に発達する境界層の影響を受けない振る舞いを調べるためである。本研究では $H/h=6, K=1.5, Re=2000$ のケースに対して DNS を行った。なお、本計算は併計算流体力学研究所提供のパーソナルスーパーコンピュータ Aleph 275 AXP 上でスカラー計算として行った。

3.2 計算結果と考察

Fig. 6 に地形の抗力係数 Cd と以下の (8) 式で算出した u_1 の時刻歴を示す。

$$u_1 = \frac{2}{H} \int_0^H \left(\frac{\Delta u}{U} \right) \cos \left(\frac{n\pi z}{H} \right) dz \quad (8)$$

この u_1 は地形の上流断面の $\Delta u = u - U$ を流路深さ H 全体にわたってフーリエ解析したもので、地形上流へ伝播する 1 次モードの col.dist. の強さを意味する。但し、 Δu をフーリエ解析した位置は垂直平板と short-hill は $x = -2h$ 、long-hill は $x = -7h$ であり、また Δu の定義式において u は主流方向 (x) の瞬時の速度成分、 U は地形への一様近寄り流速である。どの地形モデルにおいても Cd の変動と 1 次モードの u_1 の変動は周期的に振動している。また両者は完全に同期している。よってこの図から、過去の研究^{2) 3)}と同様に地形近傍の流動現象を以下のように推測することが出来る。まず Cd の変動から、地形周囲流に周期的な非定常性が存在し、その非定常性は持続することが分かる。次に u_1 の変動から、1 次モードの col.dist. は強弱の循環を有し、地形上流へ一つの渦のように周期的に放出されていることが分かる。さらに、 Cd の変動と u_1 の変動は完全に同期していることから、周期的に変化する地形周囲流は、周期性を有し地形上流へ一つの渦のように放出される 1 次モードの col.dist. に伴い、地形のすぐ前方の近寄り流れが周期的に変化するためであることが分かる。なお、詳細な内容については文献^{2) 3)}に記述されている。

一方、本研究で注目した地形形状の違いが、地形上流へ放出される 1 次モードの col.dist. の強さとその

放出周期、すなわち、これに対応した地形周囲流の振動周期に及ぼす影響については以下のような結果が得られた。予想されるように、地形形状がなだらかになるにつれて地形上流へ放出される 1 次モードの col.dist. の強さ (u_1 の変動) は弱くなる。また、1 次モードの col.dist. の地形上流への放出周期、すなわち、これに対応した地形周囲流の振動周期は長くなる。以下では周期的に変化する地形周囲流について検討する。

Fig. 7 にそれぞれの地形モデルにおいて、 Cd -極小値と Cd -極大値に対応した流線図を示す。但し、Fig. 6 に矢印で表示した時刻を示す。過去の研究^{2) 3)}と同様、すべての地形モデルに共通して Cd -極小値と Cd -極大値では地形背後の定在渦の大きさや風下波の振幅などに顕著な違いが見られる。 Cd -極小値では地形を越える流れは緩やかであり、これに伴って地形背後の定在渦は大きい。また、ローター (剥離領域) が地形からかなり下流で流路の上部境界上に誘起されている。一方、 Cd -極大値では地形背後に強い下降流が発生し、これに伴って地形背後の定在渦は小さい。また同時に、この強い下降流に伴ってローター (剥離領域) が地形上方で流路の上部境界上に誘起されている。

4. 格子分解能の影響について

4.1 数値計算法などの概要

本研究では大規模な DNS を高速に行うために、一般曲線座標系 ($x = x(\xi, \zeta)$, $z = z(\xi, \zeta)$) のコロケート格子⁷⁾に基づいた計算コードを新たに開発した。数値計算法に関して、速度と圧力のカップリングは Euler の 1 次陽解法に基づいた Fractional Step 法⁸⁾である。支配方程式の離散化は MDFDM¹⁾ではなく、一つの座標系を用いる通常の差分法 (conventional Finite-Difference Method, 以下 conventional FDM と称する) に基づいている。空間項の離散化や圧力に関する Poisson 方程式の解法などは 3 節と同様である。但し、(2) 式、(3) 式の対流項については補間法⁹⁾に基づいた 4 次精度中心差分 (4 点差分・4 点補間、(9) 式と (10) 式を参照) に K-K スキーム⁵⁾タイプの 4 階微分の数値粘性項を付加した修正 3 次精度風上差分¹⁰⁾とした。

【差分】

$$[\delta_\xi f]_{i,k} = \frac{-f_{i+3/2,k} + 27(f_{i+1/2,k} - f_{i-1/2,k}) + f_{i-3/2,k}}{24\Delta\xi} \quad (9)$$

