

太陽活動による大気密度の変化が小型衛星の軌道高度に及ぼす影響に関する研究

片山, 雅之

<https://doi.org/10.15017/4060170>

出版情報 : 九州大学, 2019, 博士 (工学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :



太陽活動による大気密度の変化が小型衛星の軌道高度に
及ぼす影響に関する研究
(学位論文)

九州大学大学院 工学府

航空宇宙工学専攻 博士（社会人）課程後期

2020 年 3 月

片山 雅之

目 次

第1章 序論.....	1
1.1 研究の背景.....	1
1.1.1 人工衛星システムライフサイクル.....	4
1.1.2 人工衛星システムの主要機能.....	5
1.2 軌道制御の概要.....	8
1.2.1 軌道制御の目的.....	8
1.2.2 軌道の選定.....	8
1.2.3 軌道投入プロセス.....	11
1.2.4 軌道外乱.....	12
1.3 研究の目的.....	13
1.4 本論文の構成.....	14
第2章 軌道上外乱を考慮した小型衛星軌道モデル.....	15
2.1 目的.....	15
2.2 人工衛星の軌道.....	15
2.2.1 2体問題.....	15
2.2.2 円錐曲線軌道.....	18
2.3 座標系.....	22
2.3.1 軌道面座標系.....	22
2.3.2 3次元直交座標系.....	24
2.4 軌道上外乱加速度.....	32
2.4.1 地球重力場の変動.....	32
2.4.2 空気抵抗.....	36
2.4.3 太陽輻射圧.....	37
2.4.4 月の引力.....	42
2.4.5 太陽の引力.....	47
2.4.6 軌道上の外乱加速度を考慮した運動方程式(状態変数).....	48
2.4.7 軌道上の外乱加速度を考慮した運動方程式(軌道6要素).....	50

第3章 QSAT-EOS による軌道解析結果の検証.....	53
3.1 目的.....	53
3.2 積分時間刻み幅の検討.....	53
3.2.1 シミュレーション条件.....	53
3.2.2 シミュレーション結果.....	54
3.2.3 考察.....	62
3.3 QSAT-EOS 軌道上データによる検証.....	62
3.3.1 シミュレーション条件.....	62
3.3.2 シミュレーション結果.....	64
3.3.3 考察.....	77
第4章 太陽活動を考慮したデオービット解析.....	80
4.1 目的.....	80
4.2 軌道データによる軌道解析の検討.....	81
4.2.1 摂動要因を考慮した運動方程式.....	81
4.2.2 軌道データ.....	82
4.2.3 軌道解析結果(「ほどよし1号」).....	83
4.2.4 太陽活動の影響を考慮した軌道解析.....	85
4.3 QSAT-EOS のデオービットセイルに対する解析.....	90
4.3.1 デオービットセイルのモデル化.....	90
4.3.2 デオービットセイルのシミュレーション.....	99
4.3.3 軌道上寿命の推定(「QSAT-EOA」).....	102
4.4 考察.....	104
4.5 結論.....	106
第5章 結論.....	107
5.1 第3章で得られた結論.....	107
5.2 第4章で得られた結論.....	108
5.3 本論文のまとめ.....	109
謝辞.....	110

付録 1 : 小型衛星 (「ほどよし 1 号」、「QSAT-EOS(つくし)」の概要.....	111
付録 2 : 非常に差の小さいベクトルの差の計算方法 (Battin,1999)	112
付録 3 : Euler-Hill 方程式.....	114
付録 4 : ChubuSat に対する解析結果.....	115

参考文献.....	117
-----------	-----

図目次

第 1 章

図 1.1-1 過去 10 年間の小型衛星打上げの推移.....	1
図 1.1-2 小型衛星打上げの推移と予想.....	2
図 1.1-3 小型衛星の目的別推移 (機数)	2
図 1.1-4 システム開発の流れ.....	3
図 1.1-5 人工衛星のライフサイクル.....	4
図 1.1-6 システム機能と軌道制御の関係.....	6
図 1.2-1 軌道上環境要因による加速度の高度に対する変化.....	12

第 2 章

図 2.2-1 2 つの質点の位置と働く力の関係 (2 体問題)	15
図 2.2-2 質点 1 (地球) の重心を原点とする座標系.....	16
図 2.2-3 質点 2 の軌道面表示 (\mathbf{r}, θ)	17
図 2.2-4 円錐曲線と e (離心率) の関係.....	18
図 2.2-5 円錐曲線方程式の解の計算例.....	18
図 2.2-6 楕円離心近点離角 (E) 及び 双曲線離心近点離角 (F) の定義.....	20
図 2.2-7 楕円軌道上の任意の時刻における位置を求める手順.....	21
図 2.2-8 双曲線軌道上の任意の時刻における位置を求める手順.....	21
図 2.3-1 軌道面座標系の定義.....	22
図 2.3-2 軌道面座標系での直交座標表示.....	22
図 2.3-3 軌道上の速度成分.....	23
図 2.3-4 日心横道座標系 (heliocentric ecliptic coordinate)	24
図 2.3-5 地心赤道座標系 (geocentric equatorial coordinate)	25
図 2.3-6 地心赤道座標系と軌道面座標系の関係.....	26

図 2.3-7	任意の時刻における地心赤道座標系での状態ベクトル導出の手順.....	31
図 2.4-1	高度と大気密度の関係(USSA76)	36
図 2.4-2	太陽と地球及び人工衛星の位置関係.....	39
図 2.4-3	地心黄道面座標と地心赤道面座標の関係(a)	40
図 2.4-4	地心黄道面座標と地心赤道面座標の関係(b)	41
図 2.4-5	2体問題(3つの質点が存在する系の運動)	42
図 2.4-6	地球を原点とする座標系表示.....	43
図 2.4-7	地球から見た月の方向.....	45
図 2.4-8	状態変数の積分による軌道解析の手順.....	50
図 2.4-9	局所座標系の定義.....	51
図 2.4-10	軌道6要素の積分による軌道解析の手順.....	52

第3章

図 3.2-1(a)	積分時間刻み幅の影響 (x 位置座標誤差(km)) Pass1467.....	55
図 3.2-1(b)	積分時間刻み幅の影響 (x 位置座標誤差(%)) Pass1467.....	55
図 3.2-2(a)	積分時間刻み幅の影響 (y 位置座標誤差(km)) Pass1467.....	56
図 3.2-2(b)	積分時間刻み幅の影響 (y 位置座標誤差(%)) Pass1467.....	56
図 3.2-3(a)	積分時間刻み幅の影響 (z 位置座標誤差(km)) Pass1467.....	57
図 3.2-3(b)	積分時間刻み幅の影響 (z 位置座標誤差(%)) Pass1467.....	57
図 3.2-4(a)	積分時間刻み幅の影響 (x 速度誤差(km/s)) Pass1467.....	58
図 3.2-4(b)	積分時間刻み幅の影響 (x 速度誤差(%)) Pass1467.....	58
図 3.2-5(a)	積分時間刻み幅の影響 (y 速度誤差(km/s)) Pass1467.....	59
図 3.2-5(b)	積分時間刻み幅の影響 (y 速度誤差(%)) Pass1467.....	59
図 3.2-6(a)	積分時間刻み幅の影響 (z 速度誤差(km/s)) Pass1467.....	60
図 3.2-6(b)	積分時間刻み幅の影響 (z 速度誤差(%)) Pass1467.....	60
図 3.2-7(a)	積分刻み幅の影響(位置誤差(%))	61
図 3.2-7(b)	積分刻み幅の影響(速度誤差(%))	61
図 3.3-1(a)	軌道6要素(半長軸:a)の比較(Pass1413-1414)	65
図 3.3-1(b)	軌道6要素(離心率:e)の比較(Pass1413-1414)	65
図 3.3-1(c)	軌道6要素(昇交点赤経: Ω)の比較(Pass1413-1414)	65
図 3.3-1(d)	軌道6要素(軌道傾斜角:i)の比較(Pass1413-1414)	66
図 3.3-1(e)	軌道6要素(近心点引数: ω)の比較(Pass1413-1414)	66
図 3.3-1(f)	軌道6要素(真近点離角: θ)の比較(Pass1413-1414)	66

図 3.3-1(f')	軌道 6 要素 (近心点引数+真近点離角: $\omega + \theta$) の比較 (Pass1413-1414)	.67
図 3.3-1(g)	軌道上位置座標の比較 (Pass1413-1414)	.67
図 3.3-1(h)	軌道上速度の比較 (Pass1413-1414)	.67
図 3.3-2(a)	軌道 6 要素 (半長軸: a) の比較 (Pass1467-1468)	.68
図 3.3-2(b)	軌道 6 要素 (離心率: e) の比較 (Pass1467-1468)	.68
図 3.3-2(c)	軌道 6 要素 (昇交点赤経: Ω) の比較 (Pass1467-1468)	.68
図 3.3-2(d)	軌道 6 要素 (軌道傾斜角: i) の比較 (Pass1467-1468)	.69
図 3.3-2(e)	軌道 6 要素 (近心点引数: ω) の比較 (Pass1467-1468)	.69
図 3.3-2(f)	軌道 6 要素 (真近点離角: θ) の比較 (Pass1467-1468)	.69
図 3.3-2(f')	軌道 6 要素 (近心点引数+真近点離角: $\omega + \theta$) の比較 (Pass1467-1468)	.70
図 3.3-2(g)	軌道上位置座標の比較 (Pass1467-1468)	.70
図 3.3-2(h)	軌道上速度の比較 (Pass1467-1468)	.70
図 3.3-3(a)	軌道 6 要素 (半長軸: a) の比較 (Pass1413-1414)	.71
図 3.3-3(b)	軌道 6 要素 (離心率: e) の比較 (Pass1413-1414)	.71
図 3.3-3(c)	軌道 6 要素 (昇交点赤経: Ω) の比較 (Pass1413-1414)	.71
図 3.3-3(d)	軌道 6 要素 (軌道傾斜角: i) の比較 (Pass1413-1414)	.72
図 3.3-3(e)	軌道 6 要素 (近心点引数: ω) の比較 (Pass1413-1414)	.72
図 3.3-3(f)	軌道 6 要素 (真近点離角: θ) の比較 (Pass1413-1414)	.72
図 3.3-3(f')	軌道 6 要素 (近心点引数+真近点離角: $\omega + \theta$) の比較 (Pass1413-1414)	.73
図 3.3-3(g)	軌道上位置座標の比較 (Pass1413-1414)	.73
図 3.3-3(h)	軌道上速度の比較 (Pass1413-1414)	.73
図 3.3-4(a)	軌道 6 要素 (半長軸: a) の比較 (Pass1467-1468)	.74
図 3.3-4(b)	軌道 6 要素 (離心率: e) の比較 (Pass1467-1468)	.74
図 3.3-4(c)	軌道 6 要素 (昇交点赤経: Ω) の比較 (Pass1467-1468)	.74
図 3.3-4(d)	軌道 6 要素 (軌道傾斜角: i) の比較 (Pass1467-1468)	.75
図 3.3-4(e)	軌道 6 要素 (近心点引数: ω) の比較 (Pass1467-1468)	.75
図 3.3-4(f)	軌道 6 要素 (真近点離角: θ) の比較 (Pass1467-1468)	.75
図 3.3-4(f')	軌道 6 要素 (近心点引数+真近点離角: $\omega + \theta$) の比較 (Pass1467-1468)	.76
図 3.3-4(g)	軌道上位置座標の比較 (Pass1467-1468)	.76
図 3.3-4(h)	軌道上速度の比較 (Pass1467-1468)	.76
図 3.3-5(a)	軌道データと解析結果の比較 (Pass1413-1414): 状態変数	.78
図 3.3-5(b)	軌道データと解析結果の比較 (Pass1413-1414): 軌道 6 要素	.78
図 3.3-6(a)	軌道データと解析結果の比較 (Pass1467-1468): 状態変数	.79
図 3.3-6(b)	軌道データと解析結果の比較 (Pass1467-1468): 軌道 6 要素	.79

第4章

図 4.2-1 「ほどよし1号」と「QSAT-EOS」の軌道データ(半長軸).....	82
図 4.2-2 (a) 半長軸の軌道データと解析の比較 (「ほどよし1号」2014年11月6日から320日間).....	84
図 4.2-2 (b) 半長軸の軌道データと解析の比較 (「ほどよし1号」2015年12月31日から400日間).....	84
図 4.2-3 F10.7値の変化(2014年1月から2018年12月).....	85
図 4.2-4(a) 太陽黒点数の推移(1930年～現在).....	85
図 4.2-4(b) 太陽黒点数の推移(2010年～現在)(拡大).....	86
図 4.2-5 太陽黒点数と F10.7 値の関係.....	86
図 4.2-6 F10.7 値毎の高度と大気密度の関係.....	87
図 4.2-7 軌道高度計算の手順.....	88
図 4.2-8 (a) 半長軸の変化(シミュレーション結果) (「ほどよし1号」2014年11月6日から320日間).....	89
図 4.2-8 (b) 半長軸の変化(シミュレーション結果) (「ほどよし1号」2015年12月31日から400日間).....	89
図 4.3-1 デオービットセイルの概要(形状寸法).....	90
図 4.3-2 デオービットセイルの概要(展開時イメージ).....	91
図 4.3-3 衛星モデルと相対速度の関係.....	92
図 4.3-4 QSAT-EOS 姿勢角速度データ.....	93
図 4.3-5 衛星空気抵抗の計算例 [初期角速度($^{\circ}/s$): ロール=0.0、ピッチ=2.30、ヨー=0.0].....	94
図 4.3-6 衛星空気抵抗の計算例 [初期角速度($^{\circ}/s$): ロール=0.32、ピッチ=0.95、ヨー=2.07].....	94
図 4.3-7 ランダムな角速度の場合の空気抵抗の平均値 (デオービットセイル展開量=3.0m: 試行回数 20 回).....	95
図 4.3-8 (a) ランダムな角速度の場合の大気抵抗の計算 (セイル展開量=2.5m: 試行回数 20 回).....	95
図 4.3-8 (b) ランダムな角速度の場合の大気抵抗の計算 (セイル展開量=2.0m: 試行回数 20 回).....	96
図 4.3-8 (c) ランダムな角速度の場合の大気抵抗の計算 (セイル展開量=1.5m: 試行回数 20 回).....	96
図 4.3-8 (d) ランダムな角速度の場合の大気抵抗の計算 (セイル展開量=1.0m: 試行回数 20 回).....	97
図 4.3-8 (e) ランダムな角速度の場合の大気抵抗の計算 (セイル展開量=0.5m: 試行回数 20 回).....	97

図 4.3-9	デオービットセイル展張量と空気抵抗（平均値）の関係 （衛星の初期角速度=2~5° /s の場合）.....	98
図 4.3-10 (a)	半長軸の変化「QSAT-EOS」(区間①、修正係数=1.9)	100
図 4.3-10 (b)	半長軸の変化「QSAT-EOS」(区間②、修正係数=2.8)	100
図 4.3-11	半長軸の変化「QSAT-EOS」 （区間①②、デオービットセイル展張量=0.8m ）	101
図 4.3-12(1/2)	QSAT-EOS の軌道高度の変化(DEMIST 計算結果).....	102
図 4.3-12(2/2)	QSAT-EOS の軌道高度の変化(DEMIST 計算結果) (拡大).....	103
図 4.3-13	「QSAT-EOS」 の軌道高度変化（半長軸） （デオービットセイル展開量最大）	104

第 5 章

図 5.2-1	軌道高度 500km における外乱加速度の比較.....	109
---------	------------------------------	-----

表目次

第 1 章

表 1.1-1	人工衛星のライフサイクルにおける主要イベント.....	4
表 1.1-2(1/2)	人工衛星システムの主要機能項目と内容.....	5
表 1.1-2(2/2)	人工衛星システムの主要機能項目と内容(続き).....	6
表 1.2-1(1/2)	ミッションと軌道の関係.....	9
表 1.2-1(2/2)	ミッションと軌道の関係(続き).....	10

第 2 章

表 2.2-1	円錐曲線軌道の主要諸元.....	19
表 2.2-2	円錐曲線軌道における時刻(t)と真近点離角(θ)の関係.....	20
表 2.4-1	J_k 関数の値.....	34
表 2.4-2	$P_k(x)$ 関数.....	34
表 2.4-3(a)	月の位置計算の係数一覧 (λ_m)	46
表 2.4-3(b)	月の位置計算の係数一覧 (δ_m)	46
表 2.4-3(c)	月の位置計算の係数一覧 (HP)	47

第3章

表 3.2-1	積分時間刻み幅の影響(基準との差異(%))	61
表 3.3-1(a)	Pass1413 初期データ(軌道6要素)	62
表 3.3-1(b)	Pass1413 初期データ(慣性座標系状態変数)	63
表 3.3-2(a)	Pass1467 初期データ(軌道6要素)	63
表 3.3-2(b)	Pass1467 初期データ(慣性座標系状態変数)	63

第4章

表 4.1-1	デオービット方式の比較	80
表 4.2-1	「ほどよし1号」と「QSAT-EOS」の概要(物理諸元)	82
表 4.2-2	「ほどよし1号」シミュレーション条件	83
表 4.3-1	機体軸回り角速度(「QSAT-EOS」FOG データ)	93
表 4.3-2	「QSAT-EOS」シミュレーション条件	99
表 4.3-3	シミュレーション結果(大気圏突入までの時間)	103

第1章 序論

1. 1 研究の背景

初期の宇宙開発は、大国の政府が安全保障を目的として主導していたが、その後、宇宙の利用は気象観測、衛星通信、航法支援等の目的に拡大した。特に、2000年代に入ってから、計算機を始めとする電子技術の発達に伴い、衛星の機能・性能向上と共に、小型化が進み、小型衛星の利用が活発化している。2007年以降の小型衛星の打上げ実績と今後10年間の予想を図1.1-1¹⁾及び図1.1-2²⁾に示す。図1.1-1から分かるとおり、2007年からの10年間で、質量が500kg以上の人工衛星の打上げ機数は数十機から百機の間で推移しているのに対して、質量が500kg以下の小型衛星（図中の青）は、2012年頃までは年間50機前後に留まっていたが、2013年以降、急激に増加した。図1.1-2によれば、2017年以降の10年間の小型衛星の打上げは、2017年以前の10年間（890機）の7倍（6,200機）に及ぶと予想され、特に、2020年に掛けての増加率は年率19%と考えられている。その後の5年間は、第1世代のコンステレーションが完了するため、年率8%に低下するが、次世代の需要が生じる時期に再び増加すると予想される。これは、宇宙の利用分野が拡大することに伴って、新しい資本家の参入による事業環境の変化が要因と考えられる。一方、大型衛星の打上げ機数が将来的にも一定であることに対して、小型衛星の需要は大きく、打上げ機会（打上げロケット）の確保が今後の重要な課題となると考えられる。

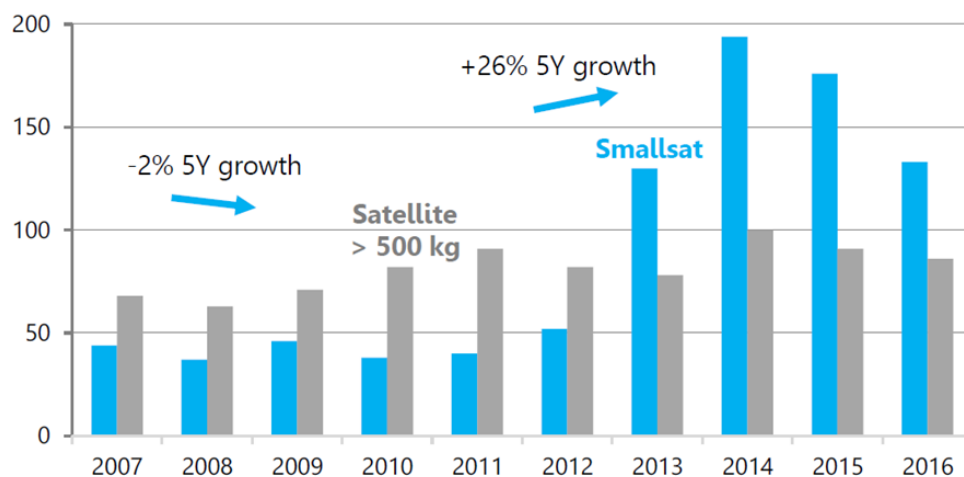


図 1.1-1 過去 10 年間の小型衛星打上げの推移 ¹⁾

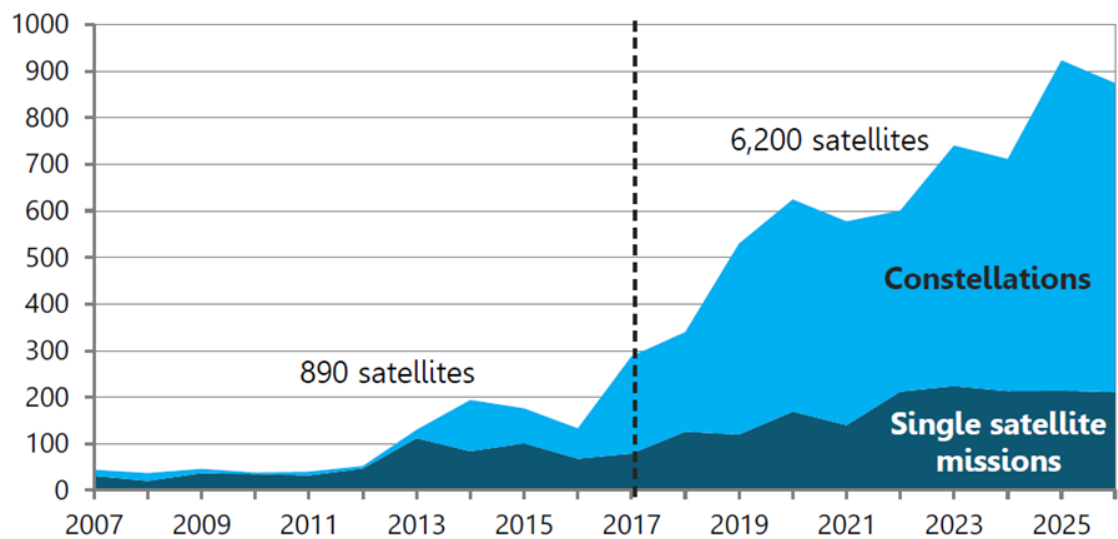


図 1.1-2 小型衛星打上げの推移と予想 ¹⁾

小型衛星の利用目的も大きく変化しており、図 1.1-3¹⁾に示すとおり、2016 年頃までは、技術開発、観測、科学等の技術開発、学術研究の分野が主体であったが、2017 年以降の 10 年間では、通信（インターネット）利用が半分を占めるようになると予想されている。但し、小型衛星の総機数は大幅に増えており、観測、科学目的の小型衛星の機数も増加の傾向にあることは同様である。

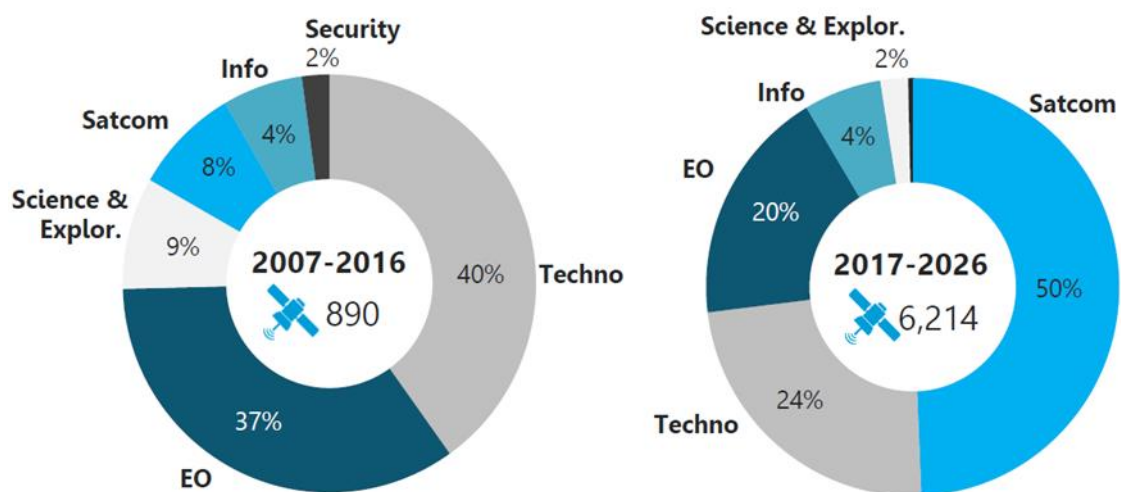


図 1.1-3 小型衛星の目的別推移（機数） ¹⁾

小型衛星の開発は、短期・低コストを求められるため、設計のやり直しを極小化することが重要であり、初期のシステム設計の効率化が望まれる。システム設計では、想定される運用要求に基づいてシステム仕様を定義し、システム性能の検討結果から、システムを構成するサブシステム、コンポーネントに対する機能・性能を配分するが、全体システムを最適にバランスさせるために、パラメータスタディとシミュレーションを繰り返すことが必要になる。従って、初期のシステム設計において使い易いシミュレーションツールが望まれる。

システム設計の概略のプロセスを図 1.1-4 に示す。図に示すとおり、システム設計の成果であるサブシステム、コンポーネントへの機能・性能配分結果は、システム実現性に大きく影響し、サブシステム、コンポーネント仕様が満足されない場合は、システム設計に戻って、サブシステム、コンポーネントへの機能・性能配分をやり直さなければならないため、設計の負担が大きくなる。従って、システム設計を効率的に進めるためには、シミュレーションツールの活用が必要である。

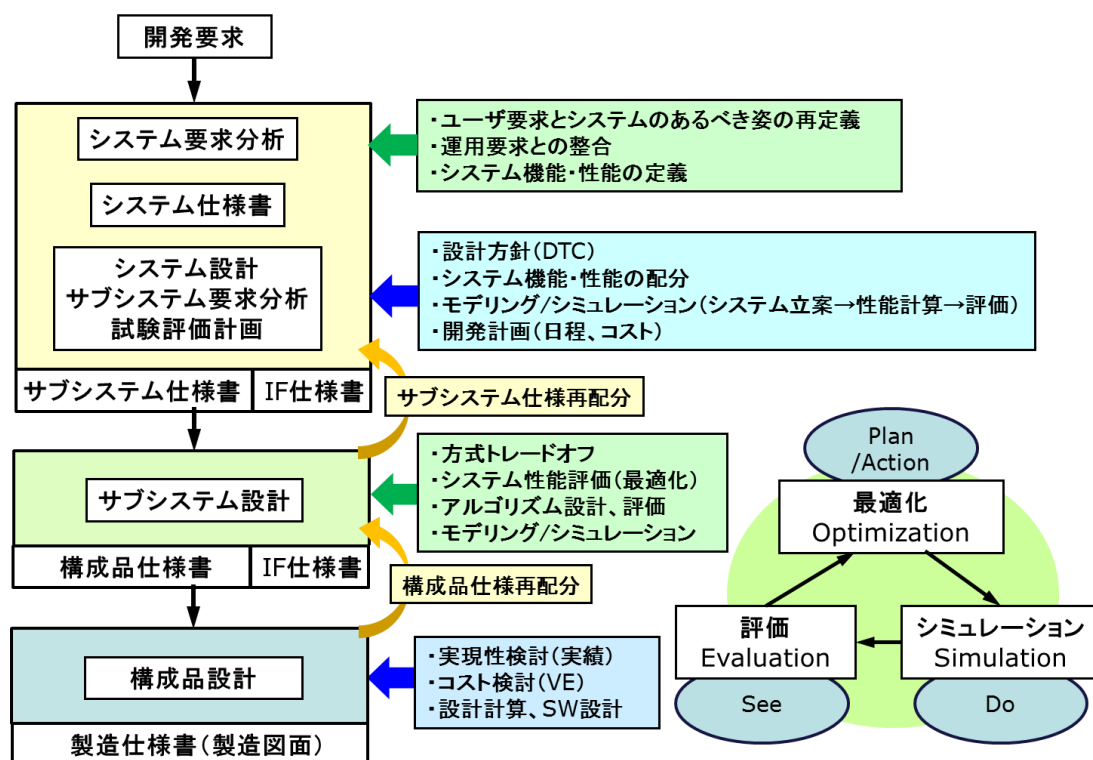


図 1.1-4 システム開発の流れ 2),3)

人工衛星のシステム設計において、軌道設計、姿勢制御系設計は、特に重要な要因であり、人工衛星の規模、運用期間、バス機器の選定に大きな影響を与えるため、初期の検討が大切になる。

軌道解析、姿勢制御系設計のための市販のツールには優れたものがあるが、高価であること、ブラックボックスであることから、使い易さ、改良のし易さに制限があるため、本研究では、汎用性、拡張性に柔軟性のあるツールの開発を試みた。解析ツールは、人工衛星のライフサイクル全体を考慮しており、打上げロケットの運動、デタンブリング制御、目標指向制御、軌道離脱（デオービット）の解析に対応している。

1. 1. 1 人工衛星システムライフサイクル

人工衛星の典型的なライフサイクルの一例を図 1.1-5 に示す。最終試験を完了して出荷された人工衛星は、打ち上げ前の射場点検を経て、打上げ、軌道投入、軌道上運用、軌道離脱・廃棄というライフサイクルを経て運用終了する。各ライフサイクル項目の主要なイベントは、表 1.1-1 のとおりである。

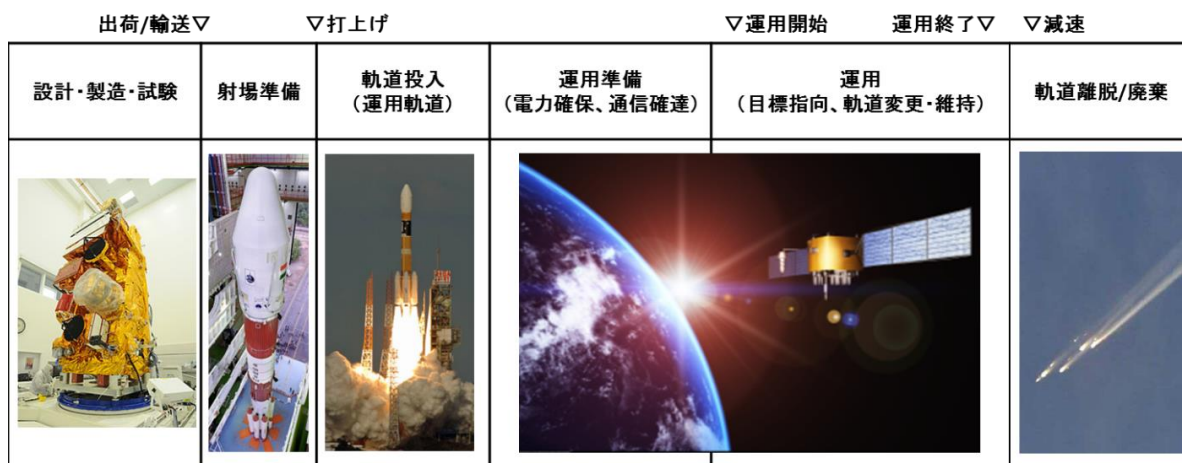


図 1.1-5 人工衛星のライフサイクル

表 1.1-1 人工衛星のライフサイクルにおける主要イベント⁴⁾

設計・製造・試験	加工・組立、コンポーネント試験、システム試験、環境試験
梱包、輸送	コンテナ収納、輸送（海上、航空）
射場準備	機能確認試験、ロケット搭載、ロケットインターフェイス確認
打上げ	ロケット軌道制御
軌道投入	運用軌道への遷移（アポジキックモータ）
運用準備	太陽電池パネル展開、通信アンテナ展開、通信（テレメトリ・コマンド）確達、ミッション機器機能確認、運用姿勢への移行（電力確保）
運用	姿勢制御（目標指向）、データ収集、データ送信、軌道維持、軌道変換
廃棄	運用終了、減速（軌道離脱）、大気圏再突入（廃棄）