【補間】

$$[f^\#]_{i,k} = \frac{-f_{i+3/2,k} + 9(f_{i+1/2,k} + f_{i-1/2,k}) - f_{i-3/2,k}}{16} \quad (10)$$

ここで、コロケート格子⁷⁾に基づいた数値計算法に

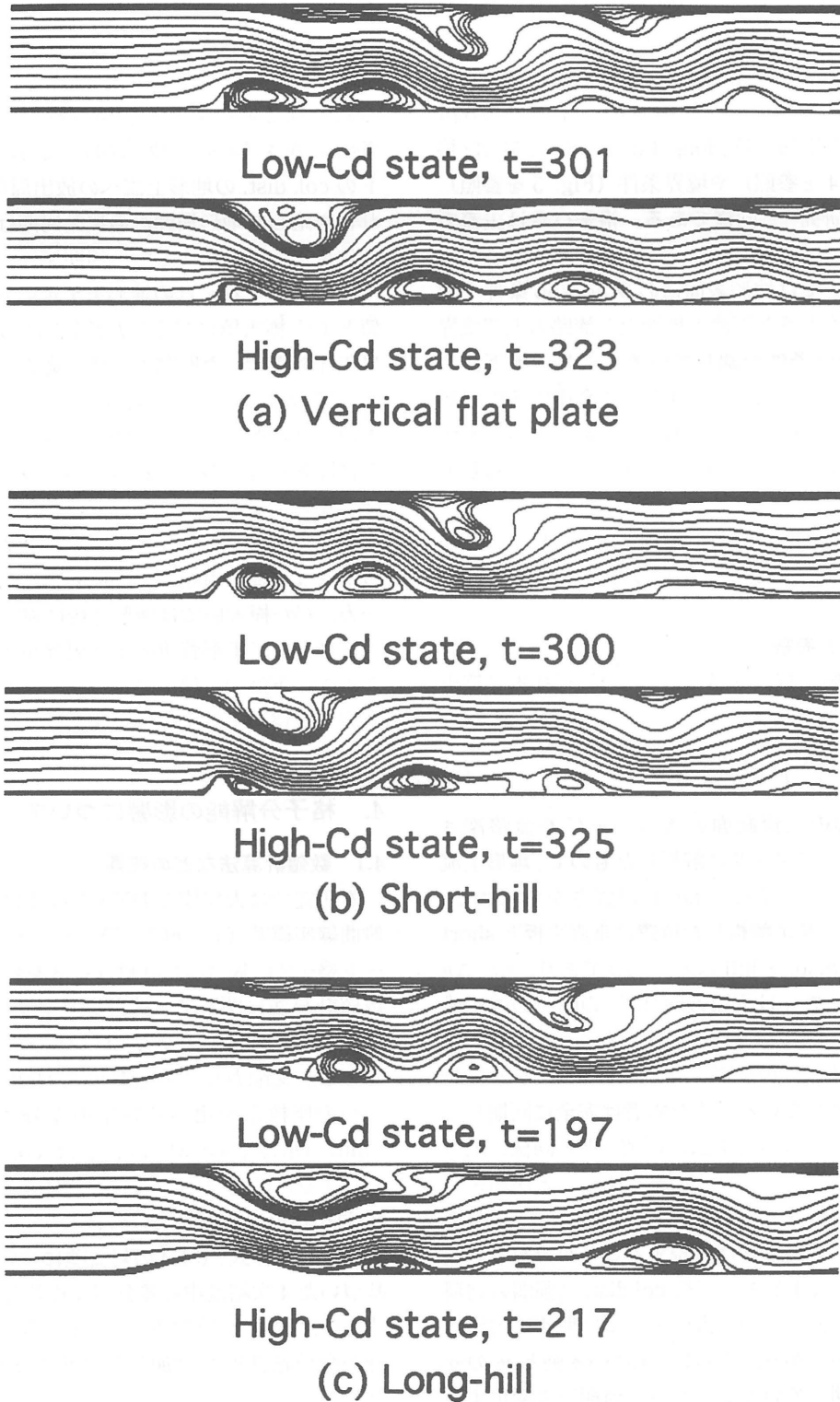


Fig. 7 Comparison of the streamlines corresponding to low- and high- C_d states, $K=1.5$, $Re=2000$.

ついて簡単に説明する。コロケート格子⁷⁾では圧力 p 、密度 ρ 、物理速度成分 u 、 w を計算格子のセル中心に定義し、反変速度成分 U 、 W にヤコビアン J を乗じた物

理量 JU 、 JW をセル界面に定義する (Fig. 8を参照)。反変速度成分 U 、 W とヤコビアン J は以下の形で定義される。

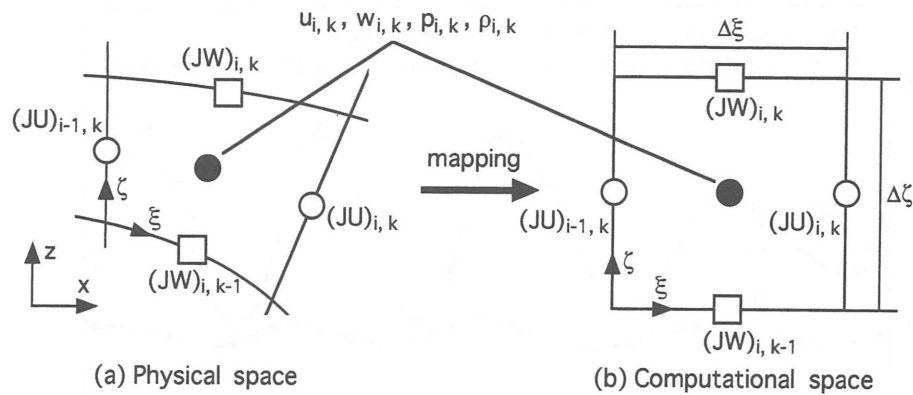


Fig. 8 Generalized curvilinear coordinates based on a collocated grid.

$$U = \xi_x u + \xi_z w, \quad W = \zeta_x u + \zeta_z w, \quad J = x_\xi z_\zeta - x_\zeta z_\xi \quad (11)$$

実際の計算手順を以下に示す。

【計算手順】

- 1) (計算面へ変換された) (2) 式を 2 つに分けてセル中心において対流項、粘性項、浮力項を求め、物理速度成分 u 、 w の中間値 u^* 、 w^* を予測する。
- 2) (11) 式を用いてセル中心における u^* 、 w^* を反変速度成分 U^* 、 W^* に変換する。ヤコビアン J を乗じ、 JU^* 、 JW^* としてセル界面にスタッガード配置する。
- 3) JU^* 、 JW^* が (計算面へ変換された) (1) 式を満足するように新たな時間ステップ $n+1$ の圧力 p^{n+1} を Poisson 方程式から SOR 法で反復計算して求める。
- 4) 新たな時間ステップの u^{n+1} 、 w^{n+1} 、 JU^{n+1} 、 JW^{n+1} は u^* 、 w^* 、 JU^* 、 JW^* を p^{n+1} によって修正する形として求められる。

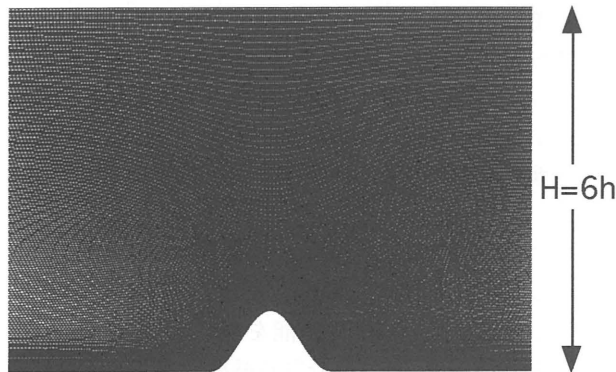


Fig. 9 Computational grid near topography (total: 1001×201 mesh points).

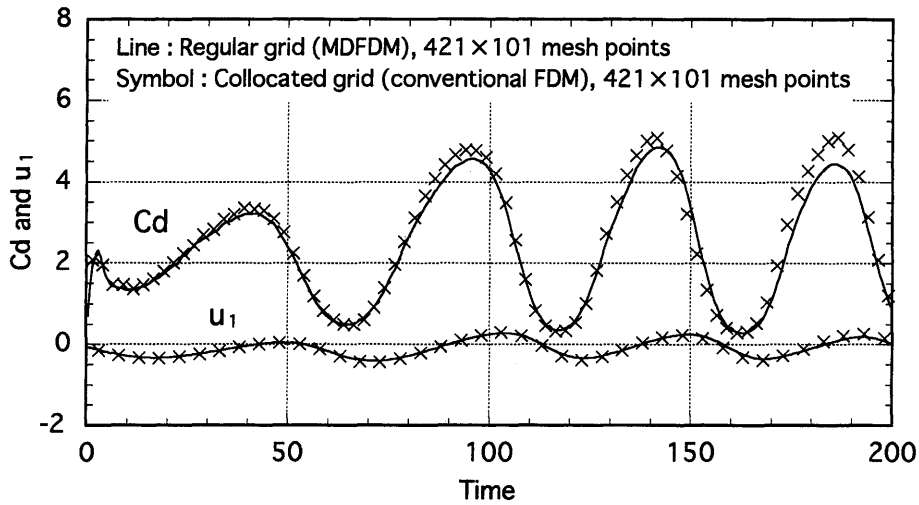
- 5) 最後に w^{n+1} 、 JU^{n+1} 、 JW^{n+1} を用いて新たな時間ステップの密度 ρ^{n+1} を求める。