1. 1. 2 人工衛星システムの主要機能

表 1.1-1 に示すライフサイクルのイベントを考慮して、人工衛星システムがミッションを達成するために備える主要な機能は表 1.1-2 に示すとおりである。

表 1.1-2(1/2) 人工衛星システムの主要機能項目と内容

項 目	説 明
ミッション機能	通信、観測等、客先要求に基づくミッションを実現するための機能、開発時点の技術レベルで達成困難な場合は、開発課題として扱われる
軌道制御	ミッション達成に最適な軌道を選択し、軌道までの移送手段（打上げロケット、軌道遷移プロセス等）を決定する
通信機能	宇宙機の状態の把握、取得データの伝送等の要求に対応する通信機能自体がミッションである場合もある
電源機能	搭載機器（ミッション機器、バス機器）の正常動作のために、安定した電源供給、運用状態に応じた配分、充放電管理等の機能が要求される
姿勢制御	観測目標への観測機器の指向、通信対象（地上局、中継衛星等）へのアンテナの指向、電源確保のための太陽指向、異常状態からの回復等、姿勢制御への要求は多岐であり、それぞれの姿勢制御要求に応じた制御モードの切り替え、適切なセンサ及びアクチュエータの選択と正常動作の維持が要求される
軌道制御	打上げロケットからの分離後、運用軌道への遷移、運用期間における軌道の維持、変更、運用終了後の軌道離脱等を行う
温度制御	搭載機器を正常に動作する温度範囲に維持する 受動的な受放熱で不十分な場合、放熱制御、ヒータによる加熱等の処置を施す
構造	打ち上げ時の搭載機器の損傷を防ぐ保持方法、機械環境入力との緩和方法を検討する 運用時には軌道上環境の影響を抑制し、適切なアライメントを確保する強度と剛性を確保するよう設計する
寸法・質量	ミッション機器、バス機器の搭載要求と打上げロケットのペイロードスペースの制約に適合する寸法、及び、打ち上げロケットの能力に適合する質量を決定する
電力性能	ミッション機器、バス機器が必要とする電力を供給するための発電性能（太陽電池パネル、燃料電池等）、各機器への配電性能を決定する 太陽電池を使用する場合、日照の有無により充放電制御、機器の稼働制御を行う
データ通信	衛星の稼働状況のモニタ、取得データの伝送、地上からの指令の受信に必要なデータレート・更新周期、送信電力、受信感度、アンテナ覆域、遅延時間等を規定する

表 1.1-2(2/2) 人工衛星システムの主要機能項目と内容（続き）

項 目	説 明
軌道変更・維持	運用軌道への遷移に必要な速度増分（ ΔV ）、軌道上の環境外乱等による軌道の変動の修正に必要な推力、運用終了後の軌道離脱に必要な減速量を考慮してスラスト等の制御を行う 運用期間中に必要な総推進薬量が規定される
姿勢制御	ミッション要求に応じた姿勢の管理（指向目標の変更、指向方向の維持）に必要なセンサ性能、アクチュエータ性能を規定し、各制御モードに対応した制御アルゴリズムを確定する
信頼性	運用上要求される信頼度の予測、信頼度達成のための方策（冗長系、高信頼性部品の採用、故障率の規定等）を決定する
寿命	システムの稼働に影響する要因（必要推進薬量、耐放射線劣化等）を抽出し、寿命要求実現に対する方策の要否と具体策を検討する

これらのシステム主要機能を実現するためには、人工衛星の運用軌道の選定、姿勢制御性能要求を適切に設定する必要がある。軌道制御と姿勢制御は密接に関連しており、軌道環境による外乱が姿勢制御性能に影響するため、システム性能解析においても両者を考慮した検討が重要である。システム主要機能と軌道制御と姿勢制御の関係を図 1.1-6 に示す。

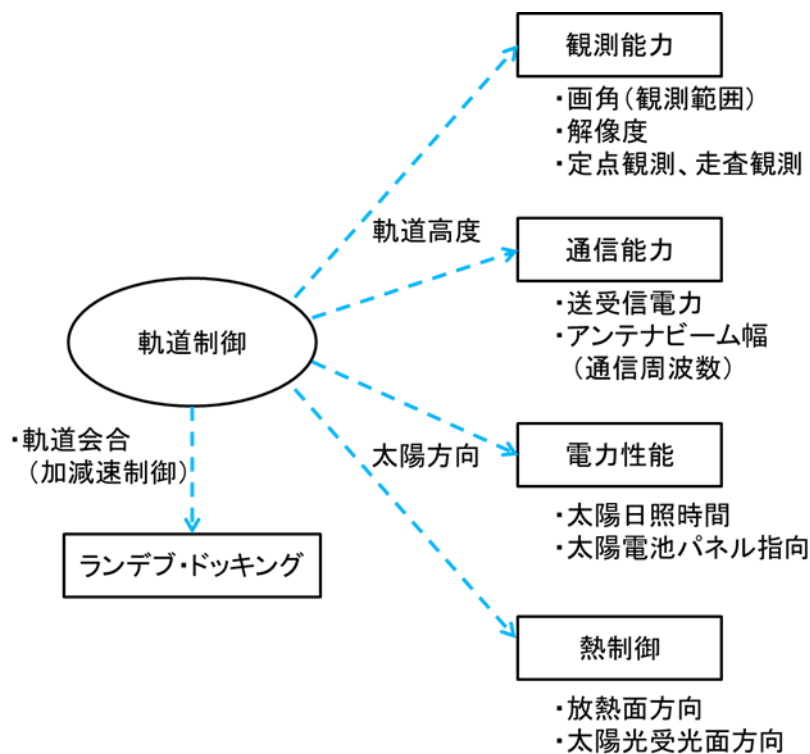


図 1.1-6 システム機能と軌道制御の関係⁵⁾

- (a) 観測能力：観測衛星では、ミッション要求の観測領域を確保するために、指向精度と観測機器の画角性能に対する要求を規定するが、これらは軌道高度に依存すると同時に、軌道高度は観測機器の解像度要求を規定する。
- (b) 通信能力：通信の相手（地上局、中継衛星等）との距離（軌道高度、衛星間距離）は通信機器の送受信電力性能を規定する。また、通信データ量によっては、通信確達時間の確保が重要となるため、適切な軌道を選択することが重要である。
- (c) 電力性能：太陽日照時間が軌道に依存するため、軌道選定結果により、二次電池容量、電源制御（機器電源 ON/OFF 制御）等の電源系設計への配慮が必要になる。
- (d) 熱制御：内部機器の発熱による衛星内部の温度上昇を抑制する必要があるが、軌道によって日照時間が変化するため、深宇宙への放熱、太陽からの輻射熱対策の要否を検討することが必要となる。
- (e) ランデブ・ドッキング：軌道上サービス（燃料補給、デブリ除去、小惑星接近/着陸等）に必要な技術であり、対象物との会合のための軌道制御が必要になる。

1. 2 軌道制御の概要

1. 2. 1 軌道制御の目的

衛星システムの運用と軌道は密接な関係にあり、運用に適した軌道の選択、運用軌道環境の配慮が衛星システム設計における重要な検討要素となる。

概念設計でミッション要求に適した軌道を選択し、システム設計では具体的な軌道諸元、軌道投入までのプロセスを決定する。軌道投入までのプロセスは、打上げロケットの諸元、打ち上げ時期等の要因に影響されるため、ロケット担当との入念な調整が大切になる。

軌道の選定結果は、衛星システム設計に大きな影響があり、打上げロケットによって遷移軌道に投入された後、目標とする軌道までの加速の手順は衛星の推進系設計の重要な要因となる。また、軌道によって、太陽光の受光条件が異なるため、電源制御系及び太陽電池パネルの設計において考慮する必要があること、場合によっては機器の稼働状態の制御にも影響することがある。更に、軌道上の熱環境によって放熱、加熱の条件が変化するため、熱制御設計に対する考慮が必要になる。

また、人工衛星の軌道は環境外乱によって摂動運動を生じるため、運用軌道投入後も軌道を維持するための制御が必要である。外乱の主要因は地球が扁平楕円体であることによる重力ポテンシャルの影響、大気の空気抵抗による減速、太陽輻射圧による速度の変動、地球以外の天体からの引力等である。低高度軌道では、大気の抵抗による減速の補正、静止軌道のような高高度の軌道では、太陽輻射圧、太陽の引力の影響が有意となる。

1. 2. 2 軌道の選定

衛星システムの運用軌道はミッション要求に基づいて選定されるが、利用できる打上げロケット及び地上局にも依存する。一般的に多く利用される軌道は下記のとおりであり、ミッションと軌道の関係を表 1.2-1⁵⁾に示す。

- ・低高度軌道（LEO：Low Earth Orbit）：高度 2,000km 以下
- ・中高度軌道（MEO：Medium height Earth Orbit）
- ・静止軌道（GEO：Geostationary Earth Orbit）：高度 35,786km
- ・高離心率楕円軌道（HEO：Highly Elliptical Orbit）
- ・太陽同期軌道（SSO：Sun Synchronous Orbit）
- ・地球回帰軌道（REO：Recurrent Earth Orbit）
- ・非楕円軌道（NGO：Non-Geocentric Orbit）

表 1.2-1(1/2) ミッションと軌道の関係⁵⁾

軌道	特徴	備考（適用事例）
低高度軌道(LEO)	<p>利点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 目標との距離が短いため、観測精度（分解能）が得やすい ・ 通信の遅れ時間が短い <p>不利な点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 目標上空通過時間（可視時間）に制約があり、低高度程短時間になる（高度 100km で約 12 分） ・ 大気抵抗による高度低下の影響を受け易い（高度維持のための推進薬量が多く必要となる） 	<p>これまで通信目的には利用されることは少なかったが、データ中継衛星の利用、多数の小型衛星を接続して運用することで、可視時間が短いという不利な点を回避し、全地球規模のインターネット通信に活用される傾向にある</p>
中高度軌道(MEO)	<p>利点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 全球をカバーするシステムでは、衛星機数を削減できる <p>不利な点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 地表までの距離が長く、観測衛星には適さない 	<p>GPS 衛星（高度 20,200km で 31 機）</p>
静止軌道(GEO)	<p>利点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 常時目標上空に留まることができるので、気象観測目的のような定点の常時観測に適している ・ 常時連続的な運用が可能であるため、放送・通信目的に適している <p>不利な点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 軌道までの移送コストが大きい ・ 低緯度地域では仰角が小さく、可視範囲に制約を受ける ・ 通信距離が長いため、通信機器（送信出力、受信感度）、姿勢制御機器（指向精度）への性能要求が高くなる ・ 通信の遅れ時間が長くなる 	<p>指向精度要求が高いため、長期の軌道維持、姿勢制御のための推進薬が多く必要であり、衛星の運用期間（寿命）を決める重要な要因であったが、近年健全な衛星の延命のために、軌道上での推進薬補給等の軌道上サービスが検討されている</p> <p>気象衛星、通信衛星</p>

表 1.2-1(2/2) ミッションと軌道の関係⁵⁾ (続き)

軌道	特徴	備考 (適用事例)
高離心率楕円軌道 (HEO)	<p>利点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・高傾斜角、高離心率の軌道を採用することで高緯度地域の可視範囲と可視時間を確保することができる <p>不利な点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・低高度領域での大気抵抗の影響が大きい 	<p>MOLNIA 軌道 (傾斜角 63.4°)</p> <p>準天頂軌道 (傾斜角約 40°)</p>
太陽同期軌道 (SSO)	<p>利点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・常に太陽との位置関係が一定に維持されるため、観測地点の日照条件が同一であり、観測データの連続性が確保される ・極地域の観測が可能 (概ね極軌道であるため) 	<p>昇交点赤経の変動が 1 年間に 360° となるように軌道要素を選択することで実現可能</p> <p>高度 500km で傾斜角 97.5°</p>
地球回帰軌道 (REO)	<p>利点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・同一点を定期的に観測できるため、変化を把握できる 	<p>周回毎または一定期間に同一の観測点上空を飛行する軌道</p> <p>自転速度と昇交点赤経、真近点引数の変化率の組み合わせで実現可能</p>
非楕円軌道 (NGO)	<p>利点：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・地球の引力の影響を脱し、他の惑星への飛行する軌道に遷移するためには不可欠 	<p>双曲線軌道 (惑星間探査)</p> <p>Lagrange ポイント</p>

1. 2. 3 軌道投入プロセス

衛星を運用軌道に投入するまでのプロセスは下記のとおりである。

- ・ 打上げ (Launch Phase) :

運用軌道に投入するまでのプロセスに影響する重要なイベントであるが、利用できる打上げロケット、射場の条件で決まるため、プロジェクト計画において慎重に決定する必要がある。

打上げから遷移軌道までの運用は打上げロケット担当の責任であり、地上からの追跡、通信の確達が必須である。

- ・ 軌道遷移 (Orbit Transfer) :

打上げロケットから分離された後、衛星システムが有する推進系を用いて、運用軌道まで遷移する段階である。実際の分離時の軌道は様々な要因で、計画からの誤差が生じる。誤差が想定以上である場合は、計画以上の推進薬を消費することになるため、姿勢制御用のスラストを使用することにも必要になる。これは、軌道上での衛星システムの運用期間を短縮させることになるため、プロジェクト責任者の決断による。

- ・ 軌道維持 (On-Station Operation) :

ミッションによって軌道維持精度の要求は異なるが、外乱による軌道の変動を修正するためにはスラストを使用する必要があるため、姿勢制御のために必要な推進薬との配分に配慮が必要になる。特に、観測目標が頻繁に変更される観測衛星や天文衛星の場合、姿勢制御のために消費する推進薬が衛星システムの運用寿命に影響する。

- ・ 軌道離脱 (De-Orbiting)

衛星システムの運用が終了した後は、廃棄された衛星機がデブリとなって他の衛星と衝突する等の危険を回避するための処置が必要である。静止軌道では、運用されていない衛星が、他の運用中の衛星やこれから打ち上げられる衛星の障害とならないように、更に高い高度の軌道に移動させる（衛星の墓場）。ただし、この軌道遷移にも推進薬を必要とするため、運用終末期に軌道遷移に必要な推進薬が残っていることを確認する必要がある。

低高度軌道の場合、減速して大気圏に再突入させることが一般的であるが、無制御の再突入は危険を生じるため、再突入軌道の制御のための推進薬が必要になる。

1. 2. 4 軌道外乱

衛星の軌道に影響する主要な環境要因は、地球扁平度による重力ポテンシャルの変動、大気による空気抵抗、太陽輻射圧、太陽の引力、月を含む他の天体の引力である。

これらの外乱は軌道高度によって影響度が変化し、運用に応じた対応が必要になる。高度に対する各外乱要素の変化を図 1.2-1 に示す。図に示す例は、小型衛星に働く外乱要因により生じる力を加速度に変換したものであり、小型衛星の形状は 1 辺が 50cm の立方体、質量は 50kg とした。また、空気抵抗力の計算、輻射圧力による力の計算の基準面積は立方体の正面積 (0.25m²) とした。

図から分かるとおり、どの高度においても地球が扁平な楕円体であることの影響は大きく、軌道の摂動を引き起こす要因となっている。地球扁平度の影響を活用して、軌道要素を適切に選べば、回帰軌道を実現することができる等の利点もある。500km 以下の低高度では、大気抵抗の影響が大きく、衛星の減速に伴う軌道高度の低下が顕著になる。

高高度になると太陽輻射圧、太陽及び月の引力も無視できないレベルとなる。特に、静止軌道では、その軌道の維持に大きく影響するようになる。

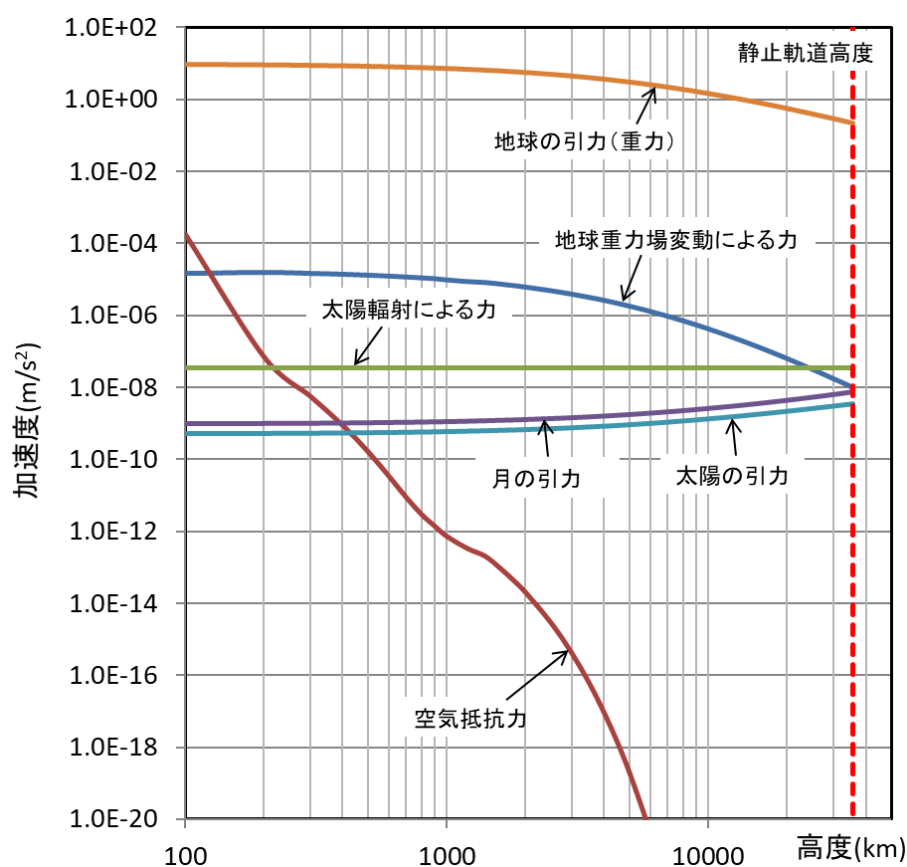


図 1.2-1 軌道上環境要因による加速度の高度に対する変化

1. 3 研究の目的

これまで述べてきたとおり、今後、さらに利用が進むと予想される小型衛星の設計においては、システム設計の効率化が課題であり、開発期間の短縮、最新技術の取り込みのために、利用し易くかつユーザによる改善が簡便なシミュレーションツールが望まれる。特に、衛星軌道はミッション要求達成のための重要な要因であるため、システム設計時点で十分な検討を経て決定されなければならない。また、運用中の軌道維持、軌道変更等の軌道制御を行う場合にも、事前のシミュレーションによる確認が必要である。

以上を踏まえた本研究の目的は下記のとおりである。

(1) 軌道解析シミュレーションツールの開発

システム設計において、軌道解析シミュレーションを簡便に実施できるツールを開発し、軌道環境モデル、衛星搭載機器のモデルをユーザが簡易に改善、変更できるようにすることで、トレードオフ検討を可能にする。本研究で開発するツールには軌道上環境による外乱加速度を考慮し、その有効性は、小型衛星の軌道データにより検証する。

(2) 太陽活動による大気密度変化を考慮した軌道解析手法の構築

小型衛星の運用上重要な軌道高度の変化の把握、軌道上寿命の予測の精度を向上させるため、太陽活動と大気密度の関係をモデル化し、その有効性を軌道データにより検証する。

(3) デオービットセイルの空力モデルの提案と軌道上寿命推定

小型衛星が運用終了後にデブリとして残存することを防止するため、運用終了後に大気圏に再突入させる必要があるが、再突入までの時間を短縮するためのデバイスであるデオービットセイルの空力モデルを提案する。この空力モデルの妥当性を軌道データにより検証し、小型衛星の軌道上寿命の推定の精度向上を図る。

本研究では、2014年に打上げられた小型衛星（「ほどよし1号」及び「QSAT-EOS」）の軌道データを用いた。「ほどよし1号」及び「QSAT-EOS」の概要を付録1に示す。

1. 4 本論文の構成

本論文の構成は下記に示すとおりである。

第1章 序論：研究の背景、研究の目的と今後の貢献を述べる。

第2章 軌道上外乱を考慮した小型衛星軌道モデル：基本的な運動方程式と軌道上で人工衛星が受ける外乱加速度について述べる。

第3章 QSAT-EOS による軌道解析結果の検証：第2章で示した運動方程式を解析するシミュレーションツールについて述べ、積分時間刻み幅の影響を調べ、QST-EOS の軌道データにより、解析結果を検証する。

第4章 太陽活動を考慮したデオービット解析：小型衛星の軌道データに対する解析を実施し、軌道高度の変化における大気密度の影響を分析し、大気密度に対する太陽活動の影響の重要性を示す。太陽活動と大気密度の関係を表すモデルの有効性と改善の必要性について述べる。

第5章 結論：本研究で得られた知見、今後の課題について述べる。

第2章 軌道上外乱を考慮した小型衛星軌道モデル

2. 1 目的

第1章で述べたとおり、人工衛星のミッション要求を満足するためには、軌道の実験が重要であり、システム設計の段階で、軌道上での人工衛星の運動を正確に把握することが必要である。このため、軌道解析が可能なシミュレーションツールを開発し、その実用性を確認する。ここでは、地球を周回する人工衛星の力学を概説し、軌道解析モデル構築の資とする。

特に、軌道上環境の外乱（地球重力の変動、大気による空気抵抗、太陽輻射圧力、他の天体の引力等）の影響を考慮することが大切であるため、これらの外乱による加速度をモデル化して、その影響を小型衛星の実軌道データにより検証する。

2. 2 人工衛星の軌道 (6789)10)

2. 2. 1 2体問題

(1) ケプラー運動方程式

地球を周回する人工衛星または地球軌道から離脱する宇宙機の運動は、2つの質点（質点1＝地球と質点2＝人工衛星）に対するニュートン力学によって記述される。慣性空間座標系における2つの質点の位置と相互に働く引力の関係を図2.2-1に示す。図中、質点1と質点2に働く力が相互の万有引力のみであると仮定すれば、それぞれの運動方程式は、式(2.2-1)で与えられる。

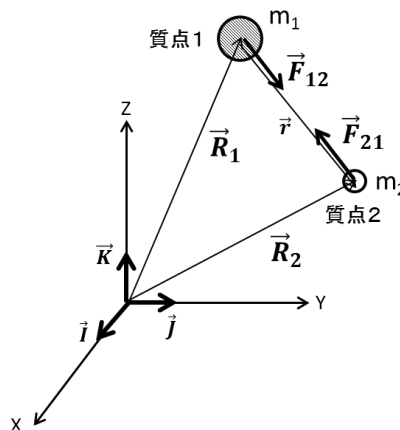


図 2.2-1 2つの質点の位置と働く力の関係（2体問題）

$$\vec{F}_{12} = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \vec{u}_r = -\vec{F}_{21} \quad (2.2-1)$$

図において、(X, Y, Z) は慣性座標軸、(\vec{i} , \vec{j} , \vec{k}) は慣性座標軸の単位ベクトルである。

\vec{F}_{12} : 質点 1 が質点 2 から受ける引力
 \vec{F}_{21} : 質点 2 が質点 1 から受ける引力
 G : 万有引力定数 ($= 6.67408 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$)
 m_1 : 質点 1 の質量 ($= \text{kg}$)
 m_2 : 質点 2 の質量 ($= \text{kg}$)
 \vec{R}_1 : 質点 1 の位置ベクトル ($= x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} + z_1 \cdot \vec{k}$)
 \vec{R}_2 : 質点 2 の位置ベクトル ($= x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j} + z_2 \cdot \vec{k}$)
 \vec{r} : 質点 1 から質点 2 に向かうベクトル ($= \vec{R}_2 - \vec{R}_1$)
 \vec{u}_r : 質点 1 から質点 2 に向かうベクトルの単位ベクトル ($= \vec{r}/r$)
 r : 質点 1 と質点 2 の距離 ($= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$)

地球に対する人工衛星の運動を記述するために、質点 1（地球）の重心を原点とする直交座標系 (x , y , z) を考える。この座標系を図 2.2-2 に示すように定義すると、質点 2 の運動は、座標系(x , y , z) が回転していなければ、式(2.2-2)で与えられる。

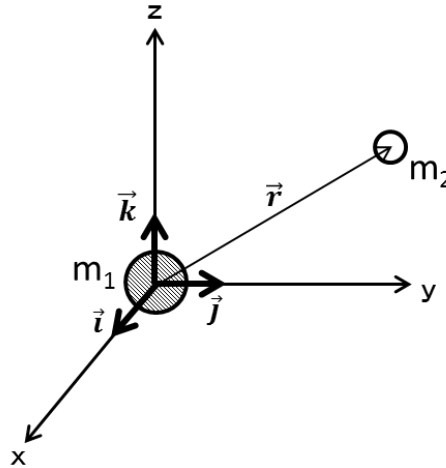


図 2.2-2 質点 1（地球）の重心を原点とする座標系

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \cdot \vec{r} \quad (2.2-2)$$

$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ であるので、式(2.2-2) は、式(2.2-3) 及び(2.2-4)で表わされる。

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{x} \cdot \vec{i} + \ddot{y} \cdot \vec{j} + \ddot{z} \cdot \vec{k} = -\frac{\mu}{r^3} \cdot (x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}) \quad (2.2-3)$$

$$\ddot{x} = -\frac{\mu}{r^3} \cdot x \quad , \quad \ddot{y} = -\frac{\mu}{r^3} \cdot y \quad , \quad \ddot{z} = -\frac{\mu}{r^3} \cdot z \quad (2.2-4)$$

式(2.2-3) は $\vec{y} = (x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z})^T$ を用いて、式(2.2-5) のとおり書ける。

$$\dot{\vec{y}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{y} = [A] \cdot \vec{y} \quad (2.2-5)$$

ここで、 $a = -\frac{\mu}{r^3}$ である。

式(2.2-5)を初期値から積分することで、任意の時刻における質点2（人工衛星）の位置と速度を求めることができる。

(2) ケプラー運動方程式の解

質点2が質点1の回りに持つ角運動量が保存されることから、質点2の運動は平面内に維持される。平面内の質点2の位置を質点1からの距離と基準軸からの角度で表示すると、図 2.2-3 のとおりとなる。

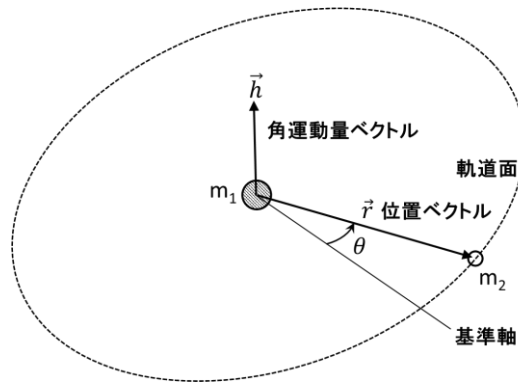


図 2.2-3 質点2の軌道面表示 (r, θ)

さらに、エネルギー保存の法則より、質点2の運動を表すケプラー運動方程式の解は下記のとおりに表すことができる。

$$\text{角運動保存則} \quad r^2 \cdot \dot{\theta} = \text{constant} \quad (2.2-6)$$

$$\text{エネルギー保存則} \quad \epsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \text{constant} \quad (2.2-7)$$

$$\text{円錐曲線方程式} \quad r = \frac{p}{1+e \cdot \cos \theta} = \frac{h^2}{\mu(1+e \cdot \cos \theta)} \quad (2.2-8)$$

また、エネルギーは離心率 e を使って式(2.2-9)のように表わすことができる。

$$\epsilon = -\frac{\mu^2}{2h^2}(1 - e^2) \quad (2.2-9)$$

2. 2. 2 円錐曲線軌道

ケプラー方程式で表される軌道曲線は、 e の値によって特徴の異なる曲線となる。これは、円錐を切断する平面の角度によって異なる断面が得られることと等価であり、切断面の角度と e の関係は図 2.2-4 に示すとおりである。 $p = 1$ とし、 e の値を変えて計算した例を図 2.2-5 に示す。

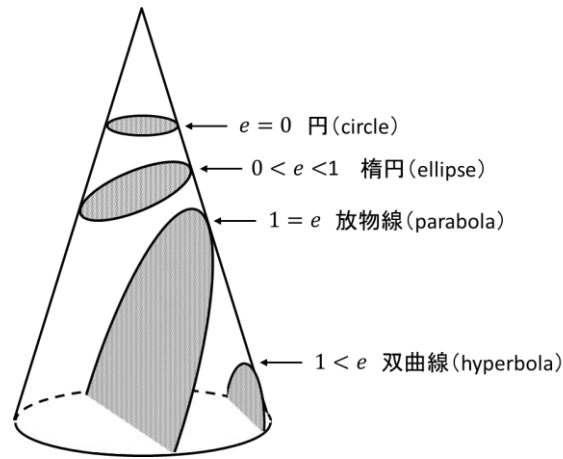


図 2.2-4 円錐曲線と e の関係

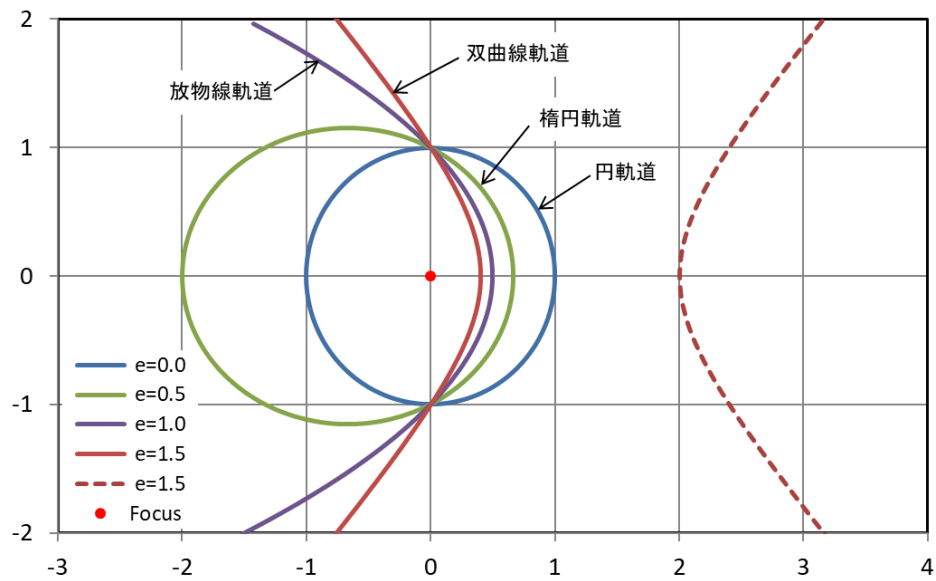


図 2.2-5 円錐曲線方程式の解の計算例

(1) 円錐曲線の主要諸元

図 2.2-4 及び図 2.2-5 に示すとおり、円錐曲線で表される軌道は e の値によって、円軌道、楕円軌道、放物線軌道、双曲線軌道に区分され、それぞれの曲線の主要な諸元は表 2.2-1 に示すとおりである。

表 2.2-1 円錐曲線軌道の主要諸元

	軌道半径	軌道上速度	周期
円軌道	$r_c = h^2/\mu$ (一定)	$v_c = \sqrt{\mu/r}$ (一定)	$T_c = 2\pi\sqrt{r^3/\mu}$
楕円軌道	$r_e = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \theta}$	$v_e = \sqrt{2\mu\left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{2a}\right)}$ $a = h^2/\mu(1 - e^2)$	$T_e = 2\pi\sqrt{a^3/\mu}$
放物線軌道	$r_p = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \theta}$	$v_p = \sqrt{2\mu/r_p}$	—
双曲線軌道	$r_h = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \theta}$	$v_h = \sqrt{2\mu\left(\frac{1}{r_h} + \frac{1}{2a}\right)}$ $a = h^2/\mu(e^2 - 1)$	—

(2) 軌道の時間表示

2.2.1 節では、軌道の幾何学的形状及び運動の状態を示したが、特定の時刻における軌道上の物体の状態を知るためには、幾何学的パラメータである真近点離角 (θ) と時刻の関係を知る必要がある。

角運動量の定義 ($h = r^2 \cdot \dot{\theta}$) より、下記の関係が得られる。

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{r^2} = \frac{\mu^2(1+e \cdot \cos \theta)^2}{h^3} \quad (2.2-10)$$

さらに、式(2.2-10)を変形すると、下記が得られる。

$$\frac{\mu^2}{h^3} dt = \frac{d\theta}{(1+e \cdot \cos \theta)^2} \quad (2.2-11)$$

式(2.2-11)を近地点 ($t = t_p$ 、 $\theta = \theta_p = 0$) から任意の θ まで積分すると、 θ と時刻 t の関係が得られる。

$$\frac{\mu^2}{h^3} (t - t_p) = \int_0^\theta \frac{d\theta}{(1+e \cdot \cos \theta)^2} \quad (2.2-12)$$

式(2.2-12)を各軌道に適用した結果を表 2.2-2 に示す。

表 2.2-2 円錐曲線軌道における時刻と真近点離角の関係

軌道の種類	時刻 (t) と真近点離角 (θ) の関係
円軌道	$\theta = \frac{\mu^2}{h^3} t$
楕円軌道	$M_e = n \cdot t = \frac{2\pi}{T_e}$ (n : 平均運動) $M_e = E - e \cdot \sin E$ (E : 楕円離心近点離角 (図 2.2-6)) $\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan E$ 計算の手順を図 2.2-7 に示す
放物線軌道	$M_p = \frac{\mu^2}{h^3} t$, $\tan \frac{\theta}{2} = \left(3M_p + \sqrt{(3M_p)^2 + 1} \right)^{\frac{1}{3}} - \left(3M_p + \sqrt{(3M_p)^2 + 1} \right)^{-\frac{1}{3}}$
双曲線軌道	$M_h = \frac{\mu^2}{h^3} \sqrt{(e^2 - 1)^3} \cdot t$ $M_h = e \cdot \sinh F - F$ (F : 双曲線離心近点離角 (図 2.2-6)) $\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{e+1}{e-1}} \cdot \tanh \frac{F}{2}$ 計算の手順を図 2.2-8 に示す

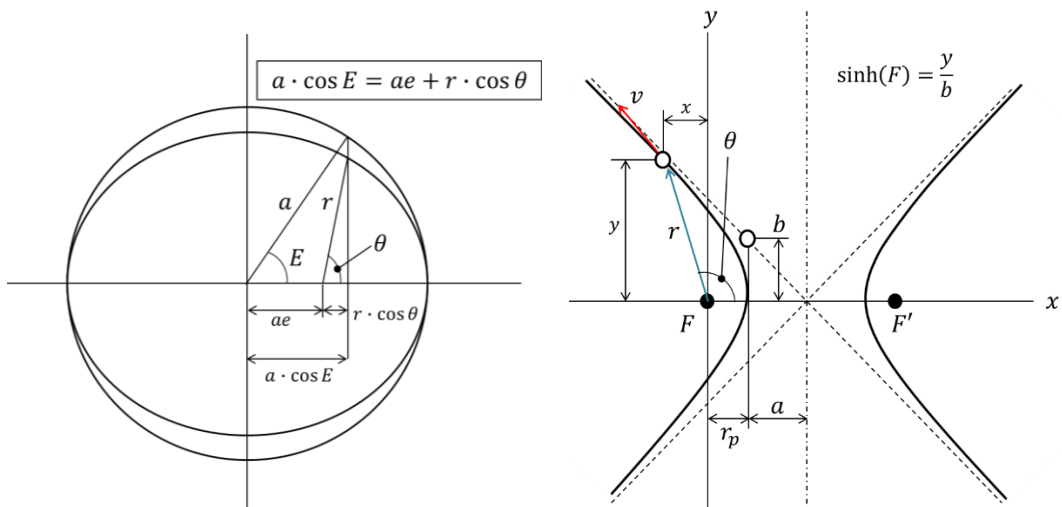


図 2.2-6 楕円離心近点離角(E) 及び 双曲線離心近点離角(F)の定義

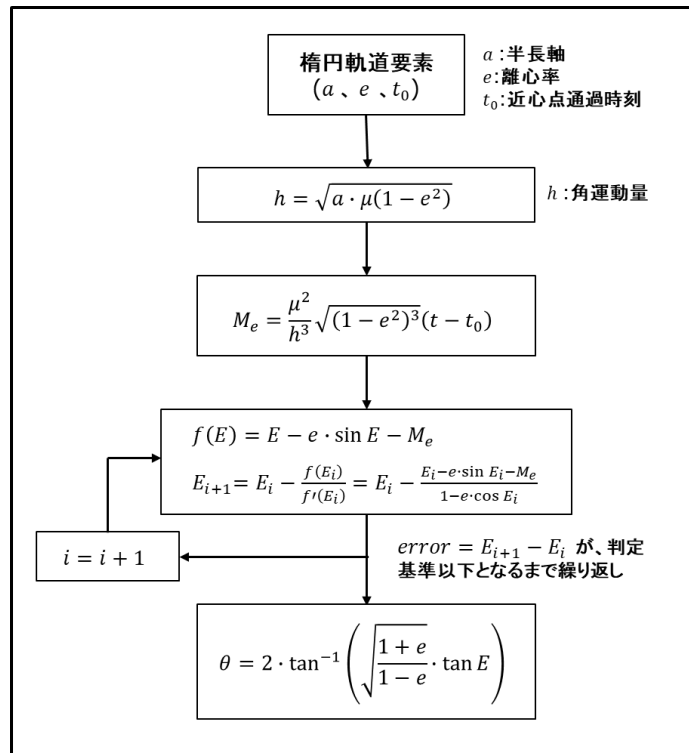


図 2.2-7 楕円軌道上の任意の時刻における位置を求める手順

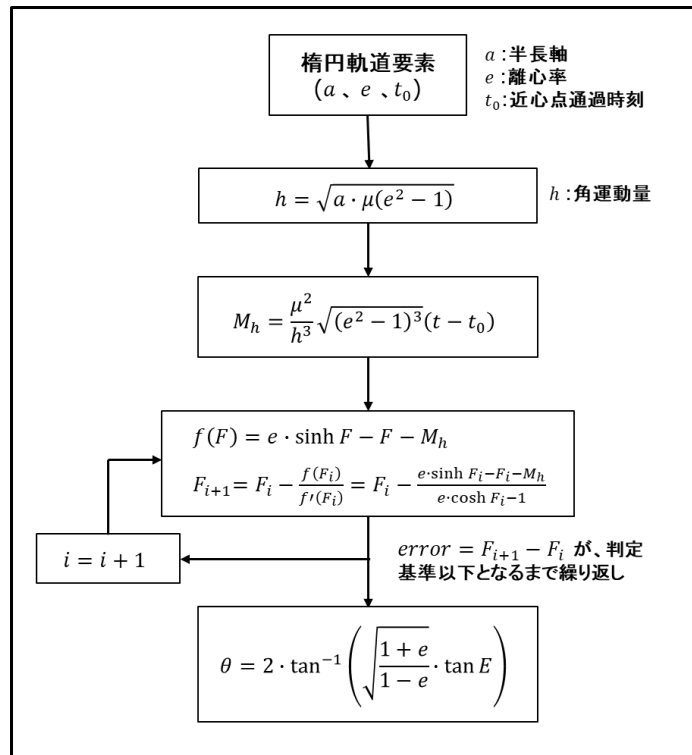


図 2.2-8 双曲線軌道上の任意の時刻における位置を求める手順

2. 3 座標系

2. 3. 1 軌道面座標系

前節では、円錐曲線を原点（焦点）からの距離と原点と近心点を結ぶ軸からの角度（真近点離角： θ ）で表したが、軌道上の任意の点を直交座標で表すために、軌道面座標系を図 2.3-1 のとおり定義する。

- ・ 軌道の焦点を原点とする直交座標系
- ・ x 軸は、原点から近心点に向う軸（ x 軸の単位ベクトルを \hat{p} と表す）
- ・ y 軸は、 x 軸から真近点離角 90° 方向の軸（ y 軸の単位ベクトルを \hat{q} と表す）
- ・ z 軸は、 x 軸と y 軸が作る平面（軌道面）への直交軸（ z 軸の単位ベクトルを \hat{w} と表す）

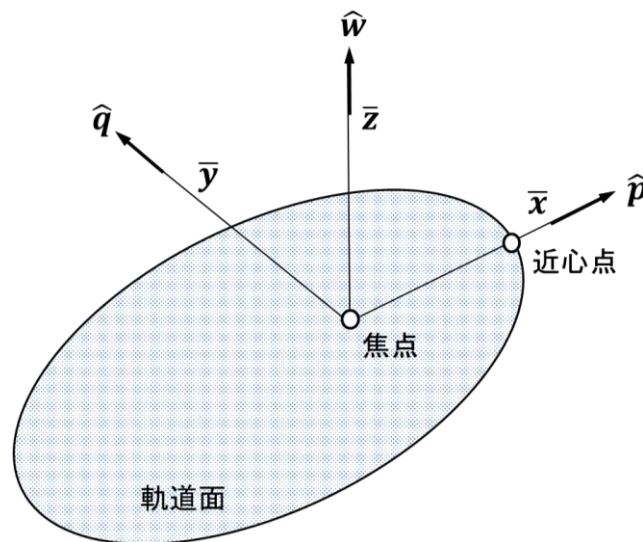


図 2.3-1 軌道面座標系の定義

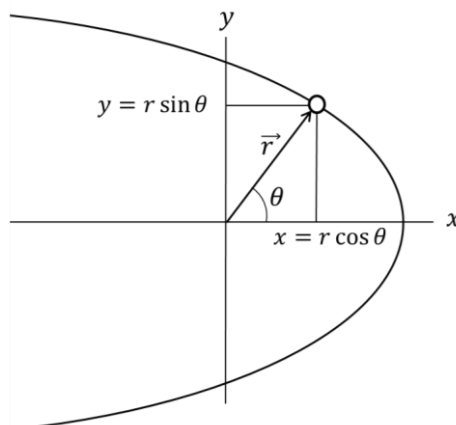


図 2.3-2 軌道面座標系での直交座標表示

軌道上の物体の軌道面座標系における位置は、図 2.3-2 に示すとおりであり、式(2.2-8)を使って、次のとおり表される。

$$\begin{aligned}\vec{r} &= x \cdot \hat{p} + y \cdot \hat{q} = r(\cos \theta \cdot \hat{p} + \sin \theta \cdot \hat{q}) \\ &= \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{(1+e \cos \theta)} (\cos \theta \cdot \hat{p} + \sin \theta \cdot \hat{q})\end{aligned}\quad (2.3-1)$$

軌道上の物体の速度は、式(2.3-1)を時間微分して、下記が得られる。

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{x} \cdot \hat{p} + \dot{y} \cdot \hat{q} \quad (2.3-2)$$

$x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ を、それぞれ時間微分し、下記を得る。

$$\dot{x} = \dot{r} \cdot \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta \quad (2.3-3a)$$

$$\dot{y} = \dot{r} \cdot \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta \quad (2.3-3b)$$

ここで、 \dot{r} 及び $r\dot{\theta}$ は、図 2.3-3 に示すとおり、それぞれ位置ベクトル \vec{r} に対するベクトル方向速度及びベクトル直角方向速度であり、次のとおり表すことができる。

$$v_{\perp} = r \cdot \dot{\theta} = \frac{r^2 \cdot \dot{\theta}}{r} = \frac{h}{r} = \frac{\mu}{h} (1 + e \cdot \cos \theta) \quad (2.3-4)$$

$$v_r = \dot{r} = \frac{d}{dt} \left[\frac{h^2}{\mu(1+e \cos \theta)} \right] = \frac{h^2}{\mu} \cdot \frac{e \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \theta}{(1+e \cos \theta)^2} = \frac{\mu \cdot e}{h} \cdot \sin \theta \quad (2.3-5)$$

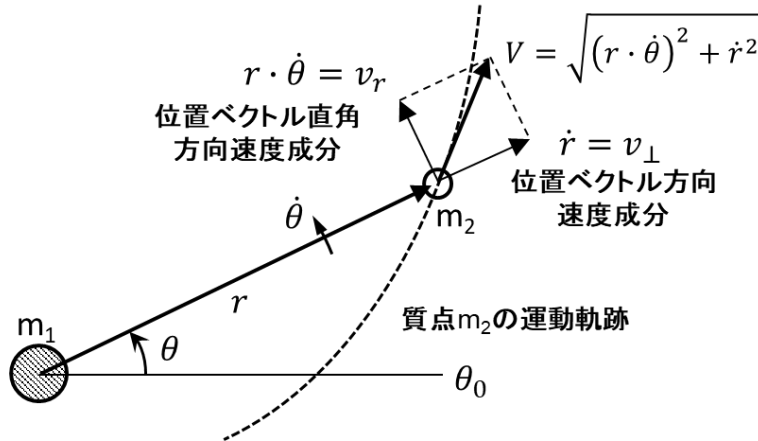


図 2.3-3 軌道上の速度成分

式(2.3-4)及び式(2.3-5)を用いて式(2.3-3)を書き換えると、下記のとおりとなる。

$$\dot{x} = -\frac{\mu}{h} \cdot \sin \theta \quad (2.3-6a)$$

$$\dot{y} = \frac{\mu}{h} (e + \cos \theta) \quad (2.3-6b)$$

従って、式(2.3-2)は下記のとおりとなる。

$$\vec{v} = \frac{\mu}{h} [-\sin \theta \cdot \hat{p} + (e + \cos \theta) \cdot \hat{q}] \quad (2.3-7)$$

2. 3. 2 3次元直交座標系

実用的な人工衛星の運用にあたっては、地球との相対位置及び相対速度を知ることが重要であり、基準となる座標系を次のとおり定義する。

(1) 日心黄道座標系 (heliocentric ecliptic coordinate)

地球は太陽の黄道面 (ecliptic plane) を周回しているが、地球の自転軸 (axis of rotation) は黄道面に対して約 23.4° 傾斜しているので、地球の赤道面と黄道面が交差する軸が存在する。これを春分線 (vernal equinox line) と呼び、春分における地球から太陽を臨む方向を春分ベクトルと呼ぶ。

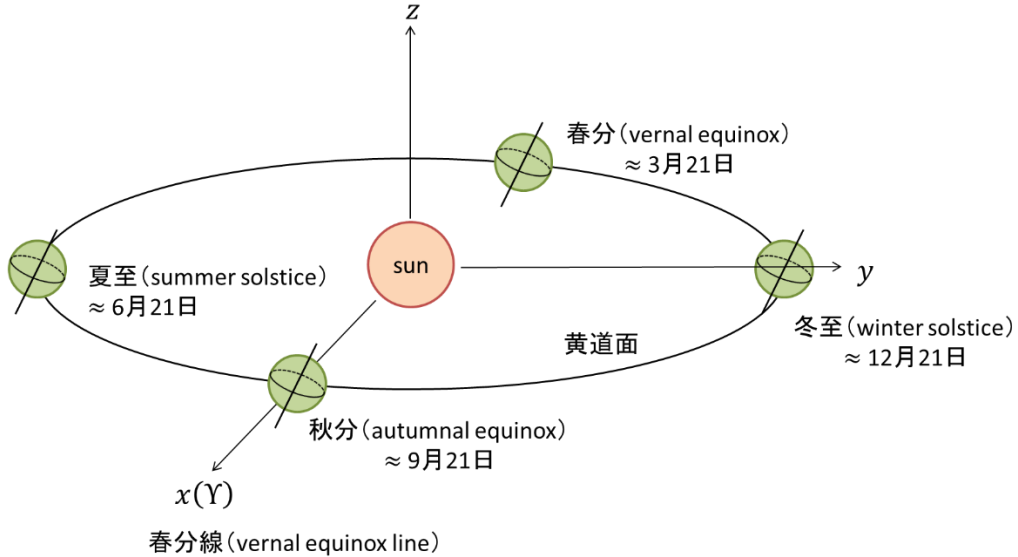


図 2.3-4 日心黄道座標系 (heliocentric ecliptic coordinate)

(2) 地心赤道座標系 (geocentric equatorial coordinate)

地球から見た人工衛星の位置及び速度を表す場合には、地球の中心を原点とし、赤道面を基準面とする直交座標系を用いることが一般的である。このような座標系を地心赤道座

標系 (geocentric equatorial coordinate) と呼び、図 2.3-5 に示すとおり、 x 軸を春分ベクトル方向、 z 軸を地球の自転軸 (北方向を正とする)、 y 軸は x 、 z 軸と右手系をなす直交軸とする。なお、各軸の単位方向ベクトルはそれぞれ、 \vec{I} 、 \vec{J} 、 \vec{K} とする。

人工衛星の位置は、地心から人工衛星に向かうベクトルの春分ベクトルからの角度 (赤経 : right ascension)、赤道面となす角度 (赤緯 : declination) 及び地心からの距離で表すことができる。

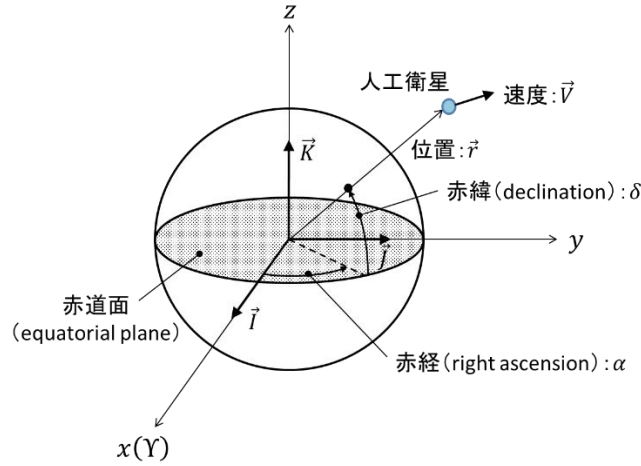


図 2.3-5 地心赤道座標系 (geocentric equatorial coordinate)

なお、通常、赤経は $0^\circ \sim 360^\circ$ 、赤緯は $-90^\circ \sim 90^\circ$ の範囲で定義される。従って、 $\sin \alpha > 0$ の場合、赤経は $0^\circ \sim 180^\circ$ 、 $\sin \alpha < 0$ の場合、赤経は $180^\circ \sim 360^\circ$ の範囲に定まる。

地心赤道面座標系における人工衛星の位置と速度は下記の式で与えられる。

$$\vec{r} = x\vec{I} + y\vec{J} + z\vec{K} \quad (2.3-8)$$

$$\vec{v} = v_x\vec{I} + v_y\vec{J} + v_z\vec{K} \quad (2.3-9)$$

ここで、赤経 (α)、赤緯 (δ)、距離 (r) を用いて式(2.2-8)を表すと、次のとおりとなる。

$$x = r \cdot \cos \delta \cdot \cos \alpha \quad (2.3-10a)$$

$$y = r \cdot \cos \delta \cdot \sin \alpha \quad (2.3-10b)$$

$$z = r \cdot \sin \delta \quad (2.3-10c)$$

$$r = \|\vec{r}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.3-11)$$

式(2.3-10)から式(2.3-11)を用いて式(2.3-8)を書くと、次のとおりとなる。

$$\vec{r} = r \cdot (\cos \delta \cdot \cos \alpha \vec{I} + \cos \delta \cdot \sin \alpha \vec{J} + \sin \delta \vec{K}) \quad (2.3-12)$$

さらに、 \vec{r} の単位方向ベクトルは $\hat{u}_r = \vec{r}/r$ と定義されるので、式(2.3-12)は下記のとおり書くことができる。

$$\begin{aligned}\vec{u}_r &= \cos \delta \cdot \cos \alpha \vec{I} + \cos \delta \cdot \sin \alpha \vec{J} + \sin \delta \vec{K} \\ &= l \cdot \vec{I} + m \cdot \vec{J} + n \cdot \vec{K}\end{aligned}\quad (2.3-13)$$

ここで、 l, m, n は位置ベクトル \vec{r} の方向余弦 (direction cosine) である。

$$l = \cos \delta \cdot \cos \alpha \quad (2.3-14a)$$

$$m = \cos \delta \cdot \sin \alpha \quad (2.3-14b)$$

$$n = \sin \delta \quad (2.3-14c)$$

(3) 軌道 6 要素

軌道の形状は離心率 (e) と角運動量 (h) で決まるが、地球との相対関係を知るためには、地心赤道座標系と軌道面座標系の関係を定める必要がある。地心赤道座標系と軌道面座標系の関係は図 2.3-6 に示すとおりであり、赤道面と軌道面が成す傾斜角 (軌道傾斜角 (i) : angle of inclination)、赤道面と軌道面が交差する線 (軌道交差軸 : line of node) と春分ベクトルのなす角度 (昇交点赤経 (Ω) : longitude of ascending node)、軌道交差軸からの角度 (近心点引数 (ω) : argument of periapsis) によって定まる。

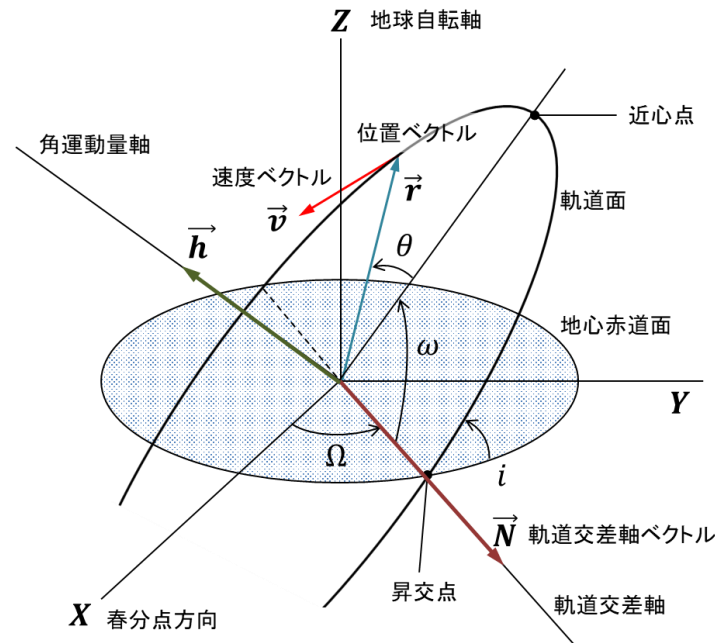


図 2.3-6 地心赤道座標系と軌道面座標系の関係

任意の時刻における軌道上の人工衛星の位置は、近心点通過時刻からの経過時間によって定まる。この他、角運動量の代わりに半長軸（ a : semi-major axis）、時刻の代わりに長軸からの角度（真近点離角（ θ ） : true anomaly）を用いることも多い。

以上より、（ $e, h, i, \Omega, \omega, t$ ）または（ $e, a, i, \Omega, \omega, \theta$ ）を軌道6要素と呼ぶ。

(4) 状態ベクトルから軌道6要素の導出

任意の時刻における人工衛星の位置（ \vec{r} ）と速度（ \vec{v} ）から軌道6要素を導出することが可能であり、その手順は下記のとおりである。

① 既知の値（状態ベクトル）

$$\vec{r} = x\vec{I} + y\vec{J} + z\vec{K} \quad : \text{位置ベクトル} \quad (2.3-15)$$

$$\vec{v} = v_x\vec{I} + v_y\vec{J} + v_z\vec{K} \quad : \text{速度ベクトル} \quad (2.3-16)$$

$$r = \|\vec{r}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad : \text{距離} \quad (2.3-17)$$

$$v = \|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad : \text{速度} \quad (2.3-18)$$

② 法線方向速度

$$v_r = \hat{u}_r \cdot \vec{v} = \frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{v} = \frac{1}{r} (x \cdot v_x + y \cdot v_y + z \cdot v_z) \quad (2.3-19)$$

③ 角運動量（ h ）

$$\begin{aligned} \vec{h} &= \vec{r} \times \vec{v} = (y \cdot v_z - z \cdot v_y)\vec{I} + (z \cdot v_x - x \cdot v_z)\vec{J} + (x \cdot v_y - y \cdot v_x)\vec{K} \\ &= h_x\vec{I} + h_y\vec{J} + h_z\vec{K} \end{aligned} \quad (2.3-20)$$

$$h = \|\vec{h}\| = \sqrt{(y \cdot v_z - z \cdot v_y)^2 + (z \cdot v_x - x \cdot v_z)^2 + (x \cdot v_y - y \cdot v_x)^2} \quad (2.3-21)$$

④ 軌道傾斜角 (i)

$$i = \cos^{-1}(h_x/h) \quad (2.3-22)$$

⑤ 軌道交差軸ベクトル (\vec{N})

\vec{N} は、図 2.3-6 に示す軌道交差軸の方向を示すベクトルである。

$$\vec{N} = \hat{K} \times \vec{h} = -h_y \vec{I} + h_x \vec{J} + 0 \cdot \vec{K} = N_x \vec{I} + N_y \vec{J} + N_z \vec{K} \quad (2.3-23)$$

$$N = \|\vec{N}\| = \sqrt{h_y^2 + h_x^2} \quad (2.3-24)$$

⑥ 昇交点赤経 (Ω) :

$$\begin{cases} \Omega = \cos^{-1}(N_x/N) & (N_y > 0) \\ \Omega = 360^\circ - \cos^{-1}(N_x/N) & (N_y \leq 0) \end{cases} \quad (2.3-25a)$$

$$(2.3-25b)$$

⑦ 離心率 (e) :

$$\vec{e} = \frac{1}{\mu} \left(\vec{v} \times \vec{h} - \mu \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right) = e_x \vec{I} + e_y \vec{J} + e_z \vec{K} \quad (2.3-26)$$

$$e = \|\vec{e}\| = \sqrt{e_x^2 + e_y^2 + e_z^2} \quad (2.3-27)$$

⑧ 近心点引数 (ω) :

$$\begin{cases} \omega = \cos^{-1}(\vec{N} \cdot \vec{e} / N \cdot e) & (e_z > 0) \\ \omega = 360^\circ - \cos^{-1}(\vec{N} \cdot \vec{e} / N \cdot e) & (e_z < 0) \end{cases} \quad (2.3-28a)$$

$$(2.3-28b)$$

⑨ 真近点離角 (θ) :

$$\begin{cases} \theta = \cos^{-1}(\vec{r} \cdot \vec{e} / r \cdot e) & (v_r > 0) \\ \theta = 360^\circ - \cos^{-1}(\vec{r} \cdot \vec{e} / r \cdot e) & (v_r < 0) \end{cases} \quad (2.3-29a)$$

$$(2.3-29b)$$

なお、角運動量 (h) と半長軸 (a) の関係は表 2.2-1、時刻 (t) と真近点離角 (θ) の関係は表 2.2-2 で与えられる。

(5) 軌道 6 要素から状態ベクトルの導出

軌道面座標系における軌道上の人工衛星の位置及び速度は 2.3.1 節で示したとおり、軌道方程式によって、式(2.3-1) 及び 式(2.3-7) で与えられる。

$$\vec{r} = \frac{h^2}{\mu (1+e \cos \theta)} (\cos \theta \cdot \hat{p} + \sin \theta \cdot \hat{q}) \quad (2.3-30)$$

$$\vec{v} = \frac{\mu}{h} [-\sin \theta \cdot \hat{p} + (e + \cos \theta) \cdot \hat{q}] \quad (2.3-31)$$

軌道面座標から地心赤道座標系への変換は図 2.3-6 に示すとおり、地心赤道面座標の Z 軸回りに Ω 回転、次に X 軸回りに i 回転、最後に Z 軸回りに ω 回転させることで得られる。なお、軌道上の人工衛星の位置は、近心点から θ 離隔した位置である。従って、軌道 6 要素から状態ベクトル (\vec{r} , \vec{v}) を求める手順は次のとおりである。

- ① 既知の値 (軌道 6 要素: e_0 , a_0 , i_0 , Ω_0 , ω_0 , θ_0) より、軌道面座標系での人工衛星の位置を求める。

$$\vec{r}_{(o)} = \frac{a_0^2}{(1+e_0 \cos \theta_0)} (\cos \theta_0 \cdot \hat{p} + \sin \theta_0 \cdot \hat{q}) = x_{(o)} \cdot \hat{p} + y_{(o)} \cdot \hat{q} \quad (2.3-32)$$

ここで、添字(o) は軌道面座標であることを示す。

- ② Z 軸回り Ω_0 回転

$$\vec{r}_{(1)} = [R_3(\Omega_0)] \cdot \vec{r}_{(o)} \quad (2.3-33)$$

$$[R_3(\Omega_0)] = \begin{bmatrix} \cos \Omega_0 & \sin \Omega_0 & 0 \\ -\sin \Omega_0 & \cos \Omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3-34)$$