地形モデルは過去の研究²⁾と同様 (short-hill) である。本研究では $H/h=6$ 、 $K=1.5$ 、 $Re=2000$ のケースに対して DNS を行った。格子点数は主流方向 (x) と鉛直方向 (z) に 1001×201 点と十分に細かく設定した (Fig. 9 を参照)。なお、本計算は(株)富士通提供の高速演算サーバ VX の 1PE (Processing Element) 上でベクトル計算として行った。

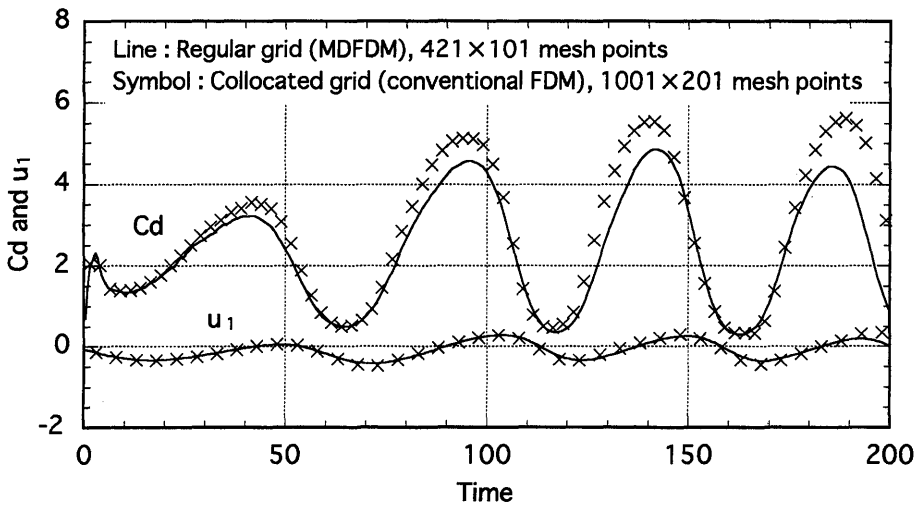
4.2 計算結果と考察

Fig. 10 に地形の抗力係数 Cd と先に示した (8) 式で算出した u_1 の時刻歴を示す。まず、数値計算法の違い、すなわち、レギュラー格子に基づいた MDFDM¹⁾ とコロケート格子⁷⁾に基づいた conventional FDM の違いが計算結果に及ぼす影響を検討するために、過去の研究²⁾と同じ計算格子 (421×101 点) を用いて計算を行った。その結果を Fig. 10(a) に示す。 Cd の変動と u_1 の変動に顕著な違いは見られない。次に、格子分解能の違いが計算結果に及ぼす影響を検討するために、過去の研究で得られた計算結果 (421×101 点)²⁾と本研究で得られた計算結果 (1001×201 点) との比較を Fig. 10(b) に示す。 Cd の変動に若干の違いが見られるが、 Cd の変動と u_1 の変動は全体的に良い一致を示している。よってこの図から、過去の研究で得られた計算結果 (421×101 点)²⁾は数値計算法や格子分解能の影響をほとんど受けていない信頼性の高い数値解であると言える。

Fig. 11 に Cd -極小値と Cd -極大値に対応した流線図を示す。過去の研究で得られた計算結果 (421×101 点)²⁾と本研究で得られた計算結果 (1001×201 点) は非常に良い一致を示している。よってこの図からも、



(a) Influence of the numerical method



(b) Influence of the grid resolution

Fig. 10 Comparison of the time history of Cd and u_1 , $K=1.5$, $Re=2000$.