ここで、添字(1) は Z 軸回り Ω_0 回転後の座標系であることを示す。

- ③ X 軸回り i_0 回転

$$\vec{r}_{(2)} = [R_1(i_0)] \cdot \vec{r}_{(1)} \quad (2.3-35)$$

$$[R_1(i_0)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i_0 & \sin i_0 \\ 0 & -\sin i_0 & \cos i_0 \end{bmatrix} \quad (2.3-36)$$

ここで、添字(2) は Z 軸回り Ω_0 、X 軸回り i_0 回転後の座標系であることを示す。

④ Z 軸回り ω_0 回転

$$\vec{r}_{(o)} = [R_3(\omega_0)] \cdot \vec{r}_{(2)} \quad (2.3-37)$$

$$[R_3(\omega_0)] = \begin{bmatrix} \cos \omega_0 & \sin \omega_0 & 0 \\ -\sin \omega_0 & \cos \omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3-38)$$

ここで、添字(i) は Z 軸回り Ω_0 、X 軸回り i_0 、Z 軸回り ω_0 回転後の地心赤道座標系であることを示す。最終的には、下記のとおり、まとめることができる。

$$\vec{r}_{(o)} = [R_3(\omega_0)][R_1(i_0)][R_3(\Omega_0)] \cdot \vec{r}_{(i)} = [C_{i2o}] \cdot \vec{r}_{(i)} \quad (2.3-39)$$

$$[C_{i2o}] = [R_3(\omega_0)][R_1(i_0)][R_3(\Omega_0)] \quad (2.3-40)$$

$$\vec{r}_{(i)} = [C_{i2o}]^T \cdot \vec{r}_{(o)} \quad (2.3-41)$$

⑤ 速度ベクトルの計算

位置ベクトルの計算と同様に、下記のとおり変換行列を用いて計算することができる。

$$\begin{aligned} \vec{v}_{(o)} &= \frac{\mu}{h_0} [-\sin \theta_0 \cdot \hat{p} + (e_0 + \cos \theta_0) \cdot \hat{q}] \\ &= \sqrt{\frac{\mu}{a_0(1-e_0^2)}} [-\sin \theta_0 \cdot \hat{p} + (e_0 + \cos \theta_0) \cdot \hat{q}] \end{aligned} \quad (2.3-42)$$

$$\vec{v}_{(i)} = [C_{o2i}] \cdot \vec{v}_{(o)} \quad (2.3-43)$$

以上のとおり、任意の時刻における地心赤道座標系における人工衛星の状態ベクトルの計算手順は下記のとおりであり、図 2.3-7 に示す。

- ① 既知の値（軌道 6 要素： e_0 、 a_0 、 i_0 、 Ω_0 、 ω_0 、 t_0 ）
- ② ケプラー方程式より θ_0 を求める
- ③ 軌道面座標系における状態ベクトル $[\vec{r}_{(o)}, \vec{v}_{(o)}]$ を計算する
- ④ 軌道面座標から地心赤道座標系への変換行列 $[C_{o2i}]$ を計算する
- ⑤ 地心赤道座標系における状態ベクトル $[\vec{r}_{(i)}, \vec{v}_{(i)}]$ を計算する

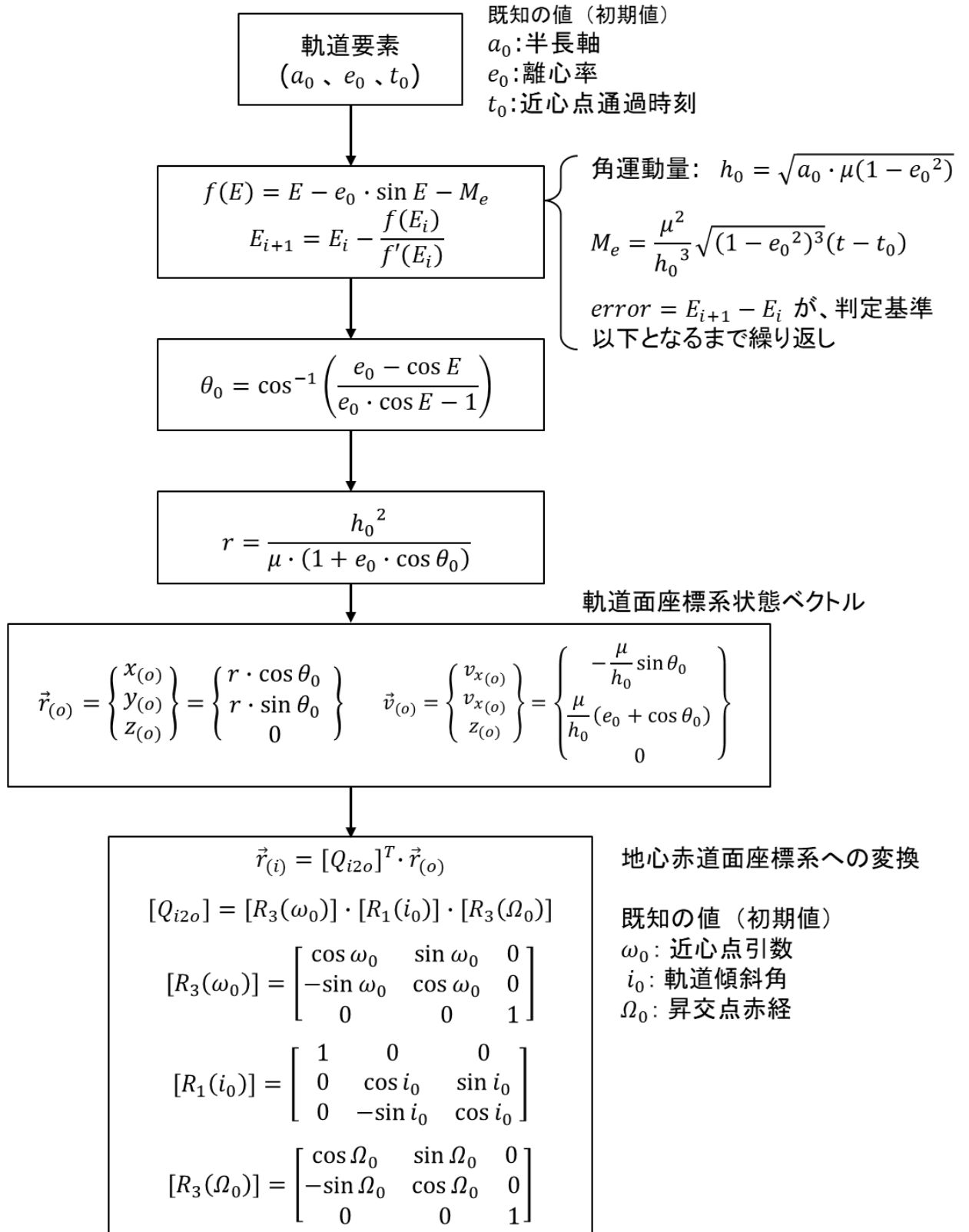


図 2.3-7 任意の時刻における地心赤道座標系での状態ベクトル導出の手順

2. 4 軌道上外乱加速度

これまでは、質点 1 と質点 2 以外に物体は存在せず、2 つの質点の引力場は球対称であると仮定していた（2 体問題）。従って、2 つの質点に働く引力は、式(2.2-2)によって表すことができた。しかし、実際の地球周回軌道においては、2 つの質点間の引力以外に、地球が完全な球体ではないことによって生じる重力場の非対称性の影響、大気の抵抗、太陽輻射圧力、他の天体の引力が働き、これらの影響によって軌道が変化（摂動）する。

2 つの質点間の引力以外の外乱による加速度を \vec{p} と表せば、式(2.2-2)は次式となる。

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \cdot \vec{r} + \vec{p} \quad (2.4-1)$$

地球を周回する人工衛星を考える場合、通常、地球の引力による加速度（ $a_0 = \mu/r^2$ ）に比べ、外乱による加速度 \vec{p} は微小であるが、低高度軌道では、大気の抵抗による減速効果が軌道高度を減少させ、人工衛星の寿命に影響する。また、高高度軌道（例えば静止軌道）では、太陽輻射圧の影響で軌道が変動し、指向精度に影響を与えることがある。

低高度から、静止軌道高度までの外乱加速度の大きさを要因別に比較した結果は、第 1 章の図 1.2-1 に示すとおりである。空気抵抗の大きさは大気密度に大きく影響されるため、高度によって影響度は変化するが、高度 200km 以下で大きくなり、人工衛星の軌道低下への影響が顕著となる。一方、高度 10000km 付近から地球の扁平度の影響は減少し、太陽及び月の引力の影響と同レベルとなる。また、静止軌道高度（35,786km）では、太陽輻射圧力が軌道維持、指向精度への影響が無視できなくなる。

2. 4. 1 地球重力場の変動

地球の重力は、ポテンシャルエネルギー（ V ）の勾配であり、下記のとおり表すことができる。

$$\vec{p}_g = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \right) \quad (2.4.2)$$

ここで、添字 g は gravity を示す。また、 $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ は、それぞれ慣性空間座標軸（ X, Y, Z ）の単位ベクトルである。

地球が真球であると仮定した場合、重力場のポテンシャルエネルギーは、次のとおり記述できる。

$$V = -\frac{\mu}{r} \quad (2.4-3)$$

従って、式(2.4-2)は、下記のとおりに表示することができる。

$$\begin{aligned} \vec{p}_{eg} &= -\nabla \left(-\frac{\mu}{r} \right) = \left[\frac{\partial(1/r)}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial(1/r)}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial(1/r)}{\partial z} \hat{k} \right] \\ &= -\frac{\mu}{r^2} \left[\frac{\partial r}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial r}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial r}{\partial z} \hat{k} \right] \end{aligned} \quad (2.4-4)$$

ここで、添字 eg は earth's gravity を示す。

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ であることから、 r の偏微分は下記のとおりである。

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \quad (2.4-5a)$$

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} \quad (2.4-5b)$$

$$\frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z}{r} \quad (2.4-5c)$$

従って、式(2.4-4)は最終的に下記のとおりとなる。

$$\vec{p}_{eg} = -\frac{\mu}{r^2} \left[\frac{x}{r} \hat{i} + \frac{y}{r} \hat{j} + \frac{z}{r} \hat{k} \right] = -\frac{\mu}{r^3} \cdot \vec{r} \quad (2.4-6)$$

地球は自転による遠心力の影響で、極半径と赤道半径が異なっており、このため地球の重力ポテンシャルは一様でなく、場所によって生じる引力が変化することが分かっている。従って、式(2.4-3)に示す重力ポテンシャル場に、地球の扁平度による変動分を加算する必要がある。地球は自転軸を対称軸とする軸対称の扁平な楕円形状をしているため、重力ポテンシャル場は地球の重心からの距離（ r ）と経度（ ϕ ）の関数であり、式(2.4-3)は次のとおりとなる。

$$V(r, \phi) = -\frac{\mu}{r} + \Phi(r, \phi) \quad (2.4-7)$$

$\Phi(r, \phi)$ は、下記のとおり無限級数で表すことができる⁸⁾。

$$\Phi(r, \phi) = \frac{\mu}{r} \sum_{k=2}^{\infty} J_k \left(\frac{R_e}{r} \right)^k P_k(\cos \phi) \quad (2.4-8)$$

ここで、 J_k は地球の扁平度を表す調和係数、 P_k はルジャンドル陪関数、 R_e は地球の赤道半径である。 J_k は解析的に求めることはできないため、天体の運動、人工衛星の運動等の観測値から推定される値であり、地球に対する推定値を表 2.4-1 に示す。

表 2.4-1 J_k 関数の値¹¹⁾

J_2	0.00108263
J_3	$-2.33936 \times 10^{-3} J_2$
J_4	$-1.49601 \times 10^{-3} J_2$
J_5	$-0.220995 \times 10^{-3} J_2$
J_6	$0.49941 \times 10^{-3} J_2$
J_7	$0.32547 \times 10^{-3} J_2$

表 2.4-1 から分かるとおり、 J_3 以降の項は、 J_2 に比べて 10^{-3} のオーダーで小さく、 J_2 が支配的であることが分かる。更に、 J_8 以降の項も同様に微小であるため、以後は J_2 のみを考えることとする。

また、式(2.4-8)のルジャンドル陪関数 $P_k(x)$ は、Rodrigues の方程式で与えられ、式(2.4-9)のとおり表される。2 次から 7 次までのルジャンドル陪関数を表 2.4-2 に示す。

$$P_k(x) = \frac{1}{2^k k!} \frac{d^k}{dx^k} [(x^2 - 1)^k] \quad (2.4-9)$$

表 2.4-2 $P_k(x)$ 関数

$P_2(x)$	$(3x^2 - 1)/2$
$P_3(x)$	$(5x^3 - 3x)/2$
$P_4(x)$	$(35x^4 - 30x^2 + 3)/8$
$P_5(x)$	$(63x^5 - 70x^3 + 15x)/8$
$P_6(x)$	$(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5)/16$
$P_7(x)$	$(429x^7 - 693x^5 + 315x^3 - 35x)/16$

式(2.4-8)のルジャンドル陪関数を2次まで取れば、地球の扁平度を考慮した重力ポテンシャルは下記のとおりとなる。

$$\Phi(r, \phi) = \frac{J_2 \mu}{2r} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 (3\cos^2 \phi - 1) \quad (2.4-10)$$

式(2.4-10)の勾配を取り、地球の扁平度による重力加速度は下記のとおりとなる。

$$\vec{p}_{eo} = -\nabla(\Phi(r, \phi)) = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \hat{k} \quad (2.4-11)$$

ここで、添字 eo は earth's oblateness を示す。

ポテンシャル関数の (x, y, z) 偏微分を (r, ϕ) 偏微分に変換して、式(2.4-12)が得られる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.4-12a)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2.4-12b)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.4-12c)$$

ここで、 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 及び $\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$ の関係を用いて式(2.4-12)の

微分を実行し、整理すると、下記の結果が得られる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{3J_2 \mu}{2r^2} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(\frac{x}{r}\right) \left[5 \left(\frac{z}{r}\right)^2 - 1 \right] \quad (2.4-13a)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{3J_2 \mu}{2r^2} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(\frac{y}{r}\right) \left[5 \left(\frac{y}{r}\right)^2 - 1 \right] \quad (2.4-13b)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{3J_2 \mu}{2r^2} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(\frac{z}{r}\right) \left[5 \left(\frac{z}{r}\right)^2 - 3 \right] \quad (2.4-13c)$$

従って、地球の重力場の変動による加速度、式(2.4-11)は慣性座標系において式(2.4-14)のとおり記述することができる。

$$\vec{p}_{eo} = \begin{Bmatrix} p_{eo_x} \\ p_{eo_y} \\ p_{eo_z} \end{Bmatrix} = \frac{3J_2 \mu R^2}{2r^4} \cdot \begin{Bmatrix} \left(\frac{x}{r}\right) \left[5 \left(\frac{z}{r}\right)^2 - 1 \right] \\ \left(\frac{y}{r}\right) \left[5 \left(\frac{y}{r}\right)^2 - 1 \right] \\ \left(\frac{z}{r}\right) \left[5 \left(\frac{z}{r}\right)^2 - 3 \right] \end{Bmatrix} \quad (2.4-14)$$

2. 4. 2 空気抵抗

地球の大気の 99.9999% は高度 100km 以下に存在しており、高度 100km 以上が宇宙であるとの認識は一般的である。しかし、高度 100km 以上においても、軌道を飛行する物体に対しては、物体を減速させ、空力加熱を生じさせるのに十分な密度を有している。大気密度モデルは多く存在するが、その一つである USSA76 モデルを図 2.4-1 に示す。

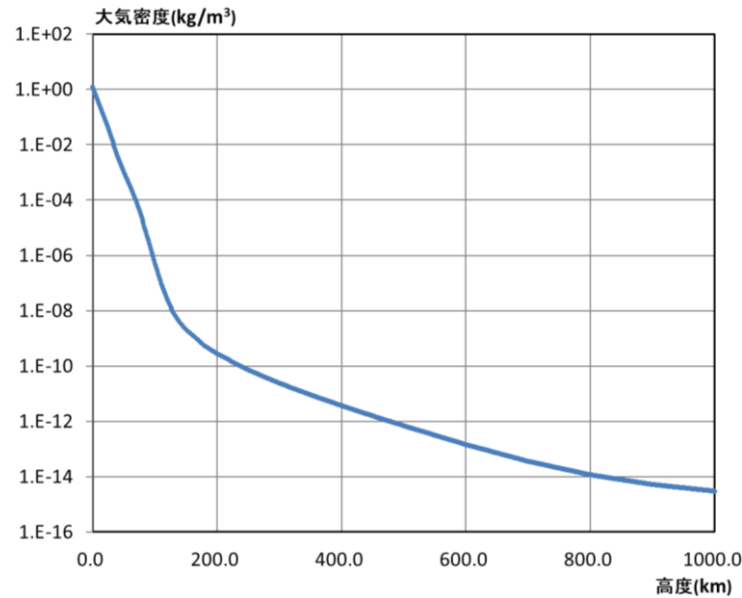


図 2.4-1 高度と大気密度の関係 (USSA76)

物体に対する空気による抵抗は、物体と空気の相対速度に対して発生する。従って、地球の自転に伴う大気の運動を考慮すると、軌道上の人工衛星と大気の相対速度は、下記のとおり表される。

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v} - \vec{v}_{atm} = \begin{Bmatrix} v_{rel_x} \\ v_{rel_y} \\ v_{rel_z} \end{Bmatrix} \quad (2.4-15)$$

\vec{v}_{rel} : 人工衛星と空気の相対速度

\vec{v} : 人工衛星の慣性座標系における速度

\vec{v}_{atm} : 大気の慣性座標系における速度

ここで、 $\vec{v}_{atm} = \vec{\omega}_E \times \vec{r}$

$\vec{\omega}_E$: 地球の自転角速度ベクトル

\vec{r} : 人工衛星の慣性座標系位置ベクトル

人工衛星に働く空気抵抗は大気との相対速度方向と逆方向であるため、空気抵抗力は下記のとおりととなる。

$$\begin{aligned}\vec{D} &= -D\hat{v}_{rel} = -\frac{\rho}{2} \cdot v_{rel}^2 \cdot C_D \cdot A \cdot \frac{\vec{v}_{rel}}{v_{rel}} \\ &= -\frac{\rho}{2} \cdot v_{rel} \cdot C_D \cdot A \cdot \vec{v}_{rel}\end{aligned}\quad (2.4-16)$$

ここで、

ρ : 人工衛星の軌道高度における空気密度
 C_D : 人工衛星の抵抗係数
 A : 人工衛星の抵抗係数の参照面積

である。

人工衛星に働く加速度は $\vec{p} = \vec{D}/m$ であるため、空気抵抗による外乱加速度は下記のとおりととなる。

$$\vec{p}_{ad} = -\frac{\rho}{2} \cdot v_{rel} \left(\frac{C_D \cdot A}{m} \right) \vec{v}_{rel} = -\frac{\rho}{2} \cdot v_{rel} \cdot B \cdot \vec{v}_{rel} \quad (2.4-17)$$

ここで、添字 ad は aerodynamic drag を示す。また、 $B = C_D \cdot A/m$ は、弾道係数と呼ばれる物体固有の特性係数であり、物体の質量、形状（抵抗係数と参照面積）によって値が決まる。ベクトル表記すれば、下記のとおりととなる。

$$\vec{p}_{ad} = \begin{Bmatrix} p_{ad_x} \\ p_{ad_y} \\ p_{ad_z} \end{Bmatrix} = -\frac{\rho}{2} v_{rel} \cdot B \cdot \begin{Bmatrix} v_{rel_x} \\ v_{rel_y} \\ v_{rel_z} \end{Bmatrix} \quad (2.4-18)$$

2. 4. 3 太陽輻射圧

量子力学的には、太陽の輻射は光子からなり、光子は質量を持たないが、エネルギーと運動量を有しており、これが太陽輻射圧を生じさせる。地球における太陽からの輻射圧は下記の式で与えられる。

$$P_{SR} = \frac{S}{c} = \frac{S_0}{c} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \quad (2.4-19)$$

下記に太陽固有の物理諸元を示す。

S : 地球における放射エネルギー密度

$$\text{ここで、} S = S_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2$$

S_0 : 太陽の表面における放射エネルギー密度 ($= 63.15 \times 10^6 \text{ W/m}^2$)

R_0 : 太陽の光球の半径 ($= 69.6 \times 10^4 \text{ km}$)

R : 太陽中心から地球までの距離 ($1\text{AU} = 1.496 \times 10^8 \text{ km}$)

c : 光速度 ($= 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$)

従って、地球における太陽輻射圧は、 $P_{SR} = 4.56 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$ となる。

通常、地球を周回する人工衛星の軌道半径は、太陽中心から地球までの距離に比べて非常に小さいので、地球を周回する人工衛星が受ける太陽輻射圧は一定値として使用しても問題ない。地球を周回する人工衛星が受ける太陽輻射熱による外乱は下記のとおり表すことができる。

$$\vec{F}_{sr} = -\nu \cdot P_{SR} \cdot C_R \cdot A_S \cdot \hat{u} \quad (2.3-17)$$

ここで、

ν : 日食係数 (人工衛星が地球の影にある場合は 0、影の外にある場合は 1)

C_R : 輻射係数 (黒体 : 1、完全反射 : 2、人工衛星の場合 : 1 と 2 の間の値)

A_S : 人工衛星が輻射圧を受ける実行面積

\hat{u} : 人工衛星から太陽中心に向かう単位ベクトル

である。

また、通常、地球を周回する人工衛星の軌道半径は、静止軌道であっても、太陽中心から地球までの距離に比べて小さいので、地球から太陽中心に向かう単位ベクトルとの差は 0.02° 以下である(*)。従って、 \hat{u} は、地球から太陽中心に向かう単位ベクトルを用いて問題はない。

$$(*) \tan^{-1} \left(\frac{2R_{GSO}}{1\text{AU}} \right) = 0.01615^\circ \quad (R_{GSO} : \text{静止軌道半径、} 1\text{AU} : \text{地球と太陽間の距離})$$

日食係数は、人工衛星が太陽に対して地球の影（食）に入っているかどうかで決まるが、太陽と地球及び人工衛星の位置関係で求まる。図 2.4-2 に太陽と地球及び人工衛星の位置関係を示す。

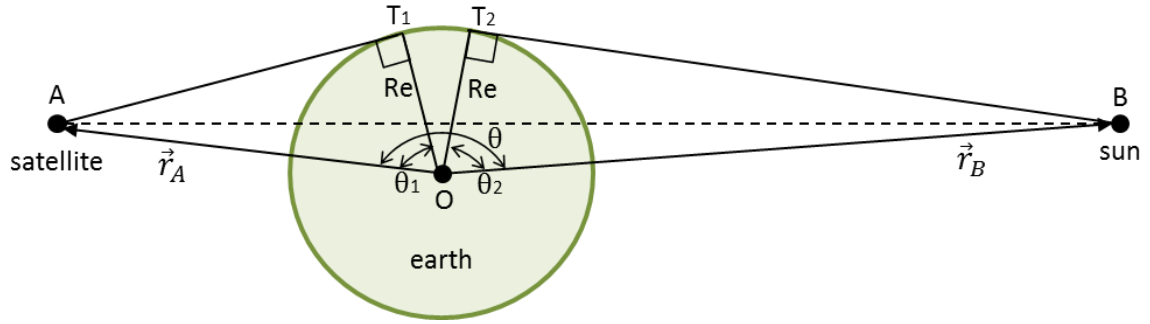


図 2.4-2 太陽と地球及び人工衛星の位置関係

図 2.4-3 は人工衛星が地球の影に入っている場合を示しており、点 AB を結ぶ線分が地球を貫いていることが分かる。この場合、角度 (θ) は、角度 (θ_1) と角度 (θ_2) の和よりも大きい。角度 (θ_1) と角度 (θ_2) は下記の式で与えられる。

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left(\frac{R_e}{|\vec{r}_A|} \right) \quad (2.4-18)$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{R_e}{|\vec{r}_B|} \right) \quad (2.4-19)$$

ここで、 $|\vec{r}_A|$ は地球の中心から人工衛星までの距離、 $|\vec{r}_B|$ は地球の中心から太陽の中心までの距離、 R_e は地球の半径である。以上より、下記の関係が得られる。

$$\begin{cases} v = 0 & \theta > \theta_1 + \theta_2 \\ v = 1 & \theta < \theta_1 + \theta_2 \end{cases} \quad (2.4-20)$$

ここで、 $v = 0$ であれば、以下の計算は不要である。

人工衛星に働く太陽輻射圧による外乱加速度ベクトルは、下記のとおりである。

$$\vec{p}_{sr} = -p_{sr} \cdot \hat{u} \quad (2.4-22)$$

ここで、添字 sr は solar radiation を示す。

p_{SR} は太陽輻射圧による力の絶対値 $F_{sr}(=|\vec{F}_{sr}|)$ を人工衛星の質量で除したものであり、次のように表される。

$$p_{SR} = v \cdot \frac{S}{c} \cdot \frac{C_R \cdot A_S}{m} \quad (2.4-23)$$

地球から太陽中心方向へのベクトルは図 2.4-3 に示すとおりであり、地球から太陽中心に向かう単位ベクトル \hat{u} は、式(2.4-24)で与えられる。図中、地心黄道面座標は (X', Y', Z') で表し、地心赤道面座標は (X, Y, Z) で表す。

$$\hat{u} = \cos \lambda \cdot \vec{I'} + \sin \lambda \cdot \vec{J'} \quad (2.4-24)$$

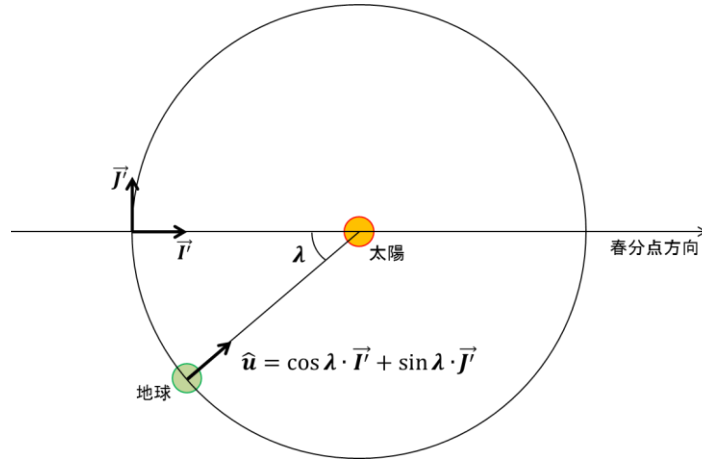


図 2.4-3 地心黄道面座標と地心赤道面座標の関係(a)

ここで、 λ は、太陽を原点とする座標系における、春分点方向からの地球位置の角度であり、ユリウス暦により次のとおり与えられる。

$$\lambda = L + 1.915^\circ \cdot \sin M + 0.0200^\circ \cdot \sin 2M \quad (0^\circ \leq \lambda \leq 360^\circ) \quad (2.4-25)$$

ここに、

$$L = 280.459^\circ + 0.98564736^\circ \cdot n \quad (0^\circ \leq L \leq 360^\circ) \quad (2.4-26)$$

$$M = 357.529^\circ + 0.98560023^\circ \cdot n \quad (0^\circ \leq M \leq 360^\circ) \quad (2.4-27)$$

$$n = JD - 2,451,545.0 \quad (2.4-28)$$

$$JD = J_0 + \frac{UT}{24} \quad (2.4-29)$$

$$J_0 = 367 \cdot yy - INT \left\{ \frac{7[y + INT(\frac{mm+9}{12})]}{4} \right\} + INT \left(\frac{275mm}{9} \right) + dd + 1,721,013.5 \quad (2.4-30)$$

である。但し、関数 $INT()$ は、小数点以下を切り捨てた整数である（数値が負の場合は 0 に近づくように処理する）。ここで、 yy, mm, dd は、それぞれ、西暦の年、月、日であり、数値の範囲は以下のとおりである。

$$1901 \leq yy \leq 2099$$

$$1 \leq mm \leq 12$$

$$1 \leq dd \leq 31$$

J_0 は零時における値であり、 UT は任意の時刻 ($hour:min:sec$) を示す。

$$UT = hour + \frac{min}{60} + \frac{sec}{3600} \quad (2.4-31)$$

更に、地球の自転軸の傾斜を考慮すると、地心基準黄道面座標は (X', Y', Z') と地心基準赤道面座標 (X, Y, Z) の関係は、図 2.4-4 に示すとおりであり、直交座標軸の単位ベクトルの関係は、式(2.4-32)で与えられる。

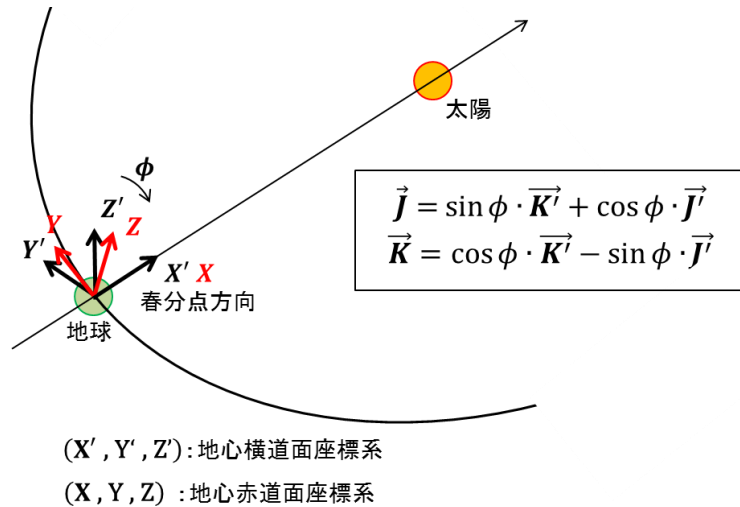


図 2.4-4 地心黄道面座標と地心赤道面座標の関係(b)

$$\vec{I} = \vec{I'} \quad (2.4-32a)$$

$$\vec{J} = \sin \phi \cdot \vec{K'} + \cos \phi \cdot \vec{J'} \quad (2.4-32b)$$

$$\vec{K} = \cos \phi \cdot \vec{K'} - \sin \phi \cdot \vec{J'} \quad (2.4-32c)$$

地球の自転軸の傾斜の方向は、 ϕ の方向と逆方向であるため、 $\phi = -\varepsilon (= -23.44^\circ)$ とおけば、太陽方向の単位ベクトルに関して、地心黄道面座標 (X', Y', Z') と地心赤道面座標 (X, Y, Z) の関係は次のとおり与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{u}_{XYZ} &= [R_1(-\varepsilon)] \cdot \hat{u}_{X'Y'Z'} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ 0 & \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \lambda \\ \sin \lambda \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \lambda \\ \cos \varepsilon \cdot \sin \lambda \\ \sin \varepsilon \cdot \sin \lambda \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4-33)$$