過去の研究で得られた計算結果 (421×101 点)²⁾ は数値計算法や格子分解能にほとんど依存していないことが分かる。

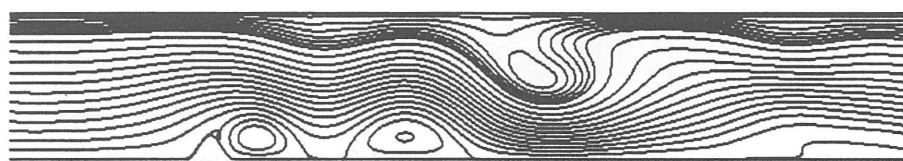
5. ま と め

本研究ではまず、有限深さ流路内の 2 次元地形 (垂直平板、short-hill、long-hill) を過ぎる安定成層流 ($H/h=6$, $K=1.5$, $Re=2000$) に対して DNS を行った。特に地形形状の違いが、地形上流へ放出される 1 次モードの col.dist. の強さとその放出周期、すなわち、これに対応した地形周囲流の振動周期に及ぼす影響に注目し、以下のことが明らかになった。なお、計算は一般曲線座標系のレギュラー格子を用いた MDFDM¹⁾

に基づいて行った。

- 1) 予想されるように地形形状がなだらかなるにつれて地形上流へ放出される 1 次モードの col.dist. の強さ (u_1 の変動) は弱くなる。また、1 次モードの col.dist. の地形上流への放出周期、すなわち、これに対応した地形周囲流の振動周期は長くなる。

次に、有限深さ流路内の 2 次元地形 (short-hill) を過ぎる安定成層流 ($H/h=6$, $K=1.5$, $Re=2000$) に対して非常に高い格子分解能を有する DNS (1001×201 点) を行った。得られた計算結果は過去の研究で得られた計算結果 (421×101 点)²⁾ と比較し、数値計算法や格子分解能の違いが計算結果に及ぼす影響を検討

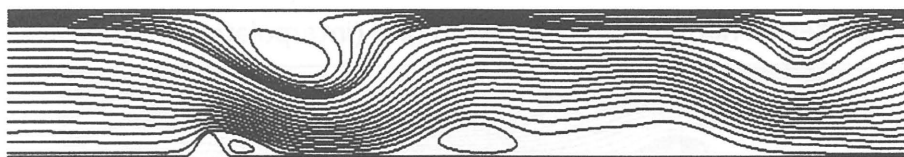


421×101 mesh points, $t=162$

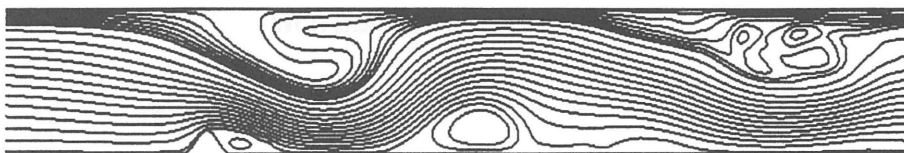


1001×201 mesh points, $t=163$

(a) Low-Cd state



421×101 mesh points, $t=185$



1001×201 mesh points, $t=188$

(b) High-Cd state

Fig. 11 Comparison of the streamlines corresponding to low- and high- Cd states, $K=1.5$, $Re=2000$.

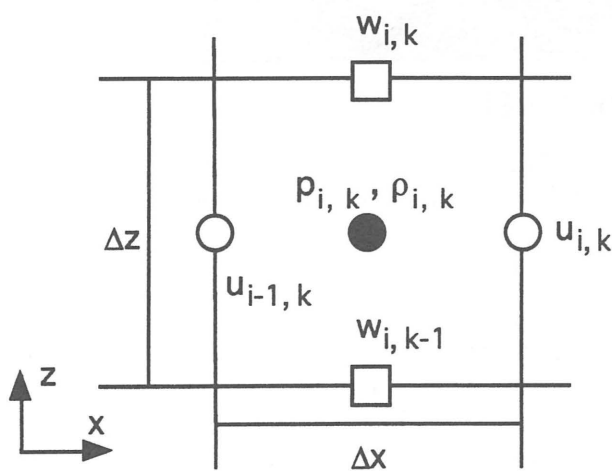


Fig. 12 Cartesian non-uniform staggered grid.

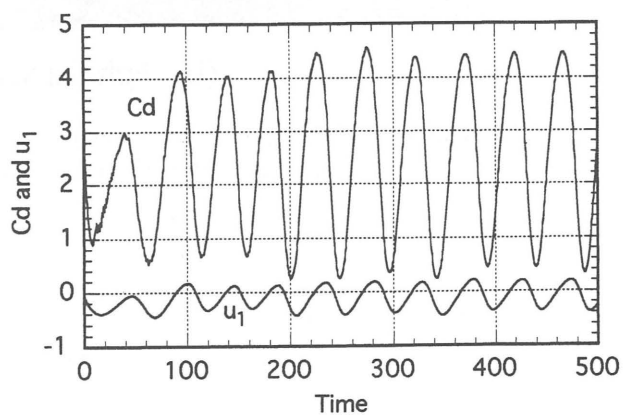


Fig. 14 Comparison of the time history of Cd and u_1 , $K=1.5$, $Re=2000$, Cartesian non-uniform staggered grid (interpolation method).

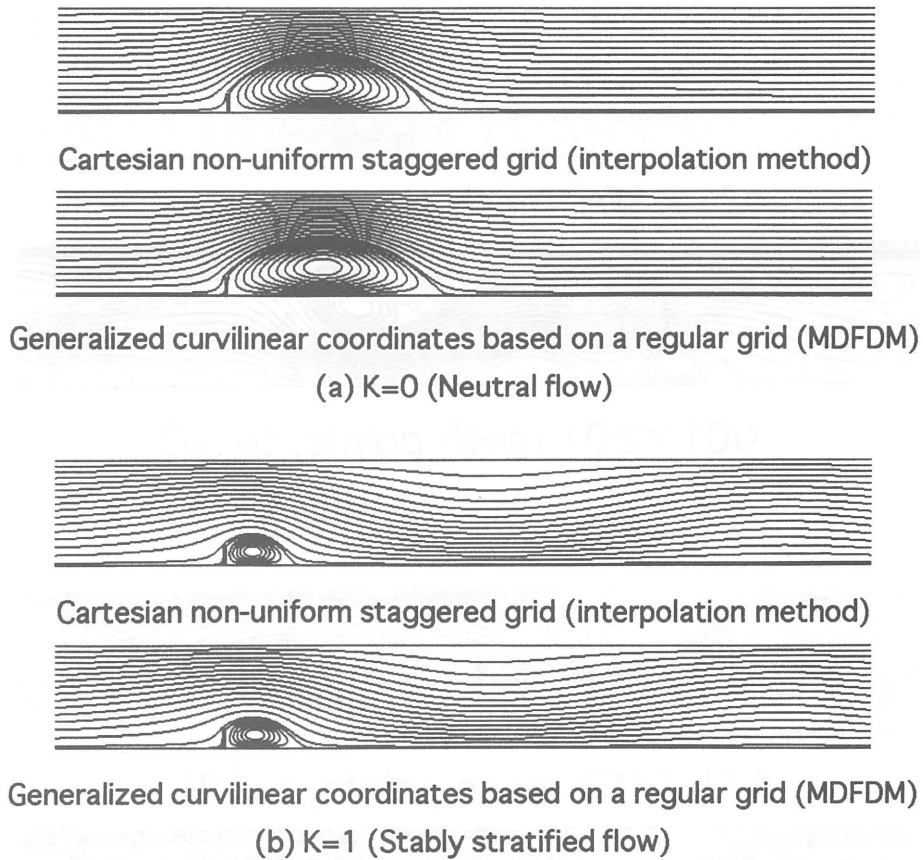


Fig. 13 Comparison of the instantaneous streamlines, $t=100$, $Re=2000$.