式(2.4-23) 及び 式(2.4-33)より、地心基準赤道面座標における太陽輻射加速度は、次のとおりとなる。

$$\vec{p}_{sr} = -p_{SR} \cdot \hat{u}_{XYZ} = \begin{bmatrix} p_{sr_x} \\ p_{sr_y} \\ p_{sr_z} \end{bmatrix} = -p_{SR} \cdot \begin{bmatrix} \cos \lambda \\ \cos \varepsilon \cdot \sin \lambda \\ \sin \varepsilon \cdot \sin \lambda \end{bmatrix} \quad (2.4-34)$$

2. 4. 4 月の引力

月の引力の影響は、地球、月、人工衛星の3つの質点からなる3体問題を考えることで、得られる。図 2.4-5 に示す3体問題の場合の運動は、次のとおり記述できる。

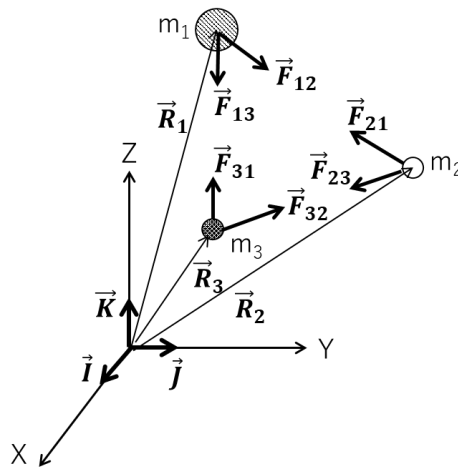


図 2.4-5 3体問題（3つの質点が存在する系の運動）

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = G \cdot m_1 \cdot m_2 (\vec{R}_2 - \vec{R}_1) / |\vec{R}_2 - \vec{R}_1|^3 \quad (2.4-35a)$$

$$\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32} = G \cdot m_2 \cdot m_3 (\vec{R}_3 - \vec{R}_2) / |\vec{R}_3 - \vec{R}_2|^3 \quad (2.4-35b)$$

$$\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{31} = G \cdot m_1 \cdot m_3 (\vec{R}_3 - \vec{R}_1) / |\vec{R}_3 - \vec{R}_1|^3 \quad (2.4-35c)$$

ここで、各質点に働く加速度は、それぞれ下記のとおり定義される。

$$\vec{a}_1 = \ddot{\vec{R}}_1 = \frac{1}{m_1} (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}) \quad (2.4-36a)$$

$$\vec{a}_2 = \ddot{\vec{R}}_2 = \frac{1}{m_2} (\vec{F}_{21} + \vec{F}_{23}) \quad (2.4-36b)$$

$$\vec{a}_3 = \ddot{\vec{R}}_3 = \frac{1}{m_3} (\vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}) \quad (2.4-36c)$$

ここで、質点1を地球、質点2を人工衛星、質点3を月とすれば、検討の対象は地球に対する人工衛星の運動であるので、地球に対する人工衛星の相対加速度を定義する。

$$\begin{aligned} \vec{a}_{2/1} &= \vec{a}_2 - \vec{a}_1 = \frac{1}{m_2} (\vec{F}_{21} + \vec{F}_{23}) - \frac{1}{m_1} (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}) \\ &= -\frac{G \cdot (m_1 + m_2) \cdot \vec{R}_{2/1}}{R_{2/1}^3} + G \cdot m_3 \left(\frac{\vec{R}_{3/2}}{R_{3/2}^3} - \frac{\vec{R}_{3/1}}{R_{3/1}^3} \right) \end{aligned} \quad (2.4-37)$$

ここで、図 2.4-6 に地球の中心を原点とする座標系を定義する。

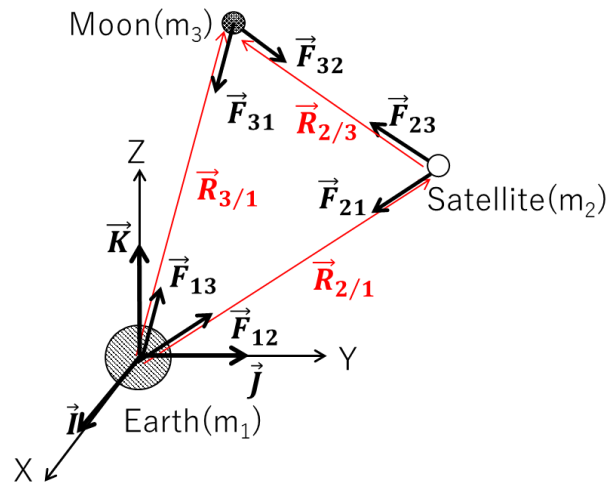


図 2.4-6 地球を原点とする座標系表示

地球、月、人工衛星の関係を明確にするために、変数を下記のとおり再定義する。

人工衛星に生じる加速度ベクトル： $\vec{a}_{2/1} = \vec{a}$

人工衛星の位置ベクトル： $\vec{R}_{2/1} = \vec{r}$

地球から人工衛星までの距離： $R_{2/1} = |\vec{R}_{2/1}| = r$

月の位置ベクトル： $\vec{R}_{3/1} = \vec{r}_m$

地球から月までの距離： $R_{3/1} = |\vec{R}_{3/1}| = r_m$

人工衛星から月への位置ベクトル： $\vec{R}_{2/3} = \vec{r}_{s/m}$

人工衛星から月までの距離： $R_{s/m} = |\vec{R}_{s/m}| = r_{s/m}$

地球の重力定数： $G \cdot (m_1 + m_2) \cong G \cdot m_1 = \mu = 398600(km^3/s^2)$ ($m_1 \gg m_2$)

月の重力定数： $G \cdot m_3 = \mu_m = 4903(km^3/s^2)$

以上を使って、式(2.4-38)を書きなおすと、下記のとおりとなり、第二項が月の引力による外乱加速度である。

$$\vec{a} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \mu_m \left(\frac{\vec{r}_{s/m}}{r_{s/m}^3} - \frac{\vec{r}_m}{r_m^3} \right) = \vec{a}_0 + \vec{p}_{lg} \quad (2.4-38)$$

$\vec{r}_{s/m}$ 及び \vec{r}_m をベクトル成分で表示すれば、式(2.4-40)及び式(2.4-41)のとおりである。

$$\vec{r}_{s/m} = r_{s/m_x} \cdot \hat{i} + r_{s/m_y} \cdot \hat{j} + r_{s/m_z} \cdot \hat{k} \quad (2.4-39)$$

$$\vec{r}_m = r_{m_x} \cdot \hat{i} + r_{m_y} \cdot \hat{j} + r_{m_z} \cdot \hat{k} \quad (2.4-40)$$

従って、式(2.4-39)は、式(2.4-42)のとおり表わされる。

$$\vec{p}_{lg} = \begin{Bmatrix} p_{lg_x} \\ p_{lg_y} \\ p_{lg_z} \end{Bmatrix} = \mu_m \begin{Bmatrix} \frac{r_{s/m_x}}{r_{s/m}^3} - \frac{r_{m_x}}{r_m^3} \\ \frac{r_{s/m_y}}{r_{s/m}^3} - \frac{r_{m_y}}{r_m^3} \\ \frac{r_{s/m_z}}{r_{s/m}^3} - \frac{r_{m_z}}{r_m^3} \end{Bmatrix} \quad (2.4-41)$$

ここで、添字 lg は lunar gravity を示す。

式(2.4-39)における $\vec{r}_{s/m}$ 及び \vec{r}_m を知るためには、地球から月へ向かうベクトルの方向と距離が必要であり、下記の手順で求めることができる。

地球から月へ向かう単位ベクトルは、先ず、地心赤道座標系での月の単位方向ベクトルを求めた後、2.4.3 節の式(2.4-33)を使って地心黄道座標系の単位ベクトルを求める。地心赤道座標系における月の単位方向ベクトルは図 2.4-7 に示すとおりである。

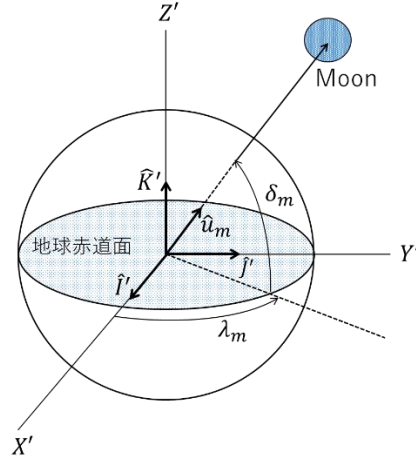


図 2.4-7 地球から見た月の方向

月の単位方向ベクトルは、地心赤道座標系における月の緯度経度 (δ_m, λ_m) より下記のとおり求まる。

$$\hat{u}_{m(X'Y'Z')} = \cos \delta_m \cdot \cos \lambda_m \cdot \hat{i}' + \cos \delta_m \cdot \sin \lambda_m \cdot \hat{j}' + \sin \delta_m \cdot \hat{k}' \quad (2.4-42)$$

地心黄道座標系の単位ベクトルは、地球自転軸の傾きを考慮して、下記のとおり与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{u}_{m(XYZ)} &= [R_1(-\varepsilon)] \cdot \hat{u}_{m(X'Y'Z')} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ 0 & \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos \delta_m \cdot \cos \lambda_m \\ \cos \delta_m \cdot \sin \lambda_m \\ \sin \delta_m \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \cos \delta_m \cdot \cos \lambda_m \\ \cos \varepsilon \cdot \cos \delta_m \cdot \sin \lambda_m - \sin \varepsilon \cdot \sin \delta_m \\ \sin \varepsilon \cdot \cos \delta_m \cdot \sin \lambda_m + \cos \varepsilon \cdot \sin \delta_m \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4-43)$$

地球から月までの位置ベクトル (\vec{r}_m) 及び地球から月までの距離 (r_m) は、次のとおり表わされる。

$$\vec{r}_m = r_m \cdot \hat{u}_{m(XYZ)} \quad (2.4-44)$$

$$r_m = \frac{R_e}{\sin(HP)} \quad (2.4-45)$$

ここで、パラメータ HP (Horizontal Parallax) 及び月の緯度経度 (δ_m, λ_m) は、下記の式で与えられる。

$$HP = g_0 + \sum_{i=1}^4 a_i \cdot \cos(h_i + k_i \cdot T_0) \quad (0^\circ \sim 180^\circ) \quad (2.4-46)$$

$$\delta_m = \sum_{i=1}^4 d_i \cdot \sin(e_i + f_i \cdot T_0) \quad (-90^\circ \sim 90^\circ) \quad (2.4-47)$$

$$\lambda_m = b_0 + c_0 \cdot T_0 + \sum_{i=1}^6 a_i \cdot \sin(b_i + c_i \cdot T_0) \quad (0^\circ \sim 360^\circ) \quad (2.4-48)$$

式(2.3-47)から式(2.3-49)の係数は表 2.4-3 に示されるとおりである。

$T_0 = (JD - 2451545.0)/36525$ であり、 JD は 2.4.3 節の式(2.4-29)で与えられる。

更に、自転軸の傾き (ε) は下記の式で計算できる。

$$\varepsilon = 23.439^\circ - 0.0130042 \cdot T_0 \quad (2.4-49)$$

なお、式(2.4-47)、(2.4-48)、(2.4-49)の各係数は、表 2.4-3 に示すとおりである。

表 2.4-3(a) 月の緯度 (λ_m) 計算に使用する係数

i	a_i	b_i	c_i
0	-	218.32	481267.881
1	6.29	135.00	477198.870
2	-1.27	259.30	-413335.360
3	0.66	235.70	890534.220
4	0.21	269.90	954397.740
5	-0.19	357.50	35999.050
6	-0.11	106.20	966404.030

表 2.4-3(b) 月の緯度 (δ_m) 計算に使用する係数

i	d_i	e_i	f_i
0	-	-	-
1	5.13	93.3	483202.03
2	0.28	220.2	960400.89
3	-0.28	318.3	6003.15
4	-0.17	217.6	-407332.21

表 2.4-3(c) パラメータ HP (Horizontal Parallax) を計算する係数

i	g_i	h_i	k_i
0	0.9508	-	-
1	0.0518	135.0	477198.87
2	0.0095	259.3	-413335.38
3	0.0078	253.7	890534.22
4	0.0028	269.9	954397.70

2. 4. 5 太陽の引力

太陽の引力の影響は、月の引力の影響と同様、地球、太陽、人工衛星の3体問題であり、下記のとおり求まる。

$$\vec{a} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \mu_{sol} \left(\frac{\vec{r}_{s/sol}}{r_{s/sol}^3} - \frac{\vec{r}_{sol}}{r_{sol}^3} \right) = \vec{a}_0 + \vec{p}_{sg} \quad (2.4-50)$$

ここに、

$$\vec{p}_{sg} = \mu_{sol} \left(\frac{\vec{r}_{s/sol}}{r_{s/sol}^3} - \frac{\vec{r}_{sol}}{r_{sol}^3} \right) \quad (2.4-51)$$

$$\vec{r}_{s/sol} = r_{s/sol_x} \cdot \hat{i} + r_{s/sol_y} \cdot \hat{j} + r_{s/sol_z} \cdot \hat{k} \quad (2.4-52)$$

$$\vec{r}_{sol} = r_{sol_x} \cdot \hat{i} + r_{sol_y} \cdot \hat{j} + r_{sol_z} \cdot \hat{k} \quad (2.4-53)$$

であるので、

$$\vec{p}_{sg} = \mu_{sol} \cdot \left\{ \left(\frac{r_{s/sol_x}}{r_{s/sol}^3} - \frac{r_{sol_x}}{r_{sol}^3} \right) \cdot \hat{i} + \left(\frac{r_{s/sol_y}}{r_{s/sol}^3} - \frac{r_{sol_y}}{r_{sol}^3} \right) \cdot \hat{j} + \left(\frac{r_{s/sol_z}}{r_{s/sol}^3} - \frac{r_{sol_z}}{r_{sol}^3} \right) \cdot \hat{k} \right\} \quad (2.4-54)$$

$$\vec{p}_{sg} = \begin{Bmatrix} p_{sg_x} \\ p_{sg_y} \\ p_{sg_z} \end{Bmatrix} = \mu_{sol} \begin{Bmatrix} \frac{r_{s/sol_x}}{r_{s/sol}^3} - \frac{r_{sol_x}}{r_{sol}^3} \\ \frac{r_{s/sol_y}}{r_{s/sol}^3} - \frac{r_{sol_y}}{r_{sol}^3} \\ \frac{r_{s/sol_z}}{r_{s/sol}^3} - \frac{r_{sol_z}}{r_{sol}^3} \end{Bmatrix} \quad (2.4-55)$$

ここに、

\vec{r}_{sol} : 太陽の位置ベクトル

$r_{sol} (= |\vec{r}_{sol}|)$: 地球から太陽までの距離

$\vec{r}_{s/sol}$: 人工衛星から太陽への位置ベクトル
 $r_{s/sol}(=|\vec{r}_{s/sol}|)$: 人工衛星から太陽までの距離
 μ_{sol} : 太陽の重力定数(= $132.712 \times 10^9 \text{ km}^3/\text{s}^2$)

$\vec{r}_{s/sol} = \vec{r}_{sol} - \vec{r}$ の関係を用いて、式(2.4-53) は次のとおりとなる。

$$\begin{aligned}
 \vec{p}_{sg} &= \mu_{sol} \left(\frac{\vec{r}_{sol} - \vec{r}}{r_{s/sol}^3} - \frac{\vec{r}_{sol}}{r_{sol}^3} \right) = \mu_{sol} \left[\left(\frac{1}{r_{s/sol}^3} - \frac{1}{r_{sol}^3} \right) \vec{r}_{sol} - \frac{\vec{r}}{r_{s/sol}^3} \right] \\
 &= \frac{\mu_{sol}}{r_{s/sol}^3} \left[\left(1 - \frac{r_{s/sol}^3}{r_{sol}^3} \right) \vec{r}_{sol} - \vec{r} \right] \quad (2.4-56)
 \end{aligned}$$

ここで、地球から太陽までの距離と人工衛星から太陽までの距離の差は微小であるため、 $r_{s/sol}^3/r_{sol}^3 \cong 1$ であり、式(2.4-56)の()内の計算が、極めて近い数の減算となり、切り捨て誤差の影響で計算の精度が劣化する要因となる。従って、付録2に示す方法を用いることで、下記のとおり、計算精度を確保することができる。

$$\vec{p}_{sg} = \frac{\mu_{sol}}{r_{s/sol}^3} [F(q) \cdot \vec{r}_{sol} - \vec{r}] = \begin{Bmatrix} p_{sg_x} \\ p_{sg_y} \\ p_{sg_z} \end{Bmatrix} \quad (2.4-57)$$

ここで、

$$q = \frac{\vec{r} \cdot (2\vec{r}_{sol} - \vec{r})}{r_{sol}^3} \quad (2.4-58)$$

$$F(q) = \frac{q(q^3 - 3q + 3)}{1 + \sqrt{(1-q)^3}} \quad (2.4-59)$$

2. 4. 6 軌道上の外乱加速度を考慮した運動方程式（状態変数）

これまで検討した軌道の摂動要因を考慮して、運動方程式(2.4-1)を状態変数表示する。

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \cdot \vec{r} + \vec{p}_{oa} \quad (2.4-60)$$

$$\begin{aligned}
\vec{p}_{oa} &= \begin{Bmatrix} p_{oa_x} \\ p_{oa_y} \\ p_{oa_z} \end{Bmatrix} = \vec{p}_{eo} + \vec{p}_{ad} + \vec{p}_{sr} + \vec{p}_{lg} + \vec{p}_{sg} \\
&= \begin{Bmatrix} p_{eo_x} \\ p_{eo_y} \\ p_{eo_z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} p_{ad_x} \\ p_{ad_y} \\ p_{ad_z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} p_{sr_x} \\ p_{sr_y} \\ p_{sr_z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} p_{lg_x} \\ p_{lg_y} \\ p_{lg_z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} p_{sg_x} \\ p_{sg_y} \\ p_{sg_z} \end{Bmatrix} \quad (2.4-61)
\end{aligned}$$

ここで、添字 oa は overall を示す。

上記を考慮した状態方程式は下記のとおりとなる。

$$\dot{\vec{y}} = [A] \cdot \vec{y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_z & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{y} \quad (2.4-62)$$

$$\vec{y} = \{\vec{r}, \vec{v}\}^T \quad (2.4-63)$$

ここで、 $\{a_x, a_y, a_z\}$ は、次のとおりである。

$$a_x = -\frac{\mu}{r^3} + p_{oa_x} \quad (2.4-64a)$$

$$a_y = -\frac{\mu}{r^3} + p_{oa_y} \quad (2.4-64b)$$

$$a_z = -\frac{\mu}{r^3} + p_{oa_z} \quad (2.4-64c)$$

状態変数 $\{\vec{r}, \vec{v}\}$ の運動方程式積分により、任意の時刻の状態変数を計算し、その結果から軌道 6 要素及び人工衛星の位置及び速度を求める手順を図 2.4-8 に示す。

なお、図中の積分は 5 次の Adams-Bashforth を用いた。

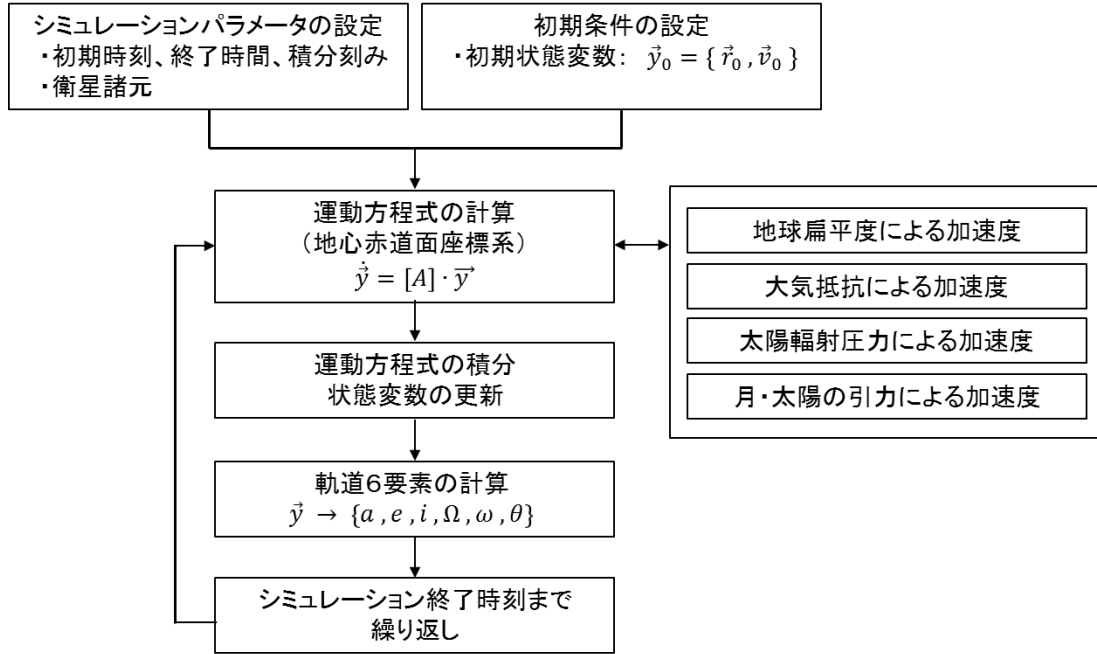


図 2.4-8 状態変数の積分による軌道解析の手順 ¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾¹⁵⁾

2. 4. 7 軌道の外乱加速度を考慮した運動方程式（軌道 6 要素）

外乱加速度の影響を考慮した軌道解析の方法には、下記に示す軌道 6 要素の微分方程式を、時間方向に積分する方法がある。

(1) 角運動量 (h)

$$\frac{dh}{dt} = r \cdot \hat{s} \cdot \vec{p}_{oa} = r \cdot p_{oa_s} \quad (2.4-65)$$

(2) 離心率 (e)

$$\frac{de}{dt} = \frac{h}{\mu} \cdot \sin \theta \cdot p_{oa_r} + \frac{1}{\mu \cdot h} [(h^2 + \mu \cdot r) \cos \theta + \mu \cdot e \cdot r] \cdot p_{oa_s} \quad (2.4-66)$$

(3) 真近点離角 (θ)

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{r^2} + \frac{1}{e \cdot h} \left[\frac{h^2}{\mu} \cos \theta \cdot p_{oa_r} - \left(\frac{h^2}{\mu} + r \right) \sin \theta \cdot p_{oa_s} \right] \quad (2.4-67)$$

(4) 昇交点赤経 (Ω)

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{r \cdot \sin u}{h \cdot \sin i} \cdot p_{oa_w} \quad (2.4-68)$$

(5) 軌道傾斜角 (i)

$$\frac{di}{dt} = \frac{r}{h} \cdot \cos u \cdot p_{oa_w} \quad (2.4-69)$$

(6) 近心点引数 (ω)

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{e \cdot h} \left[\frac{h^2}{\mu} \cdot \cos \theta \cdot p_{oa_r} - \left(r + \frac{h^2}{\mu} \right) \sin \theta \cdot p_{oa_s} \right] - \frac{r \cdot \sin u}{h \cdot \tan i} \cdot p_{oa_w} \quad (2.4-70)$$

ここで、 $\{ p_{oa_r}, p_{oa_s}, p_{oa_w} \}$ は、軌道面局所座標系における加速度であり、地心赤道面座標系との関係は図 2.4-9 に示すとおりである。

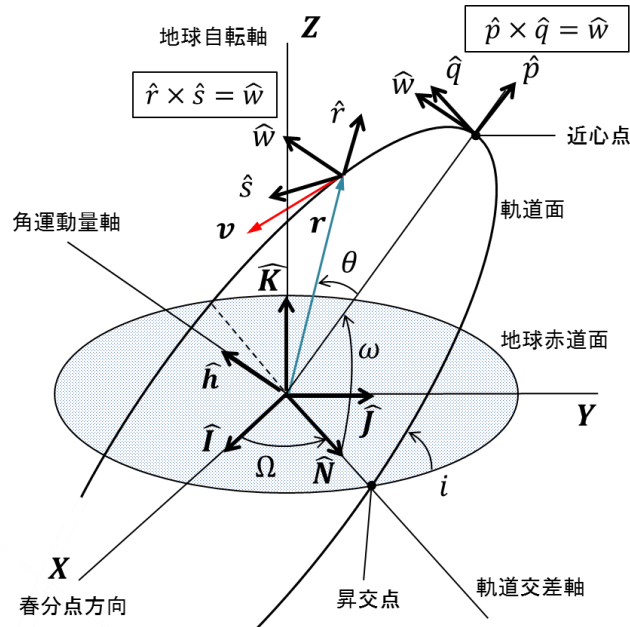


図 2.4-9 局所座標系の定義

2.4.7 節で求めた摂動加速度（地心赤道座標系）を軌道面局所座標系に変換する必要がある、変換は次式で与えられる。

$$\{\vec{p}\}_{rs_w} = [R_3(\theta)] \cdot [Q_{l2o}] \cdot \{\vec{p}\}_{XYZ} \quad (2.4-71)$$

$$[R_3(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3-72)$$

軌道 6 要素 ($h_0, e_0, i_0, \Omega_0, \omega_0, \theta_0$) の微分方程式積分により、任意の時刻の軌道 6 要素を計算し、その結果から状態変数 $\{\vec{r}, \vec{v}\}$ を求める手順を図 2.4-10 に示す。

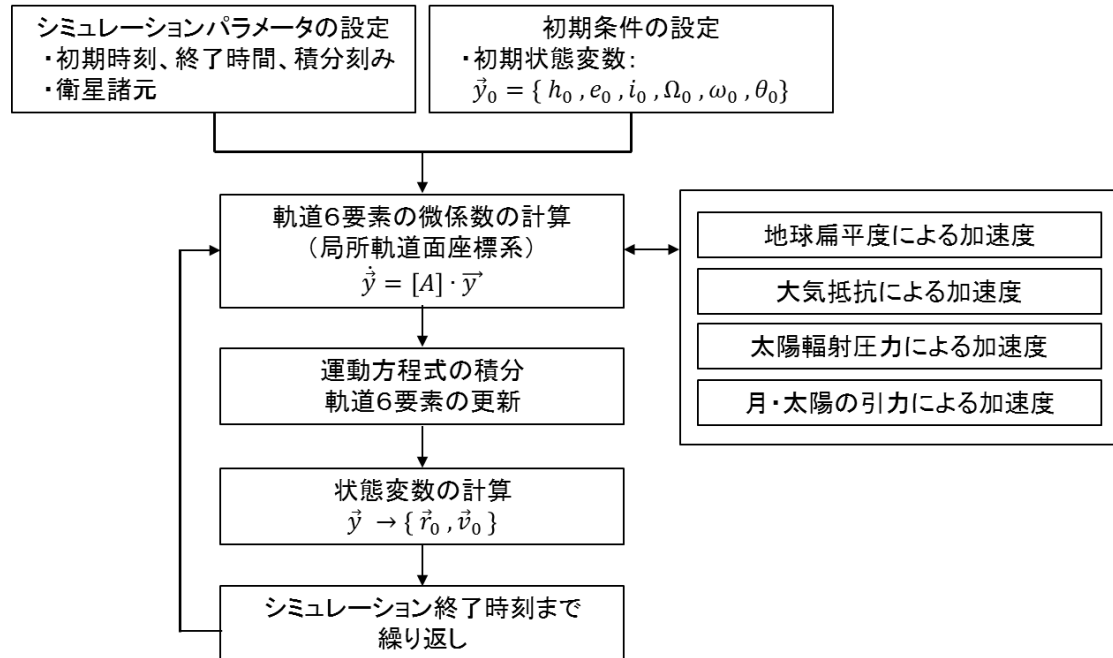


図 2.4-10 軌道 6 要素の積分による軌道解析の手順 ¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾¹⁵⁾

第3章 QSAT-EOS による軌道解析結果の検証

3. 1 目的

第2章で構築した軌道解析の手法を軌道データとの比較により検証し、シミュレーションツールの妥当性を確認する。手順は下記による。

(1) 積分時間刻み幅の検討：

軌道計算における積分時間刻み幅の影響を確認するため、運動方程式の積分による方法を用いて軌道計算を実施する。積分時間の刻み幅を順次細かくして計算を行い、結果の変動が十分に小さくなるまで収束することを確認することで、適切な積分時間刻み幅の値を見極める。

(2) QSAT-EOS 軌道データとの比較：

打ち上げ後に観測された QSAT-EOS の軌道データと同一の軌道条件で解析を実施し、1周回後の観測データと比較することで、シミュレーションの精度を判定する。

運動方程式の積分による方法及び軌道6要素の外乱加速度の影響を積分する方法について確認する。

3. 2 積分時間刻み幅の検討

3. 2. 1 シミュレーション条件

解析の条件は、QSAT-EOS の軌道 (Pass1467-1468) とし、諸元は下記のとおりである。

(a) 軌道条件：Pass1467

1. 軌道6要素初期値 (Pass1467 の始点)		
半長軸 (a)	6892.00	km
離心率 (e)	0.003274	—
傾斜角 (i)	97.44	deg
昇交点赤経 (Ω)	336.79	deg
近心点引数 (ω)	155.14	deg
真近点離角 (θ)	356.60	deg
2. 初期時刻：2015 年 9 月 14 日 02:10:45		

(b) 数値積分条件：

積分開始時刻 (t_0)	0.0	sec
積分終了時刻 (t_f)	7200.0	sec
積分時間幅 (Δt)		
case3.1-1	10.0	sec
case3.1-2	5.0	sec
case3.1-3	1.0	sec
case3.1-4	0.5	sec
case3.1-5	0.1	sec
基準	0.01	sec

(c) 外乱条件：

大気抵抗	あり
太陽輻射圧	あり
地球重力ポテンシャル	あり

3. 2. 2 シミュレーション結果

前節に示す条件で実施したシミュレーション結果を図 3.2-1 から図 3.2-6 に示す。図(a)に示す誤差は、積分時間刻み幅が 0.01 秒の場合の基準値からの差異であり、図(b)では、半長軸に対する位置座標の誤差の比率、速度の大きさに対する速度誤差の比率を示している。図から分かるとおり、積分時間刻み幅が 10 秒の場合、位置誤差は数十 km、速度誤差は 0.1km/s 程度となった。積分時間刻み幅が 1.0 秒とすると、位置及び速度の誤差は小さくなり、位置及び速度のノルムに対して 0.1%以下にまで、収束している。結果のまとめを表 3.2-1 及び図 3.2-7 に示す。