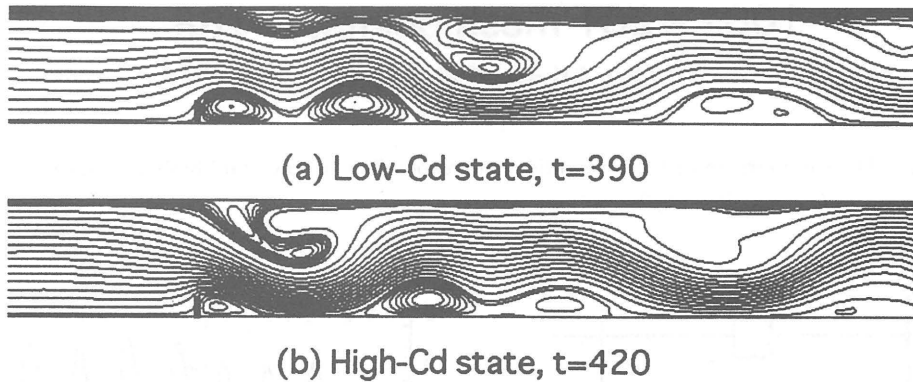
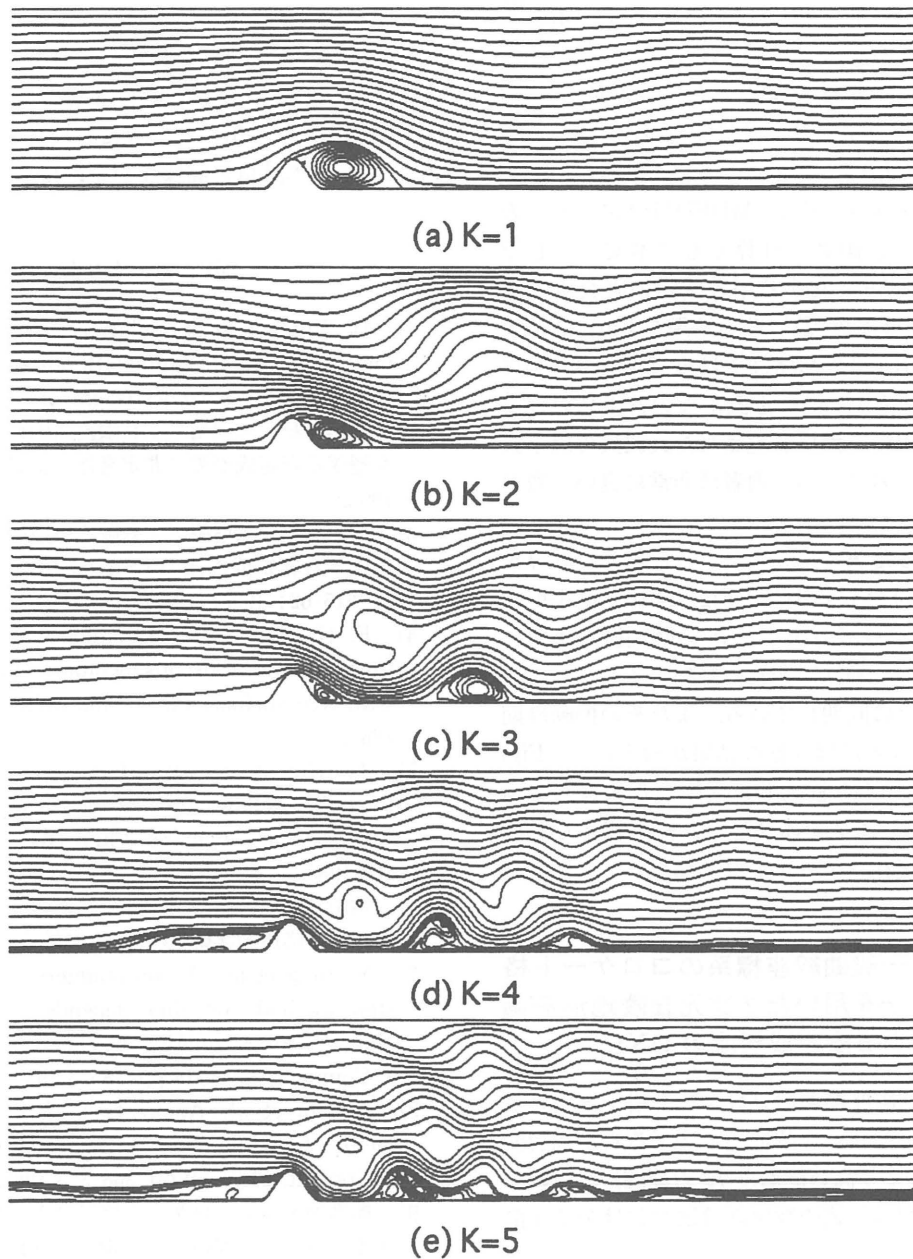


Fig. 15 Comparison of the streamlines corresponding to low- and high- Cd states, $K=1.5$, $Re=2000$, Cartesian non-uniform staggered grid (interpolation method).

した。主な計算結果は以下に要約される。なお、計算は一般曲線座標系のコロケート格子⁷⁾を用いた conventional FDM に基づいて行った。

2) 地形の抗力係数 Cd や 1 次モードの col.dist. の u_1 の時刻歴、また Cd -極小値と Cd -極大値に対応した

流線図を比較し、過去の研究で得られた計算結果 (421×101 点)²⁾ と本研究で得られた計算結果 (1001×201 点) には数値計算法や格子分解能の違いによる影響はほとんど見られなかった。よって、過去の研究で得られた計算結果 (421×101 点)²⁾ は数値計算法や格子分解能にほとんど依存していない信頼性の

Fig. 16 Instantaneous streamlines, $t=20$, $Re=2000$.

高い数値解であることが明らかになった。

Appendix 1 ～ デカルト座標系の不等間隔・スタaggerド格子を用いた2次元垂直平板を過ぎる安定成層流のDNS

ここではデカルト座標系の不等間隔・スタaggerド格子を用いた有限深さ流路内の2次元垂直平板を過ぎる安定成層流のDNSの結果について示す。スタaggerド格子では圧力 p 、密度 ρ を計算格子のセル中心に定