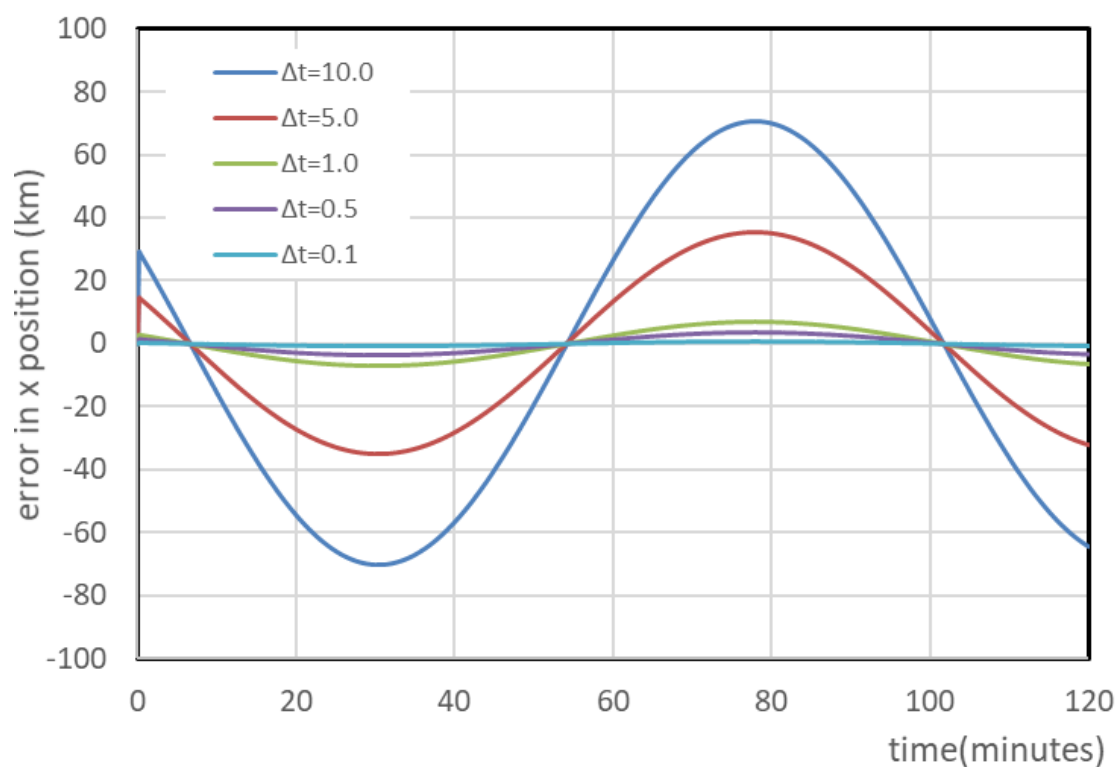


図 3.2-1(a) 積分時間刻み幅の影響 (x 位置座標誤差 (km)) Pass1467-1468

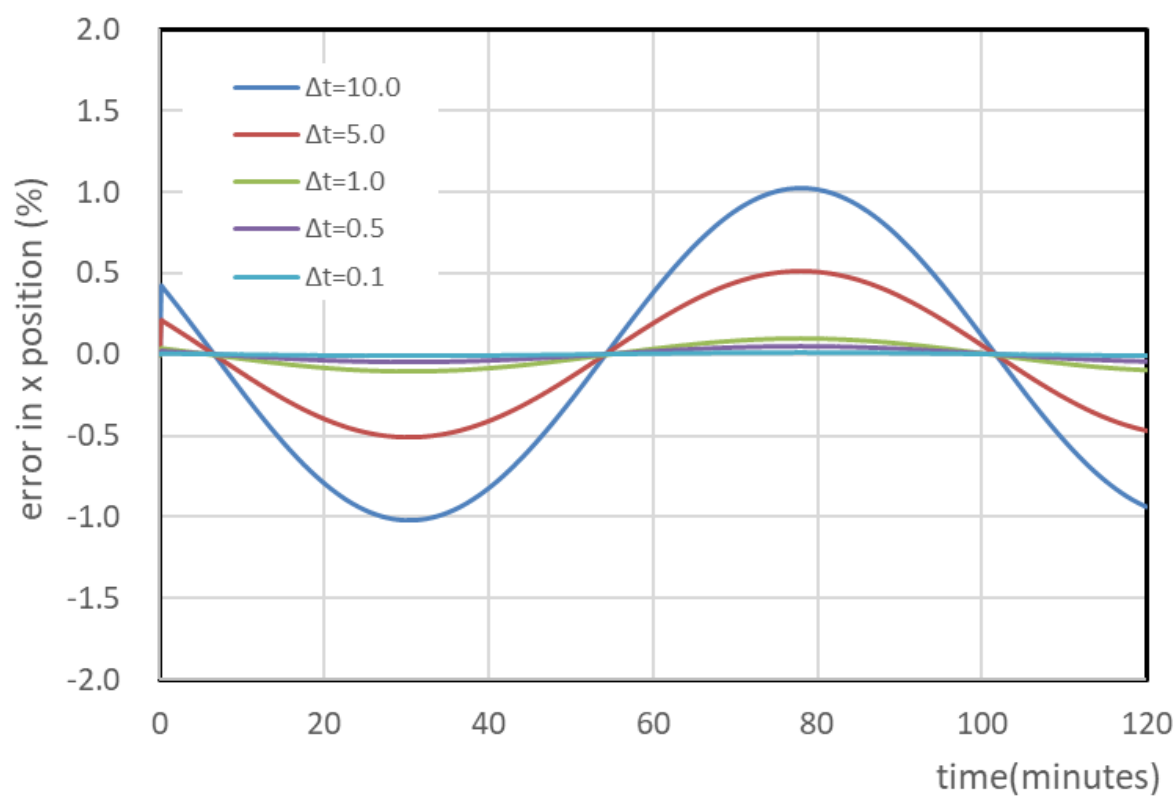


図 3.2-1(b) 積分時間刻み幅の影響 (x 位置座標誤差 (%)) Pass1467-1468

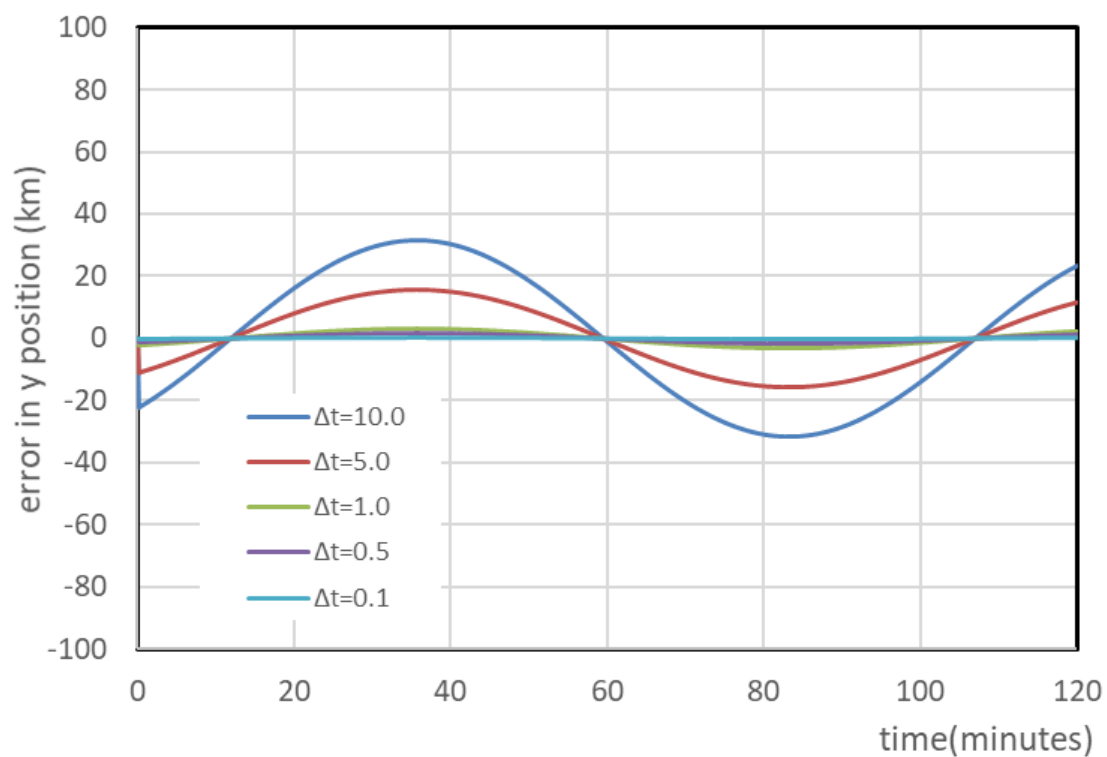


図 3.2-2(a) 積分時間刻み幅の影響 (y 位置座標誤差 (km)) Pass1467-1468

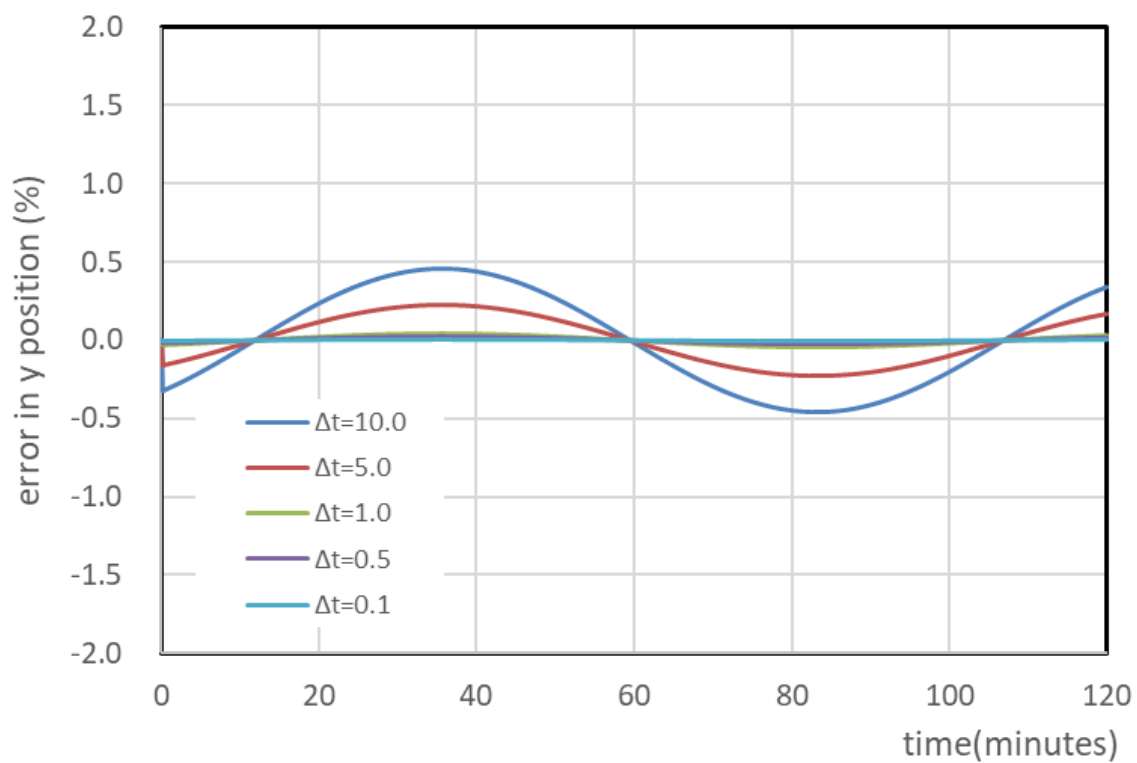


図 3.2-2(b) 積分時間刻み幅の影響 (y 位置座標誤差 (%)) Pass1467-1468

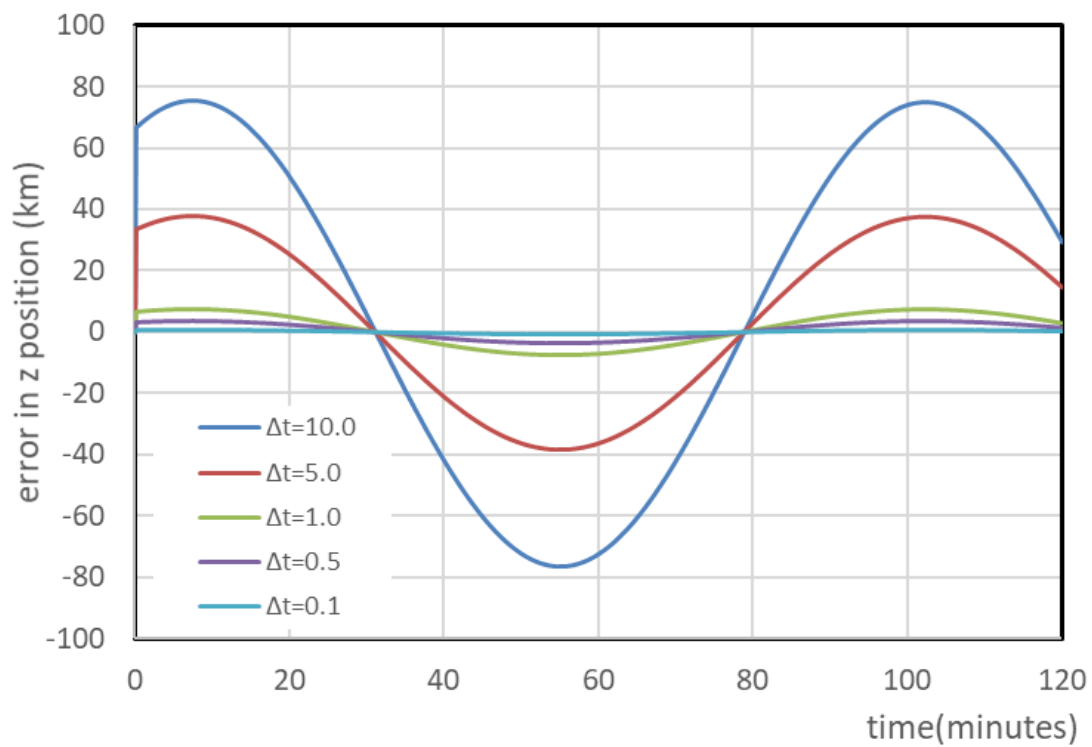


図 3.2-3(a) 積分時間刻み幅の影響 (z 位置座標誤差 (km)) Pass1467-1468

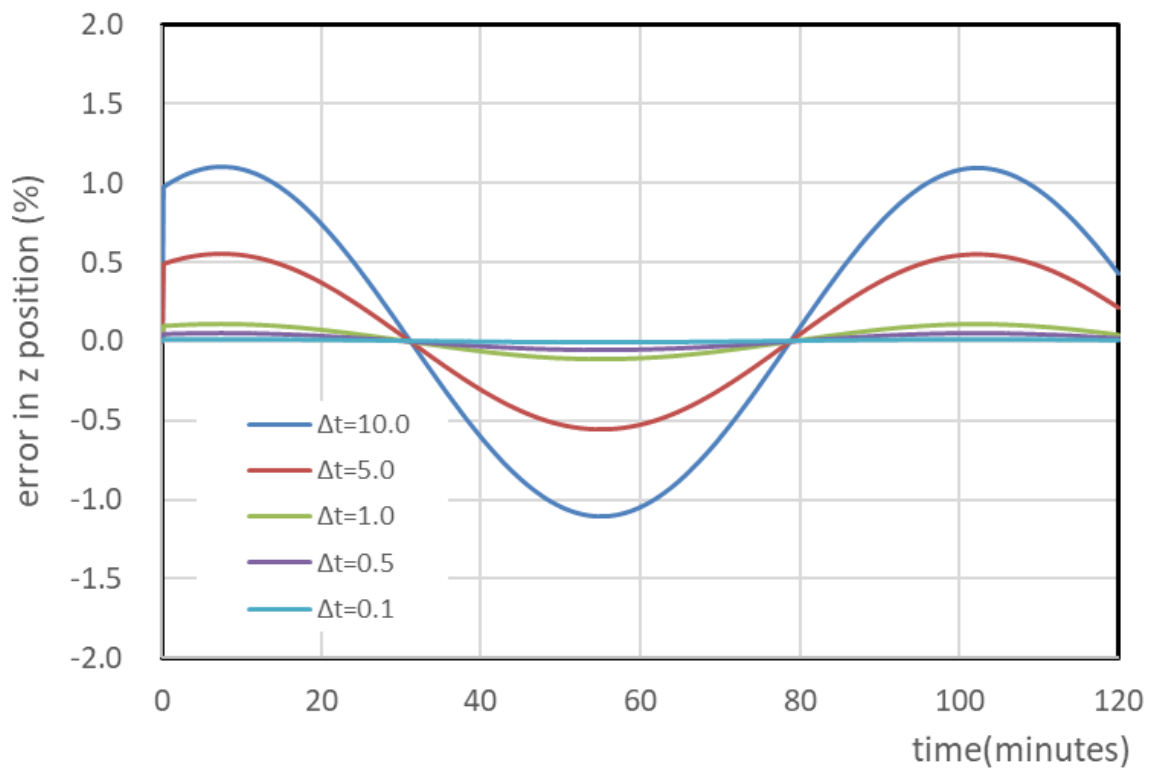


図 3.2-3(b) 積分時間刻み幅の影響 (z 位置座標誤差 (%)) Pass1467-1468

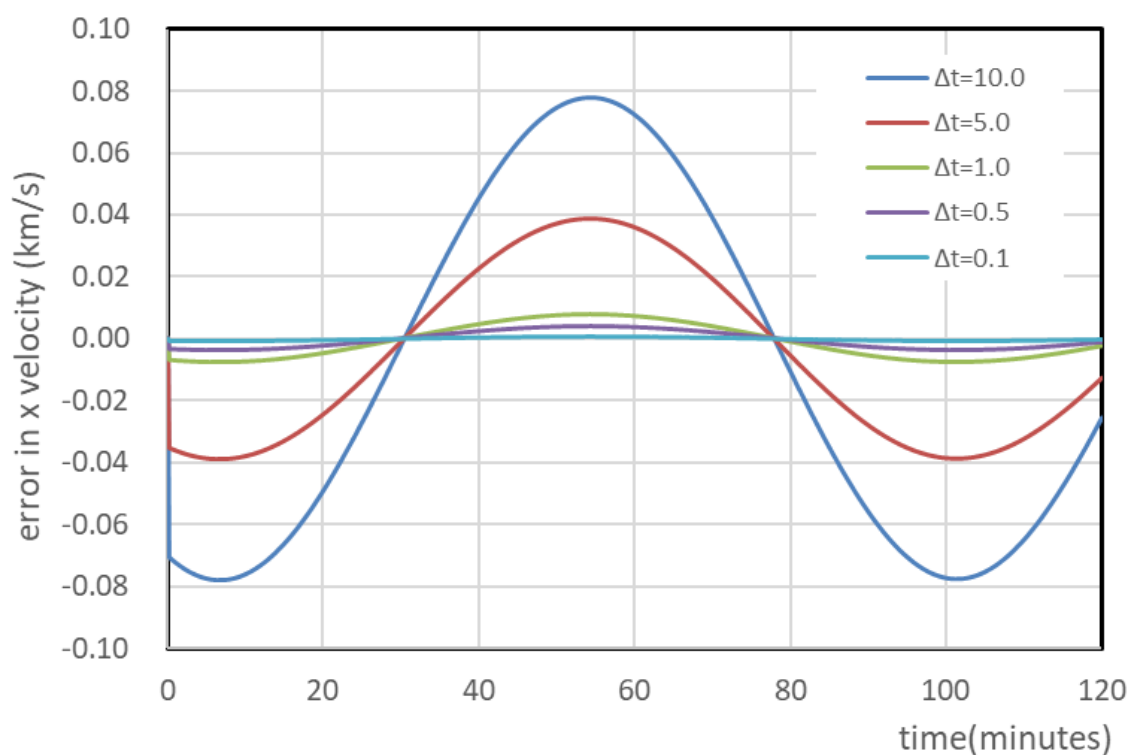


図 3.2-4(a) 積分時間刻み幅の影響 (x 速度誤差 (km/s)) Pass1467-1468

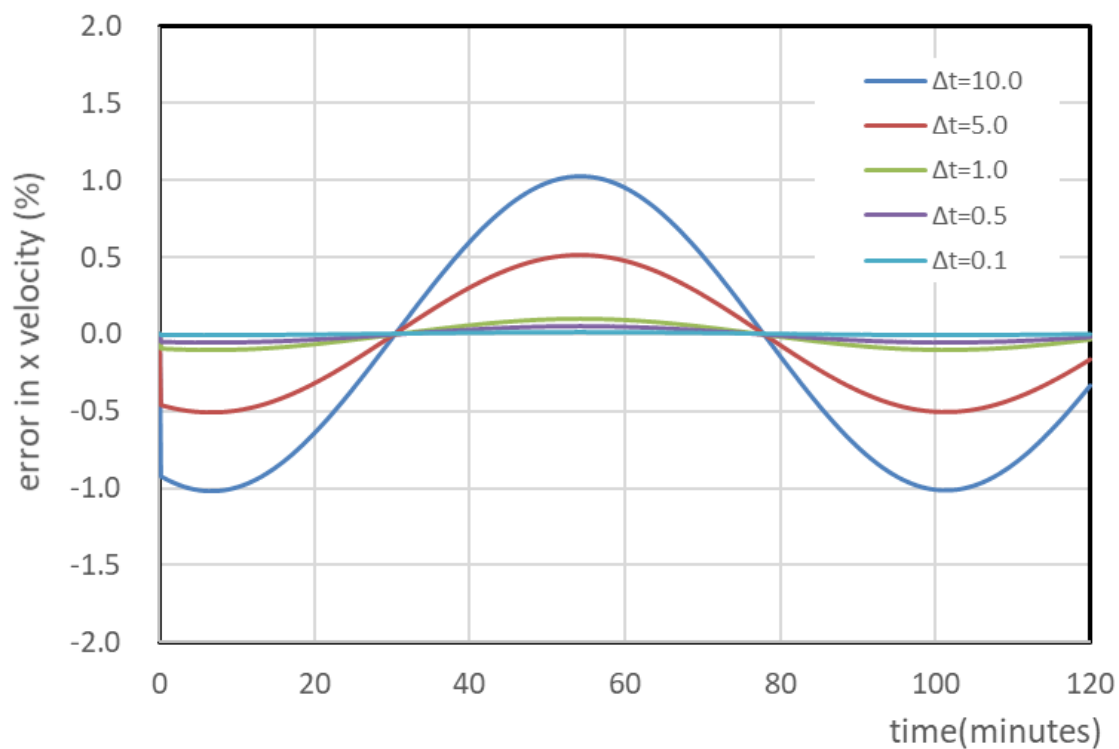


図 3.2-4(b) 積分時間刻み幅の影響 (x 速度誤差 (%)) Pass1467-1468

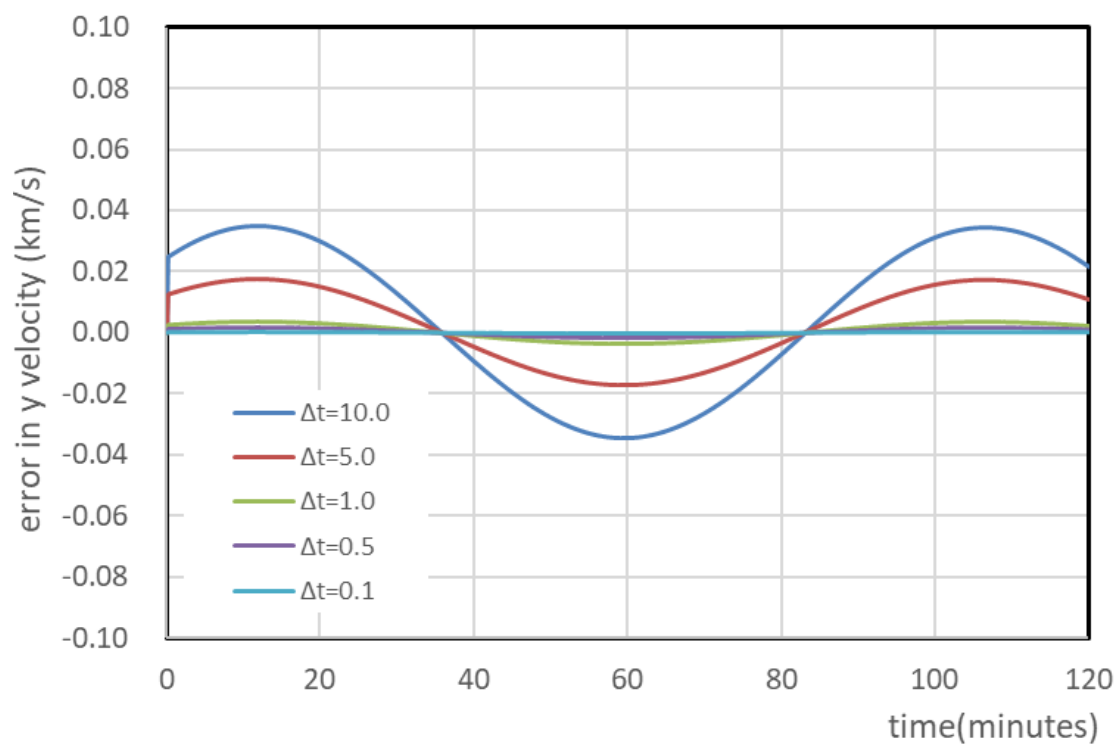


図 3.2-5(a) 積分時間刻み幅の影響 (y 速度誤差 (km/s)) Pass1467-1468

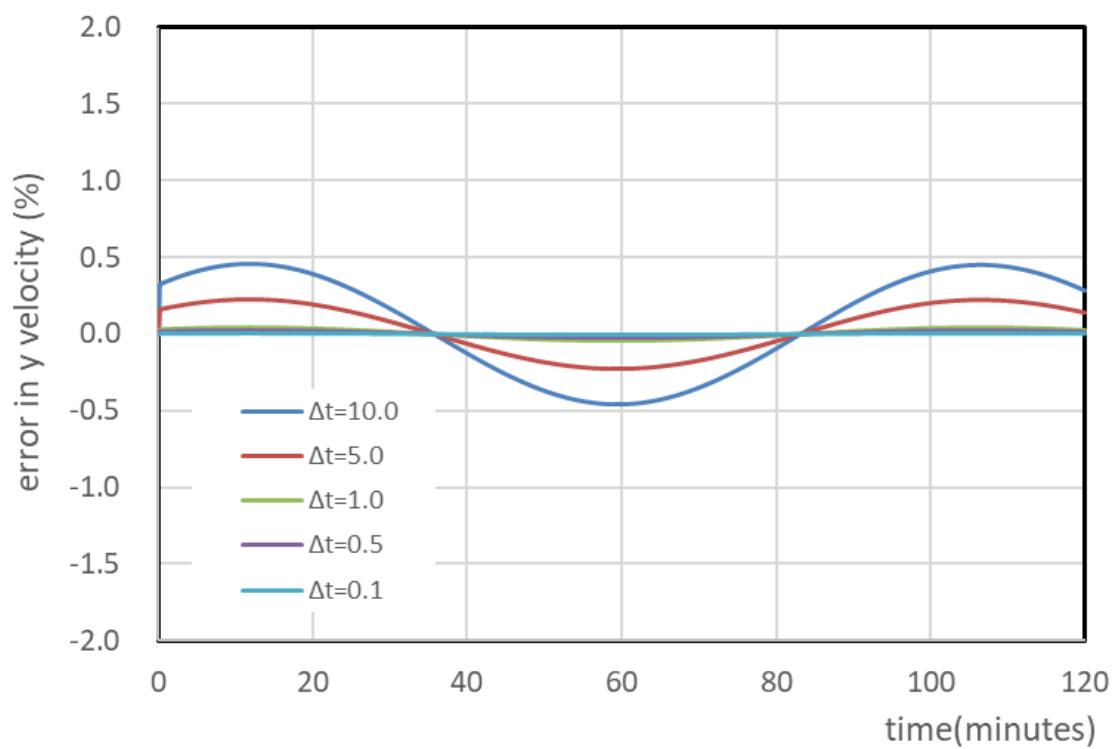


図 3.2-5(b) 積分時間刻み幅の影響 (y 速度誤差 (%)) Pass1467-1468

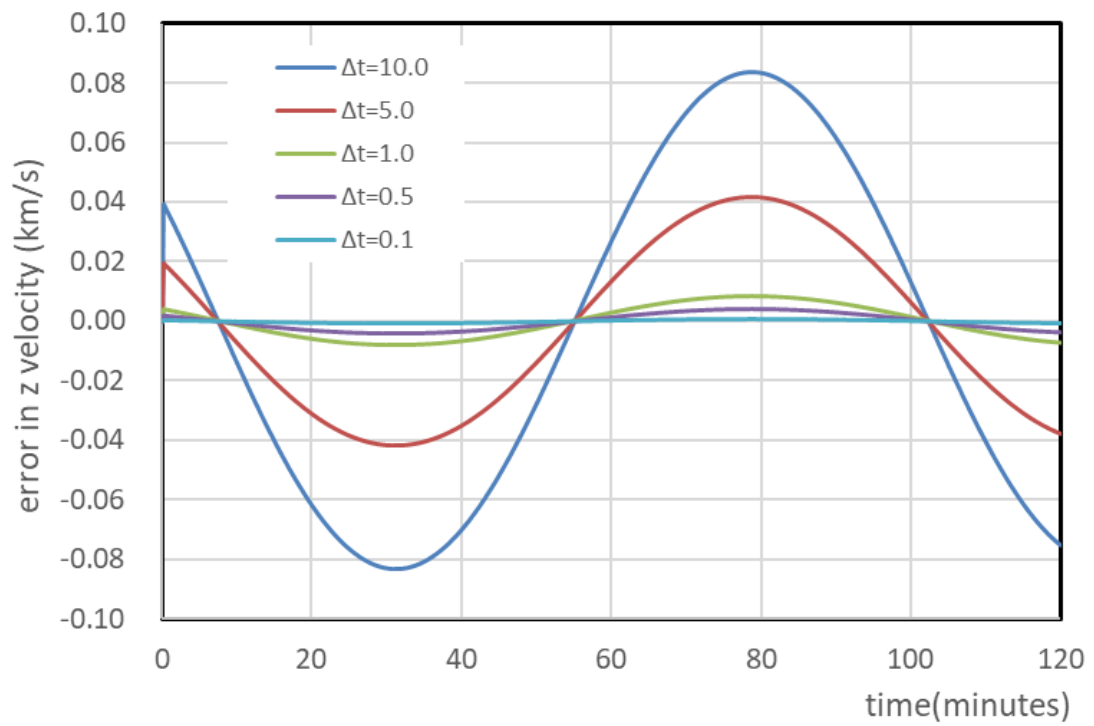


図 3.2-6(a) 積分時間刻み幅の影響 (z 速度誤差 (km/s)) Pass1467-1468

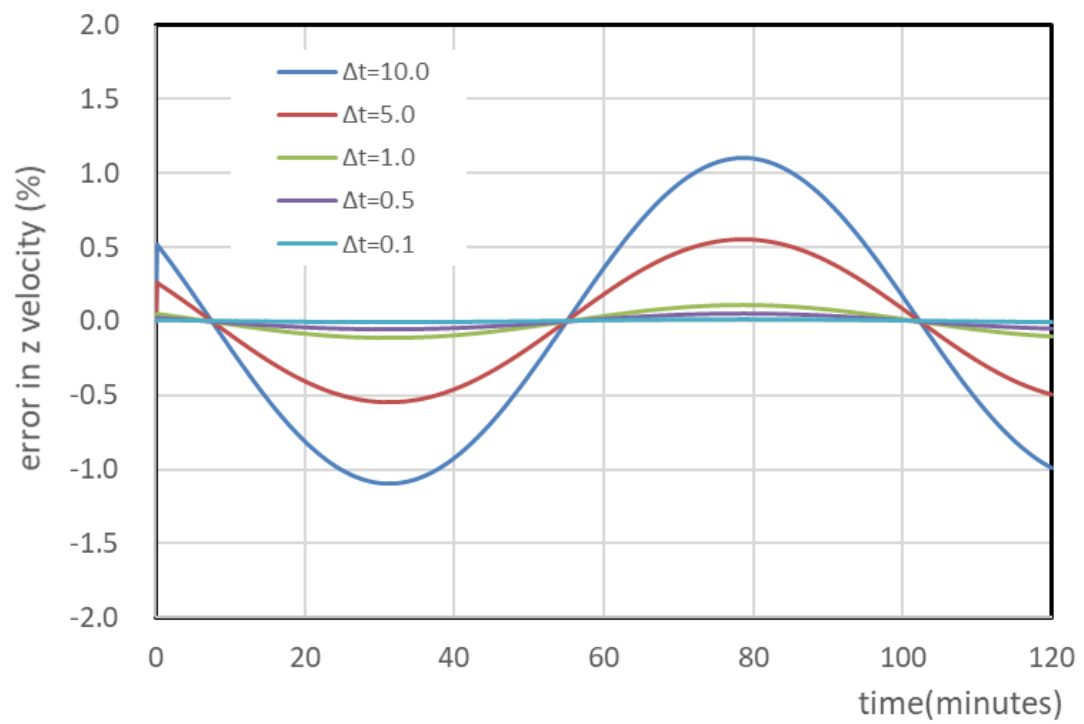


図 3.2-6(a) 積分時間刻み幅の影響 (z 速度誤差 (%)) Pass1467-1468

表 3.2-1 積分時間刻み幅の影響（基準との差異（％））

	$\Delta t = 10.0$	$\Delta t = 5.0$	$\Delta t = 1.0$	$\Delta t = 0.5$	$\Delta t = 0.1$
x 位置	1.03	0.51	0.10	0.05	0.01
y 位置	-0.46	-0.23	-0.05	-0.02	-0.004
z 位置	-1.11	-0.55	-0.11	-0.05	-0.01
x 速度	1.03	0.51	0.10	0.05	0.01
y 速度	-0.46	-0.23	-0.05	-0.02	-0.004
z 速度	1.10	0.55	0.11	0.05	0.01