義し、物理速度成分 u 、 w をセル界面に定義する (Fig. 12を参照)。流れの支配方程式は本文に示した(1)式～(3)式を用い、差分法に基づいて離散化を行う。速度と圧力のカップリングはEulerの1次陽解法に基づいたFractional Step法⁸⁾である。空間項の離散化や圧力に関するPoisson方程式の解法などは全て本文と同様である。但し、(2)式の対流項については4節と同様、補間法¹¹⁾に基づいた4次精度中心差分(4点差分・4点補間、(9)式と(10)式を参照)にK-Kスキーム⁵⁾タイプの4階微分の数値粘性項を付加した修正3次精度風上差分¹⁰⁾とした。(3)式の対流項についてはK-Kスキ

ーム⁵⁾とした。初期条件や境界条件などは全て本文と同様である。

まず計算コードの精度を検証するために $K=0$ (中立流)、1 の両ケースに対して計算を行った。得られた計算結果は本文で用いた計算コード、すなわち、一般曲線座標系のレギュラー格子 (MDFDM¹⁾) によるものと比較した。但し、両者の計算ともに本文で示した 421×101 点の解像度を有する不等間隔の直交直線格子を用いた (Fig. 4 を参照)。その結果を Fig. 13 に示す。両者ともに $K=0$ (中立流) では垂直平板の背後における定在渦が、 $K=1$ では垂直平板の背後における定在渦の縮小やその下流に励起された長波長の風下波などが捉えられており、かつ両者は非常に良い一致を示している。

次に本文で示した $K=1.5$ のケースに対して計算を行った (Fig. 6、Fig. 7 を参照)。Fig. 14 に垂直平板の抗力係数 C_d と (8) 式で算出した u_1 の時刻歴を示す。 C_d の変動と u_1 の変動は周期的に振動しており、かつ両者の変動は完全に同期している。またその振動周期についても Fig. 6 とほぼ同様な結果が得られた。Fig. 15 に C_d -極小値と C_d -極大値に対応した流線図を示す。Fig. 7 と同様、本文で述べた C_d -極小値と C_d -極大値に特徴的な流れパターンが得られた。

Appendix 2 ～ 一般曲線座標系のコロケート格子を用いた 2 次元丘陵地形を過ぎる安定成層流の DNS

ここでは一般曲線座標系のコロケート格子を用いた有限深さ流路内の 2 次元丘陵地形を過ぎる安定成層流の DNS の結果 (より高い成層度 K の範囲) について示す。流れの支配方程式や数値計算法などは全て 4 節と同様である。

Fig. 15 に $K=1, 2, 3, 4, 5$ における瞬時の流線図を示す。成層度 K の増加とともに丘陵地形の背後に形成された定在渦が縮小している。 $K=3, 4, 5$ では地形上方に風下波の碎波が見られ、その発生位置は成層度 K の増加とともに地形に近づいている。 $K=4, 5$

では地形上流のブロッキングが明確に見られる。全ての成層度 K において離散的な鉛直モードが明確に見られる。なお、一般曲線座標系のレギュラー格子 (MDFDM¹⁾) を用いた計算においても全ての成層度 K に対して本計算と同様な結果が得られた。

参 考 文 献

- 1) H. Suito et al.: Simulation of dynamic stall by multi-directional finite-difference method, *26th AIAA Fluids Dynamics Conference* pp. 1-8 1995.
- 2) 内田孝紀、大屋裕二：有限流路内の 2 次元丘陵地形を過ぎる安定成層流の非定常性、ながれ 17 pp. 45-56 1998.
- 3) 内田孝紀、大屋裕二：有限流路内の 2 次元丘陵地形を過ぎる安定成層流の LES、応用力学論文集 Vol. 1 pp. 615-624 1998.
- 4) F. H. Harlow et al.: Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Phys. Fluid* 8(12) pp. 2182-2189 1965.
- 5) T. Kawamura et al.: Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness, *Fluid Dyn. Res.* 1 pp. 145-162 1986.
- 6) 内田孝紀、大屋裕二：差分法における幾つかの知見、九州大学応用力学研究所報 第84号 pp. 29-43 1988.
- 7) Y. Zang et al.: A non-staggered grid, fractional step method for time-dependent incompressible Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates, *J. Comput. Phys.* 114 pp. 18-33 1994.
- 8) J. Kim et al.: Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations, *J. Comput. Phys.* 59 pp. 308-323 1985.
- 9) 梶島岳夫：コロケート格子による非圧縮流れの高次差分解析、日本機械学会論文集 (B編) 63巻 614号 pp. 3247-3254 1997.
- 10) 梶島岳夫：非圧縮流れのための上流補間法、日本機械学会論文集 (B編) 60巻 578号 pp. 3319-3326 1994.
- 11) 梶島岳夫：対流項の差分形式と保存性、日本機械学会論文集 (B編) 60巻 574号 pp. 2058-2063 1994.