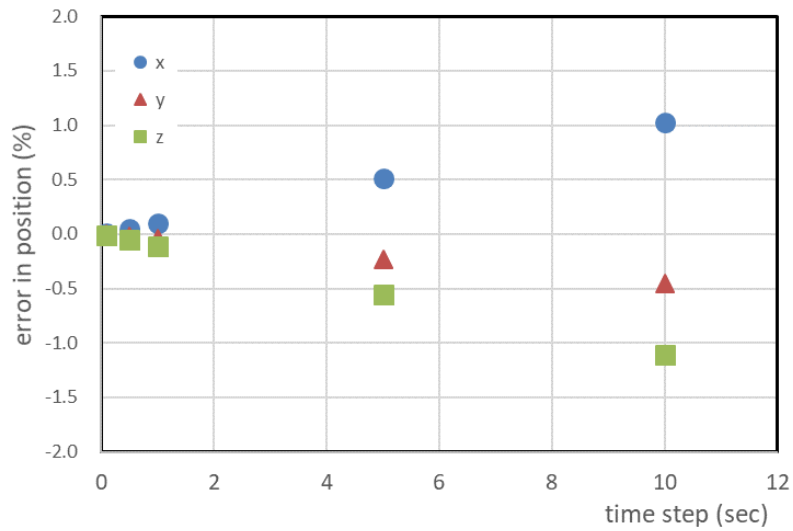


図 3.2-7(a) 積分刻み幅の影響（位置誤差（％））

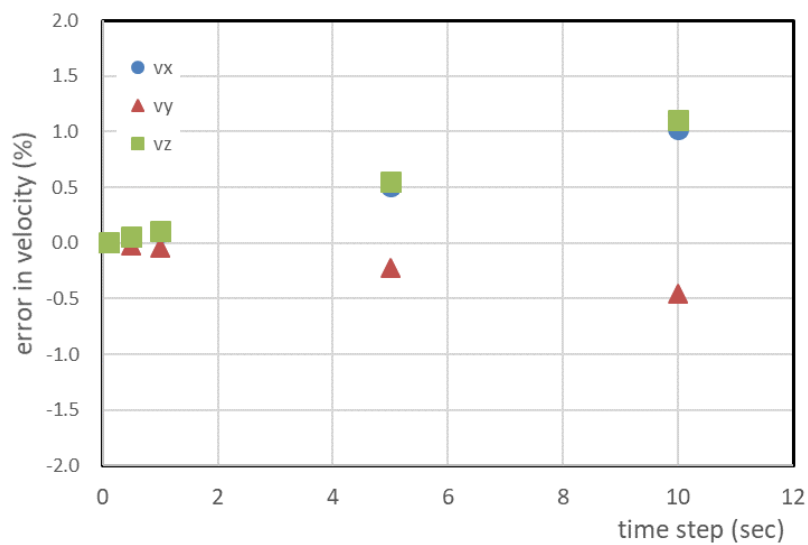


図 3.2-7(b) 積分刻み幅の影響（速度誤差（％））

3. 2. 3 考察

QSAT-EOS の Pass1467 の条件で実施した軌道の位置、速度計算に対する積分刻み幅の影響を確認した結果、積分時間刻み幅が 10 秒の場合、位置誤差及び速度誤差は 1.0% 以下、1.0 秒の場合、位置誤差及び速度誤差は 0.1%以下に収まっている。従って、短期間の軌道の挙動を精密に解析する場合は、積分時間刻み幅を 1.0 秒以下に、長期間にわたる軌道解析の場合でも、10 秒以下に設定することが望ましい。

3. 3 QSAT-EOS 軌道上データによる検証

これまで述べたとおり、軌道解析の手法としては、軌道 6 要素による解析と運動方程式を積分する方法がある。軌道 6 要素による解析は時刻と真近点離角がケプラーの方程式を介して関係付けられるため、時刻毎に 6 要素を計算できるという利点がある。但し、外乱加速度による摂動の影響を考慮するためには、外乱加速度の影響が各軌道 6 要素における微分項として表わされるため、積分を実行する必要がある。一方、運動方程式による解析は、地球の引力項に外乱加速度項を加えることで運動方程式が記述できるため、定式化が簡便であることという利点がある。

本節では、二つの解析手法を用いて解析した結果を軌道上データと比較することによって、解析精度を検証する。検証には、2014 年に九州大学が打ち上げた小型地球観測衛星 QSAT-EOS の軌道上データを用いる。検証には、1 周回のデータが得られている Pass1413-1414 及び Pass1467-1468 を用いた。

3. 3. 1 シミュレーション条件

解析の条件を表 3.3-1 及び表 3.3-2 に示す。

表 3.3-1(a) Pass1413 初期データ (軌道 6 要素)

Pass 1413	諸元	
半長軸 (a)	6893.85(km)	—
離心率 (e)	1.7007(rad)	97.44(deg)
傾斜角 (i)	0.00244(-)	—
昇交点赤経 (Ω)	5.6890(rad)	325.95 (deg)
近心点引数 (ω)	3.3180(rad)	190.11 (deg)
真近点離角 (θ)	-0.6060(rad)	325.28 (deg)
初期時刻	2015 年 9 月 4 日 1:58:51	

表 3.3-1 (b) Pass1413 初期データ (慣性座標系状態変数)

Pass 1413	諸元
x (x 座標)	-5390.49 (km)
y (y 座標)	3194.21 (km)
z (z 座標)	2841.46 (km)
vx (x 方向速度)	-2.1190 (km/s)
vy (y 方向速度)	2.5151 (km/s)
vz (z 方向速度)	-6.8729 (km/s)
初期時刻	2015 年 9 月 4 日 1:58:51

表 3.3-2(a) Pass1467 初期データ (軌道 6 要素)

Pass 1467	諸元	
半長軸 (a)	6891.57 (km)	—
離心率 (e)	1.7007 (rad)	97.44(deg)
傾斜角 (i)	0.00321 (-)	—
昇交点赤経 (Ω)	5.8781 (rad)	336.79(deg)
近心点引数 (ω)	2.7065 (rad)	155.07(deg)
真近点離角 (θ)	-0.0682 (rad)	356.10(deg)
初期時刻	2015 年 9 月 15 日 2:19:36	

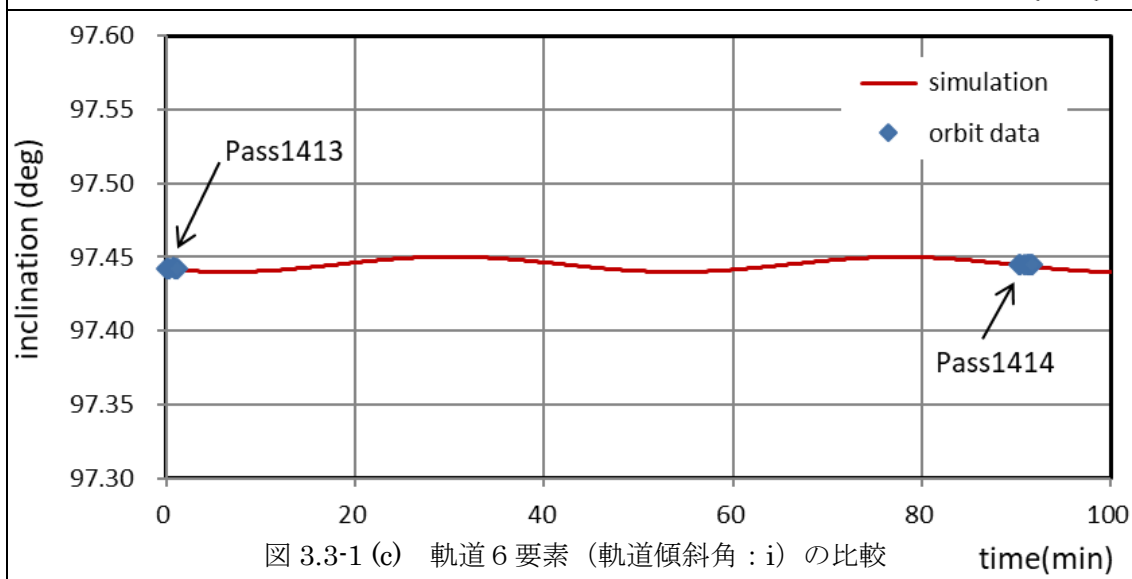
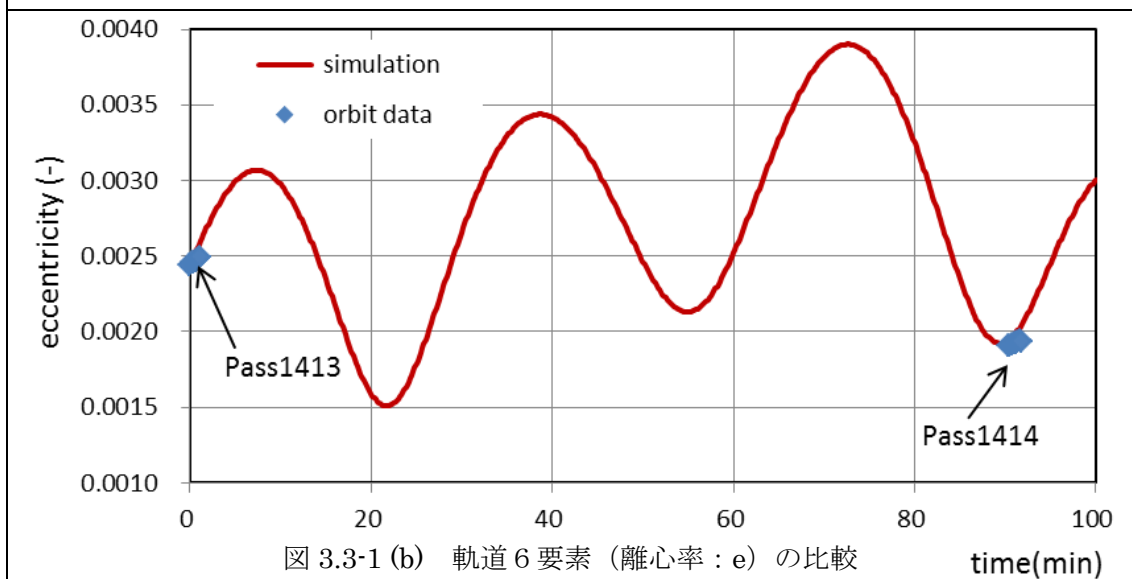
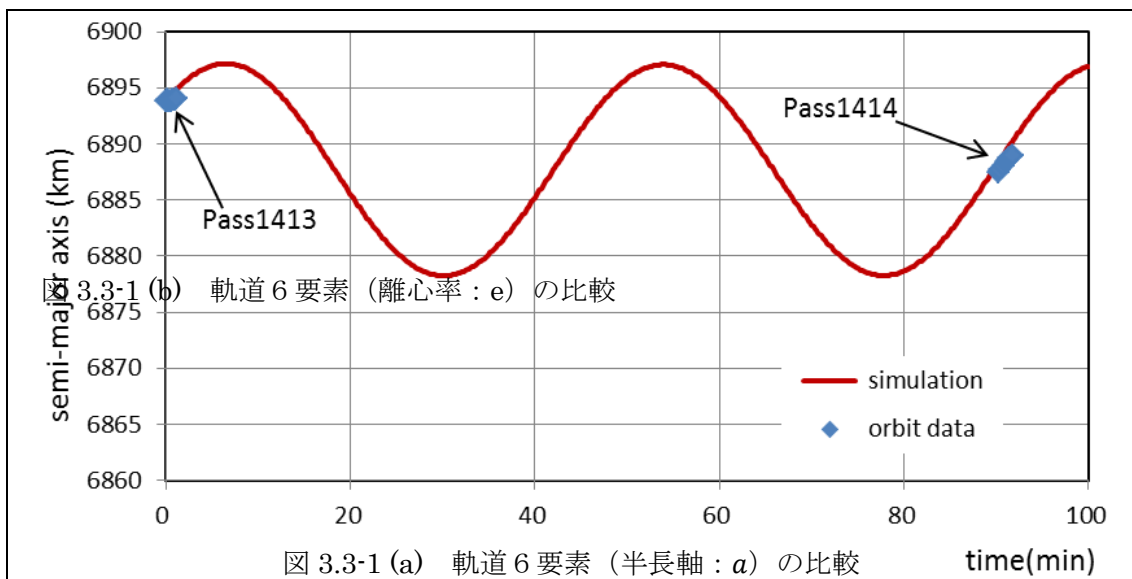
表 3.3-2(b) Pass1467 初期データ (慣性座標系状態変数)

Pass 1467	諸元
x (x 座標)	-5699.82 (km)
y (y 座標)	1977.27 (km)
z (z 座標)	3285.17 (km)
vx (x 方向速度)	-3.0393 (km/s)
vy (y 方向速度)	2.2453 (km/s)
vz (z 方向速度)	-6.6281 (km/s)

3. 3. 2 シミュレーション結果

2.3.6 節に示す手順で解析した結果を以下に示す。

運動方程式積分	Pass1413-1414	図 3.3-1
	Pass1467-1468	図 3.3-2
軌道 6 要素	Pass1413-1414	図 3.3-3
	Pass1467-1468	図 3.3-4



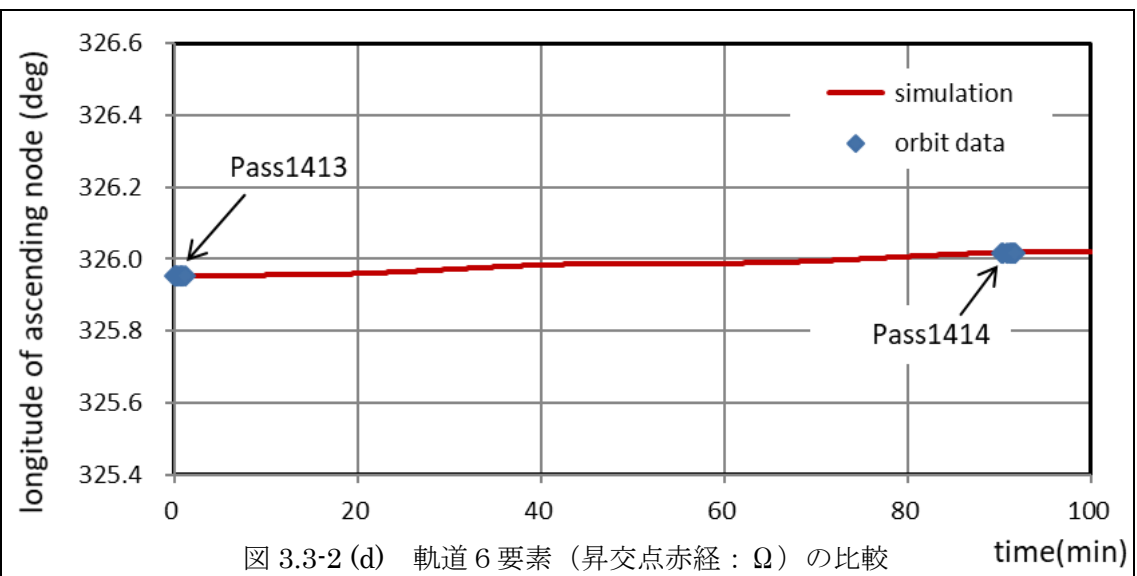


図 3.3-2 (d) 軌道 6 要素 (昇交点赤経: Ω) の比較

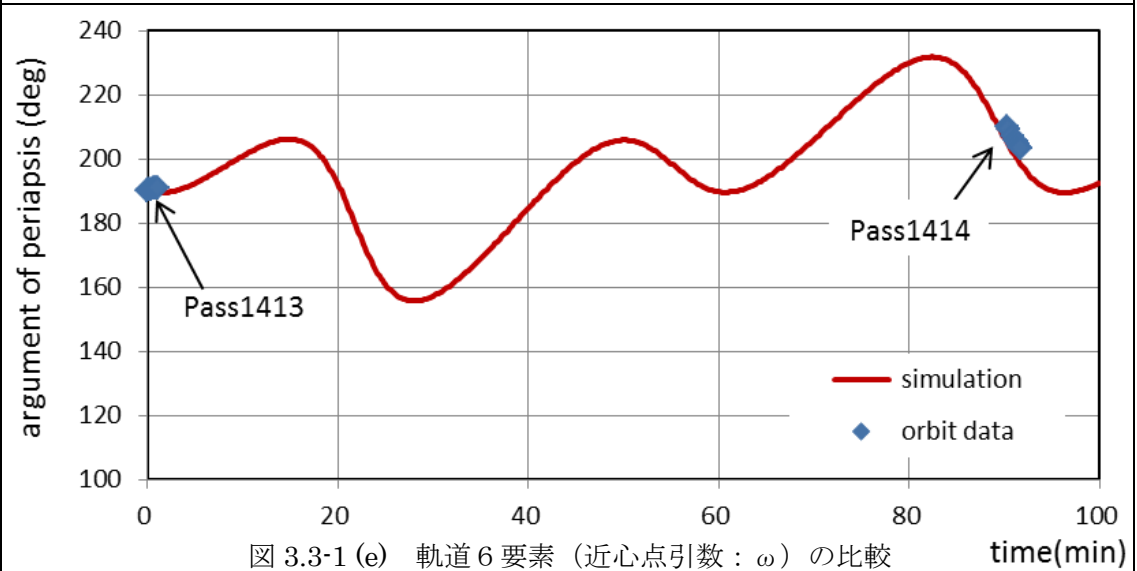


図 3.3-1 (e) 軌道 6 要素 (近心点引数: ω) の比較

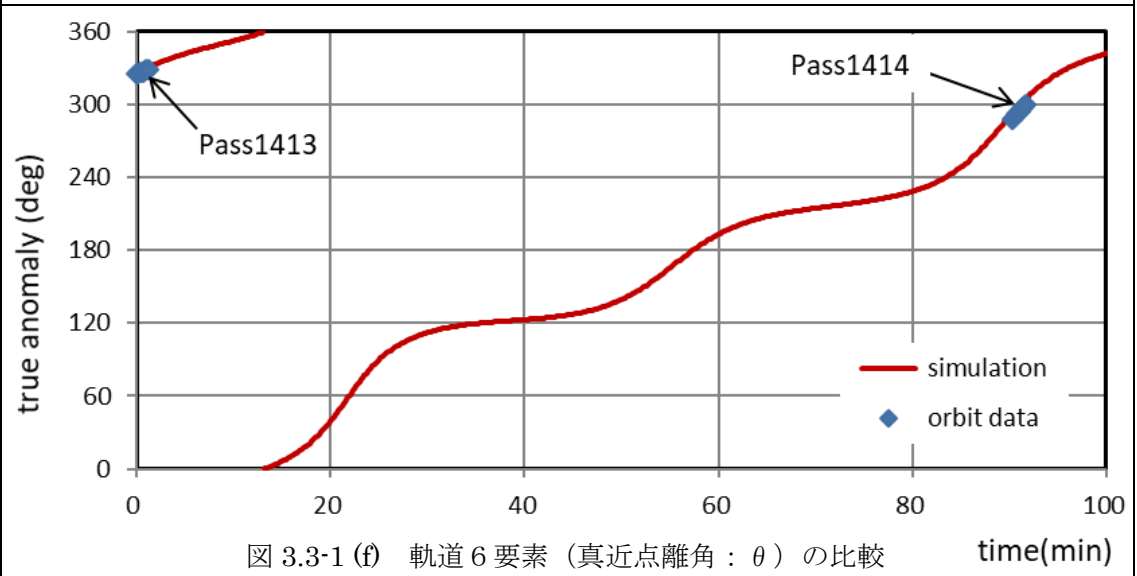
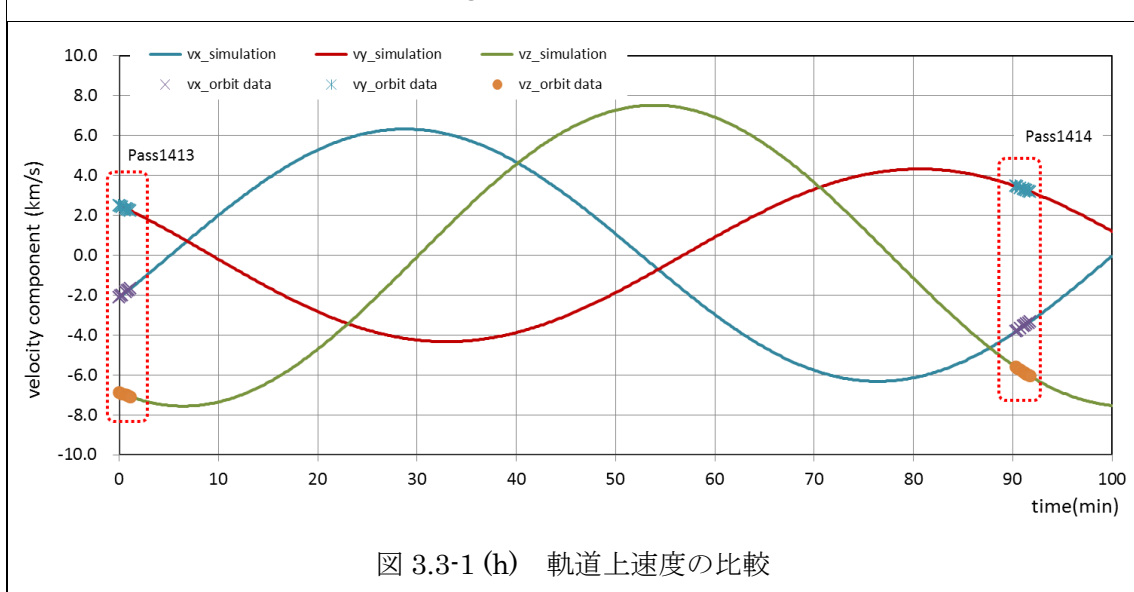
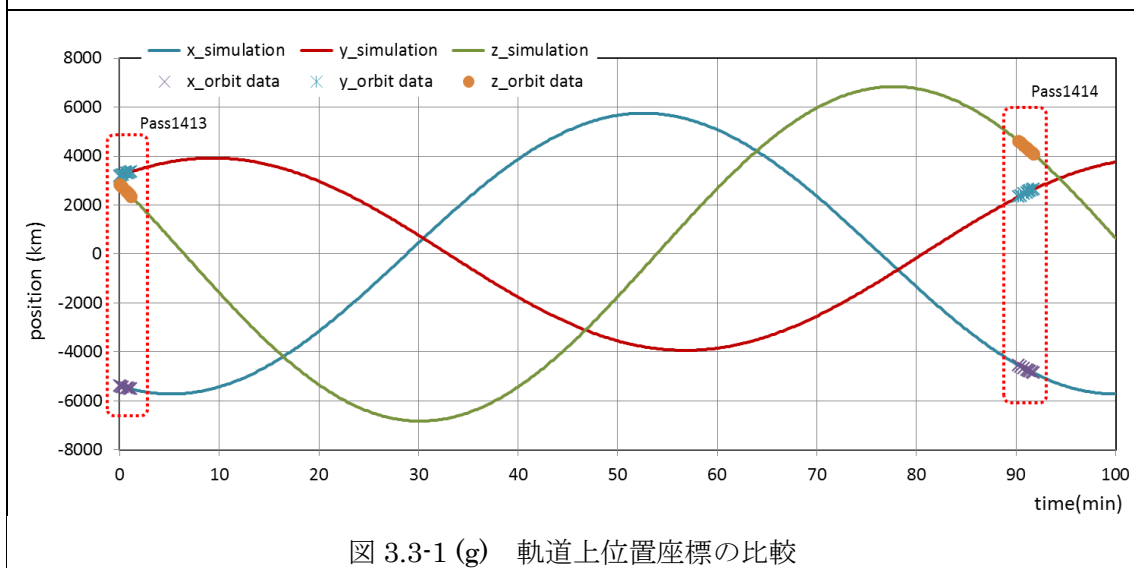
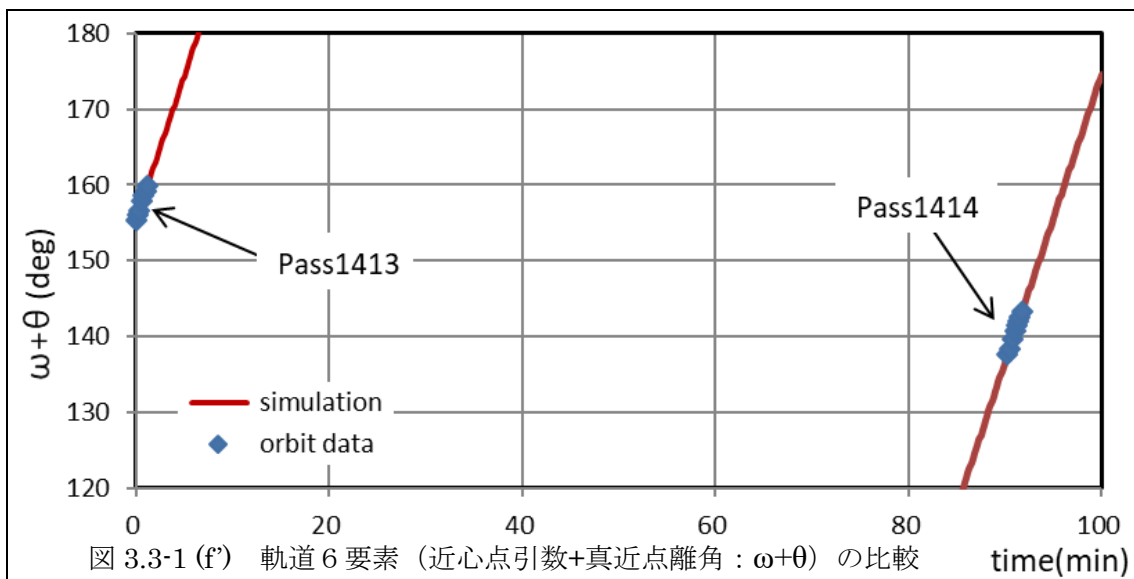


図 3.3-1 (f) 軌道 6 要素 (真近点離角: θ) の比較



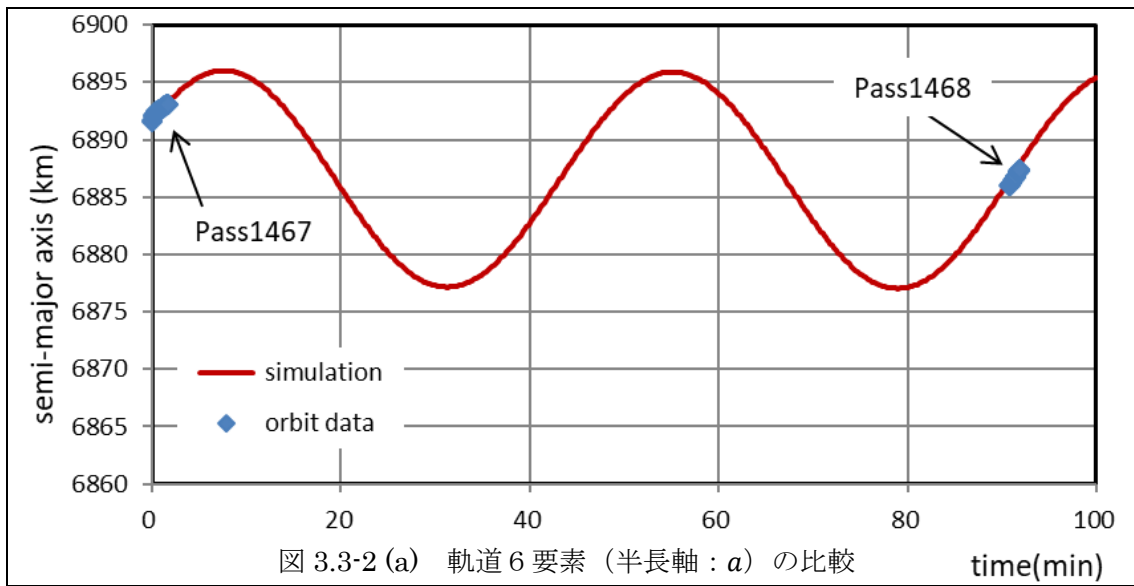


図 3.3-2 (a) 軌道 6 要素 (半長軸 : a) の比較

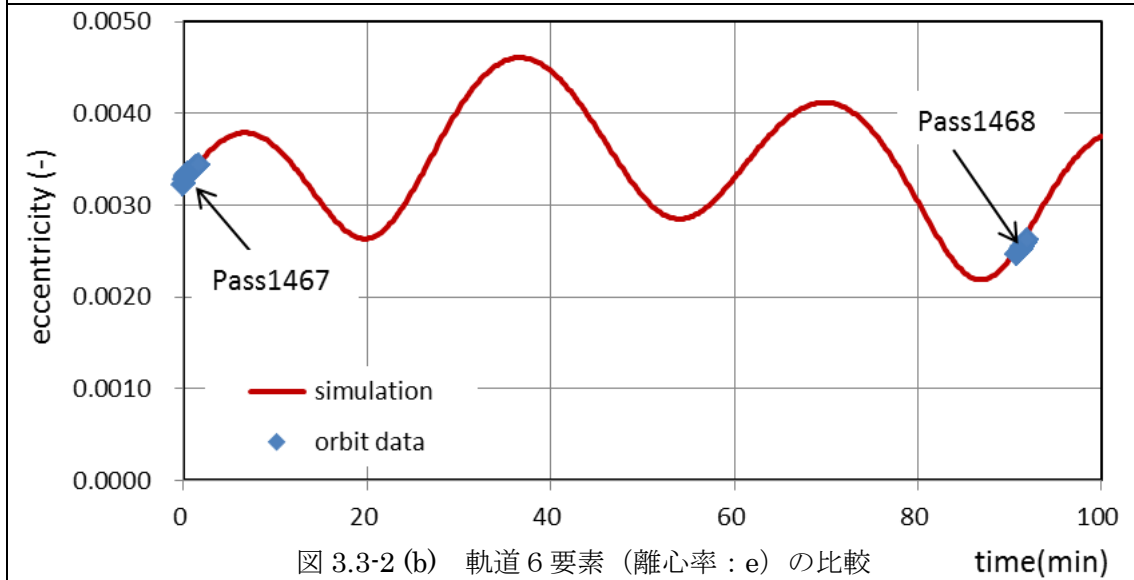


図 3.3-2 (b) 軌道 6 要素 (離心率 : e) の比較

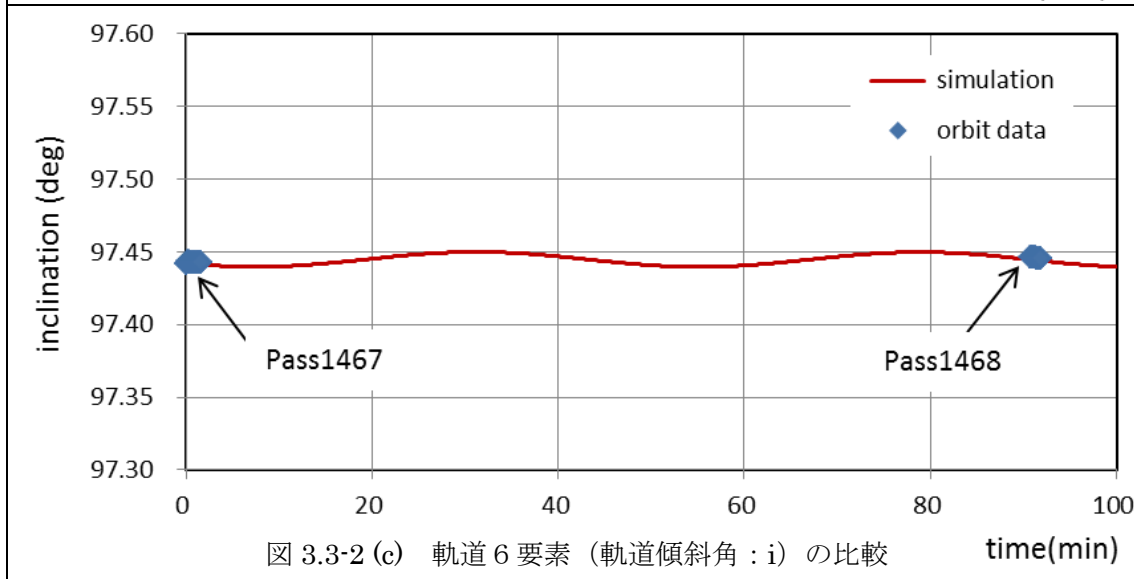


図 3.3-2 (c) 軌道 6 要素 (軌道傾斜角 : i) の比較

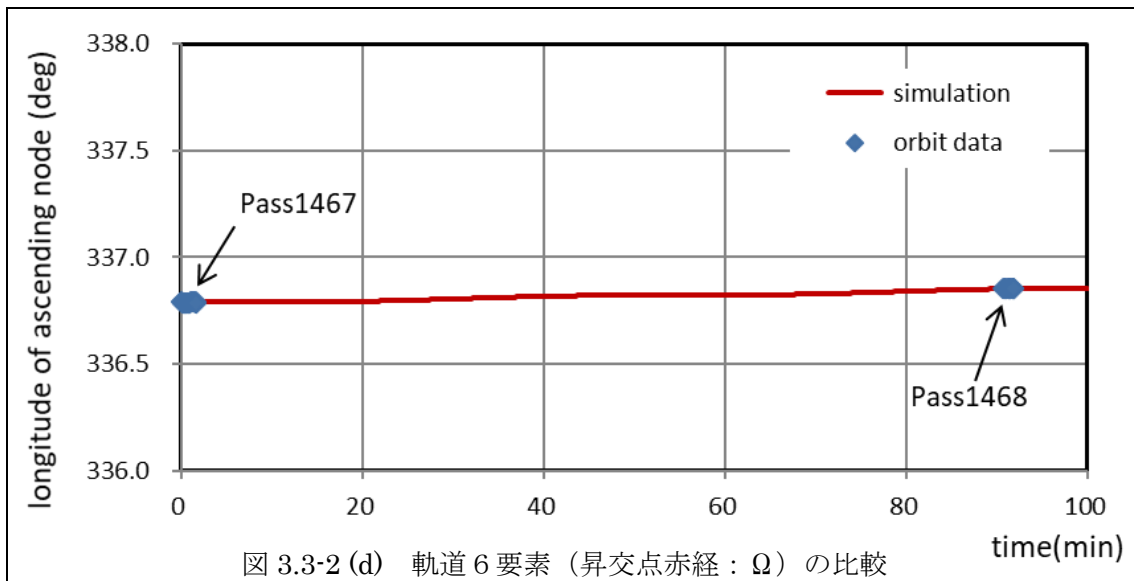


図 3.3-2 (d) 軌道 6 要素 (昇交点赤経 : Ω) の比較

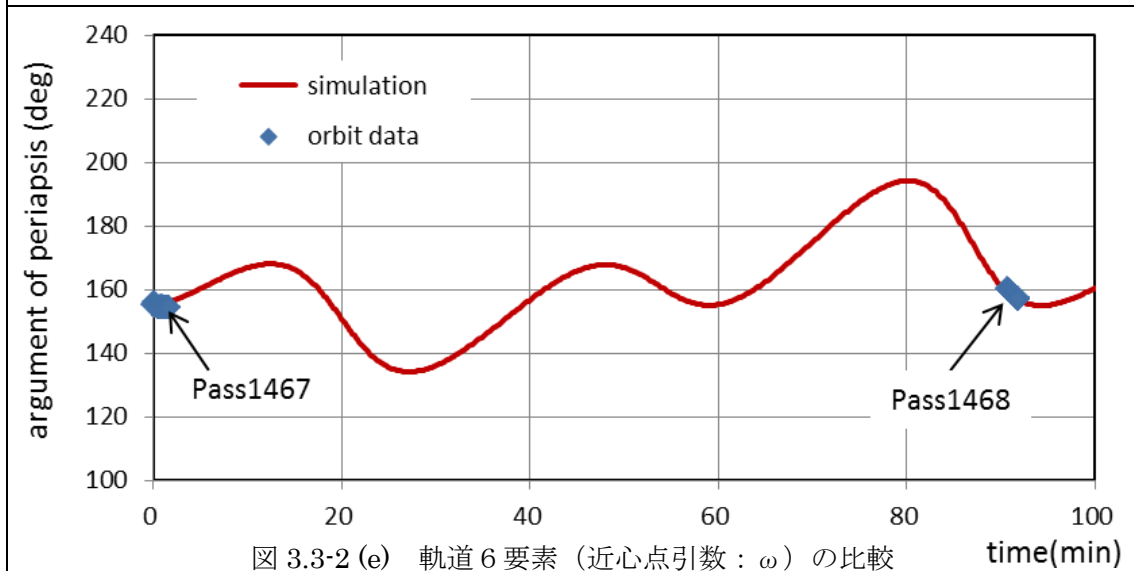


図 3.3-2 (e) 軌道 6 要素 (近心点引数 : ω) の比較

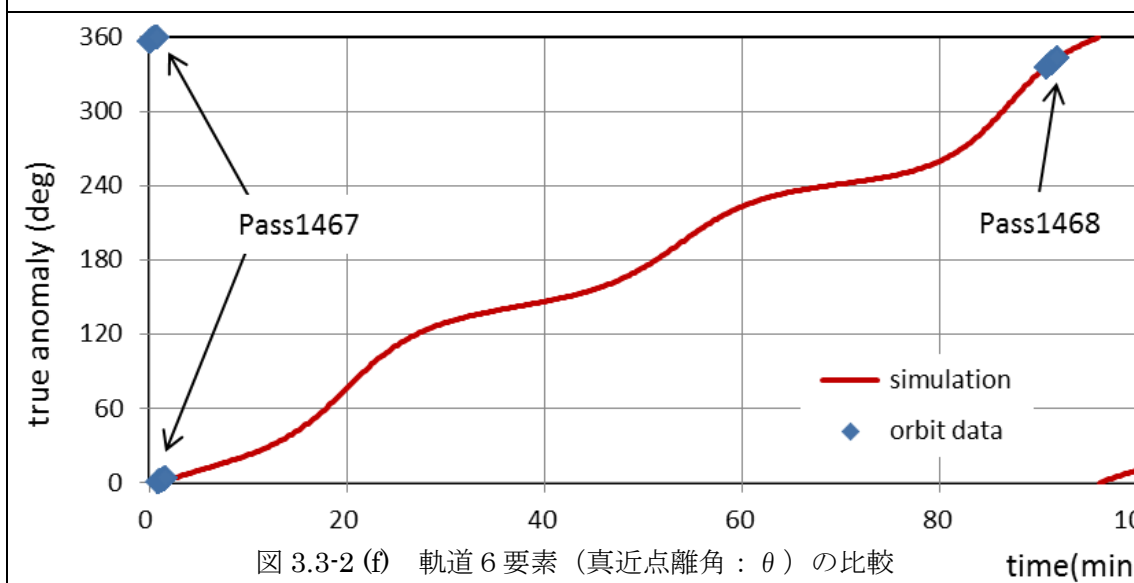


図 3.3-2 (f) 軌道 6 要素 (真近点離角 : θ) の比較

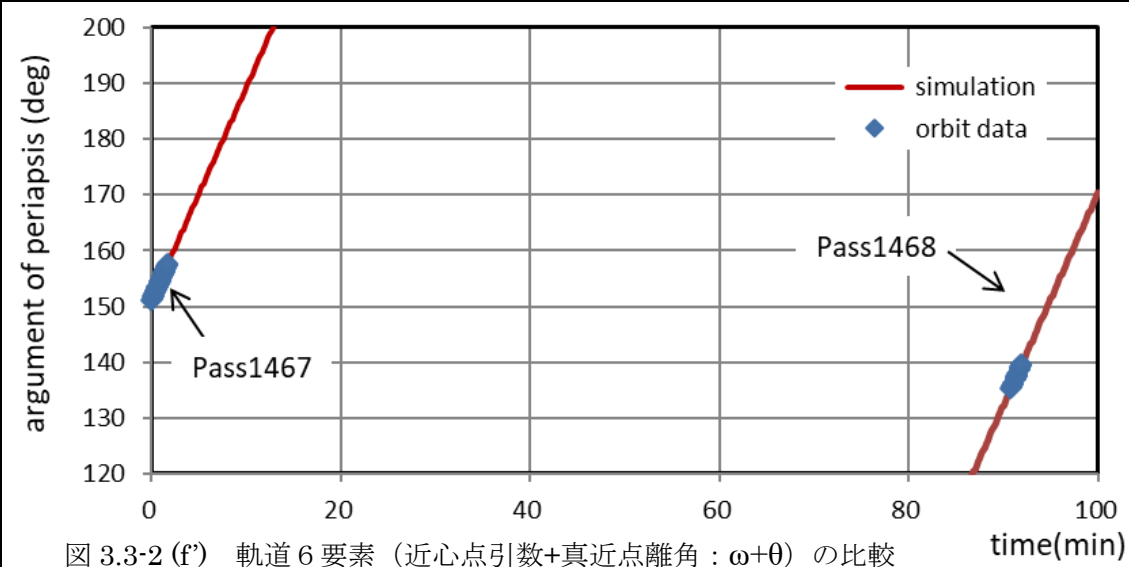


図 3.3-2 (f') 軌道 6 要素 (近心点引数+真近点離角 : $\omega+\theta$) の比較

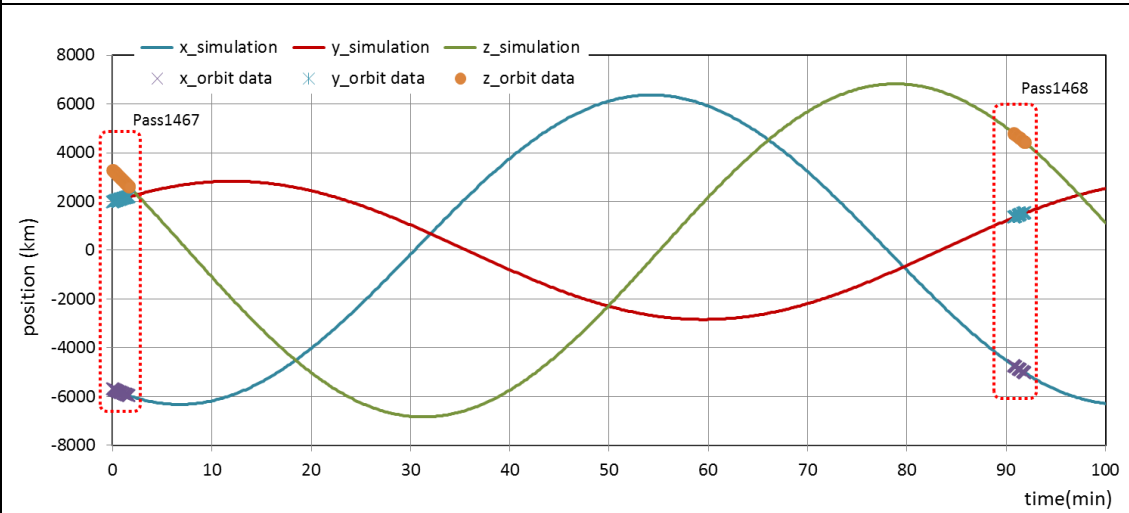


図 3.3-2 (g) 軌道上位置座標の比較

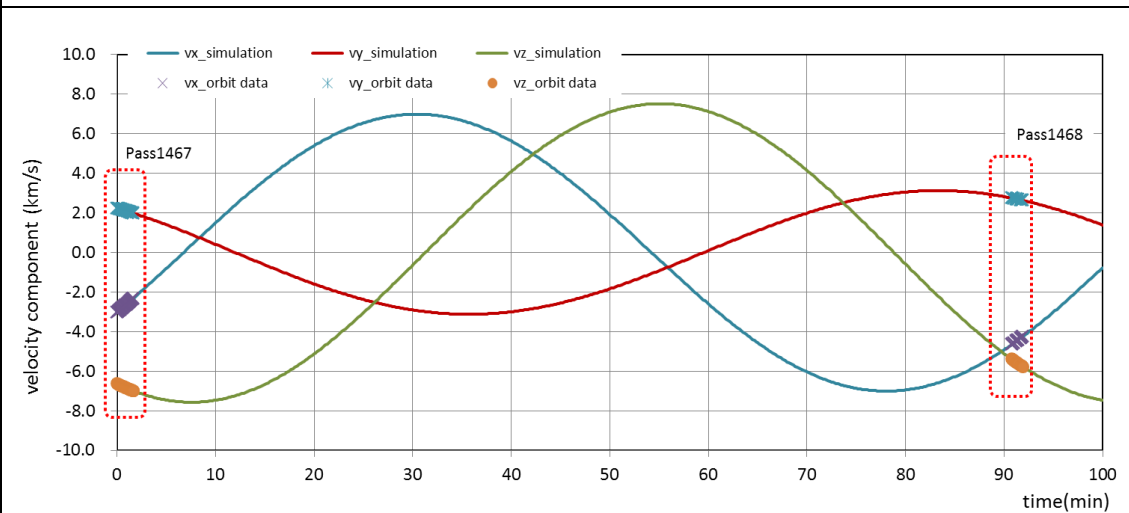


図 3.3-2 (h) 軌道上速度の比較

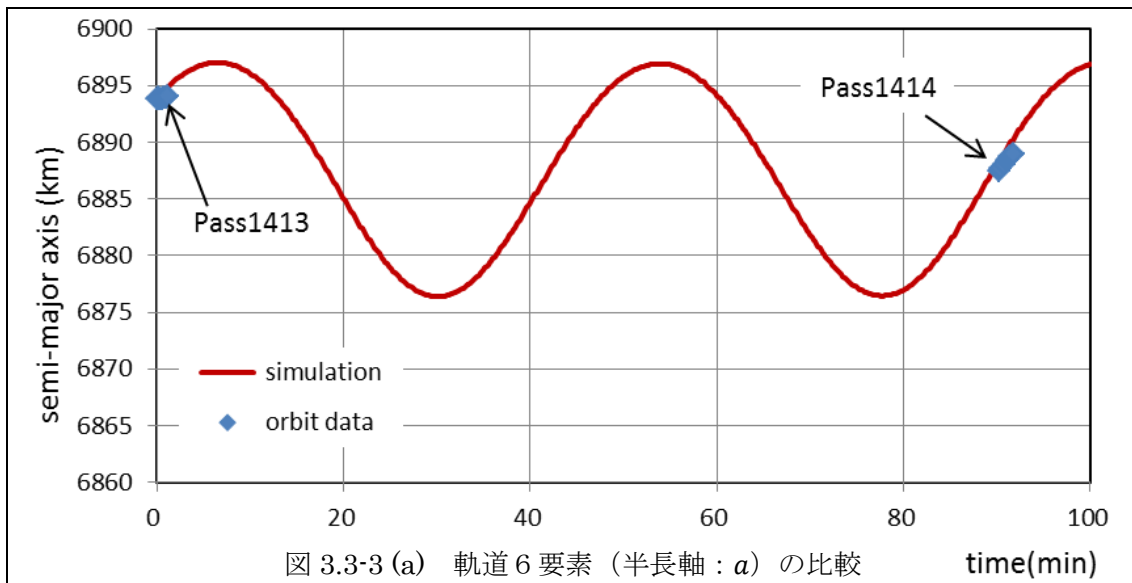


図 3.3-3 (a) 軌道 6 要素 (半長軸 : a) の比較

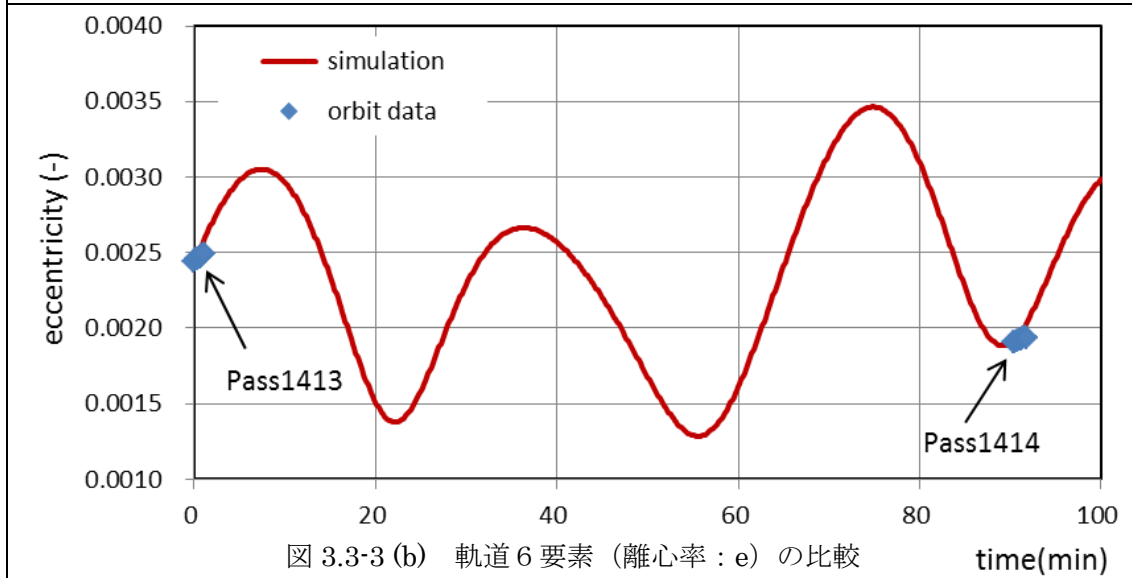


図 3.3-3 (b) 軌道 6 要素 (離心率 : e) の比較

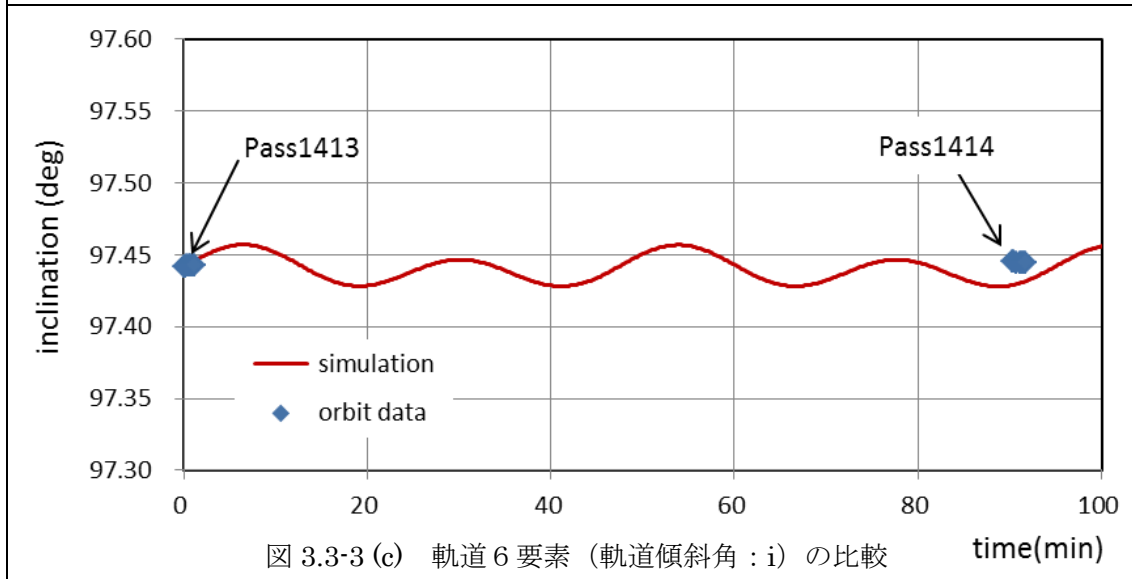


図 3.3-3 (c) 軌道 6 要素 (軌道傾斜角 : i) の比較

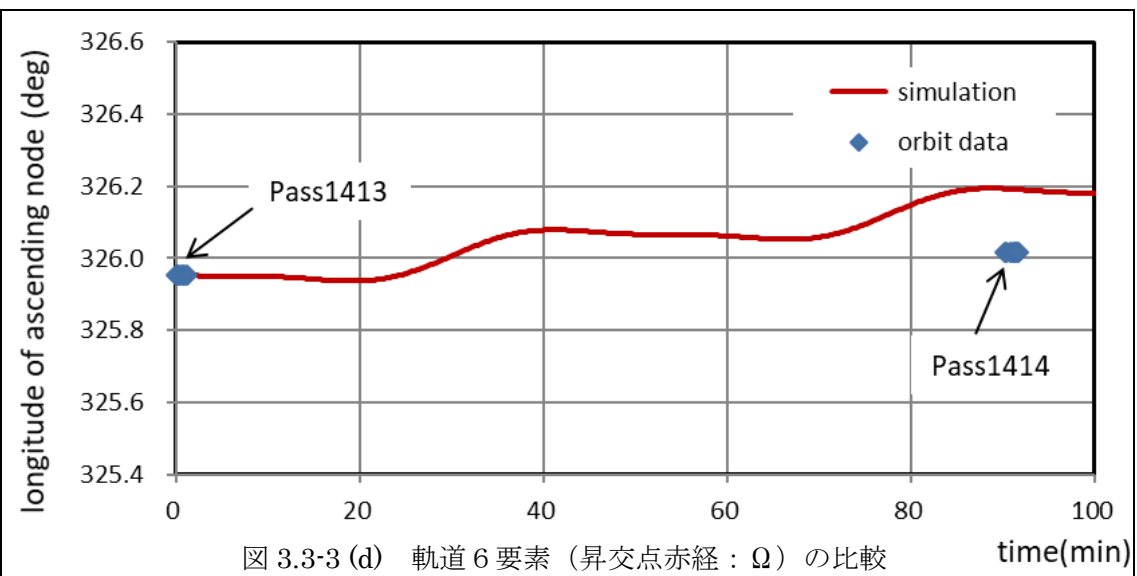


図 3.3-3 (d) 軌道 6 要素 (昇交点赤経 : Ω) の比較

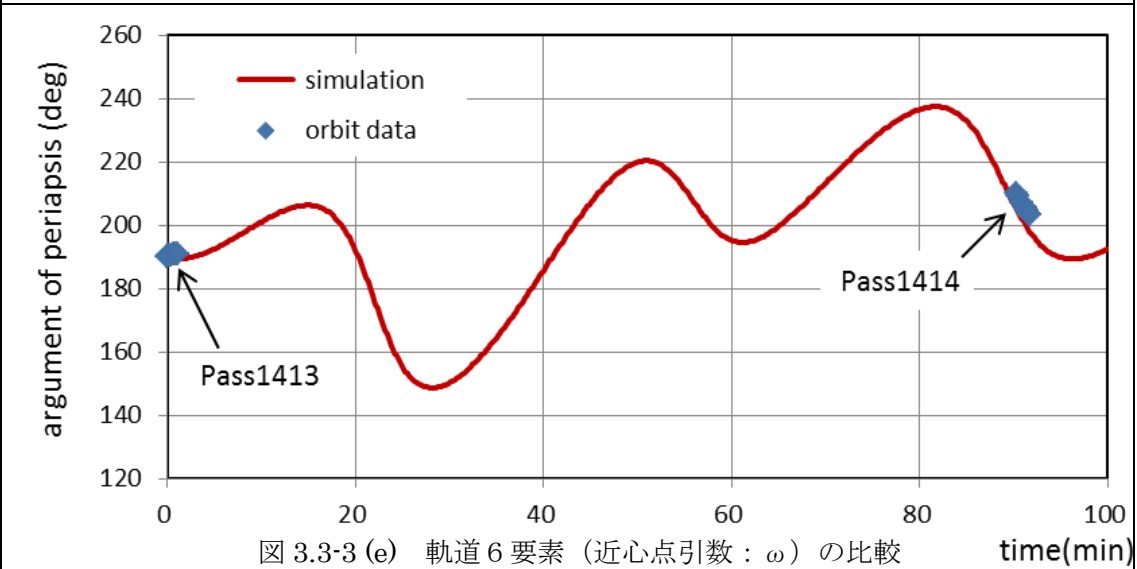


図 3.3-3 (e) 軌道 6 要素 (近心点引数 : ω) の比較

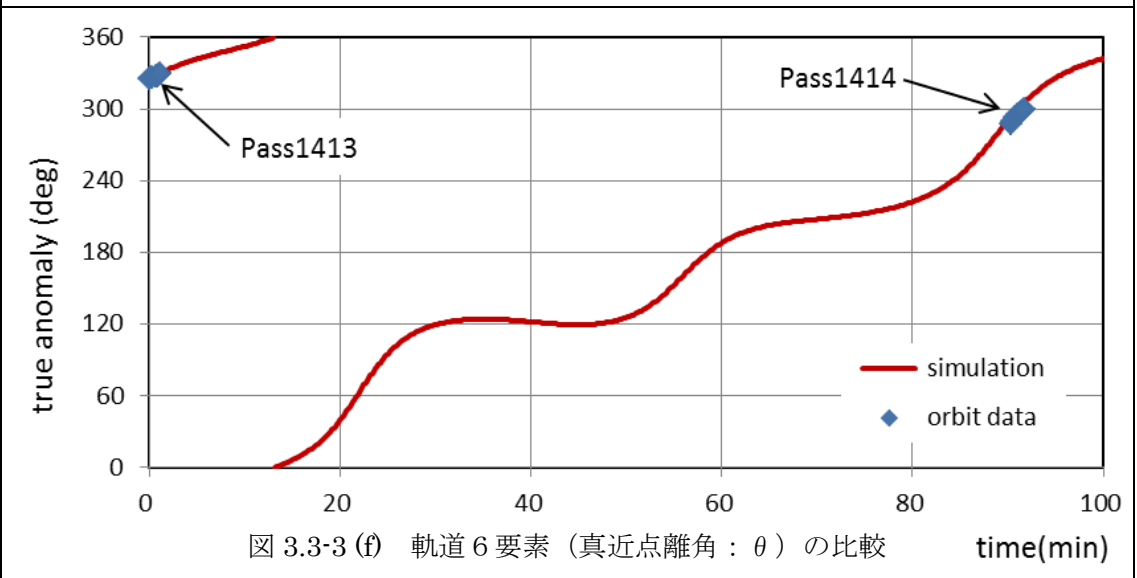


図 3.3-3 (f) 軌道 6 要素 (真近点離角 : θ) の比較

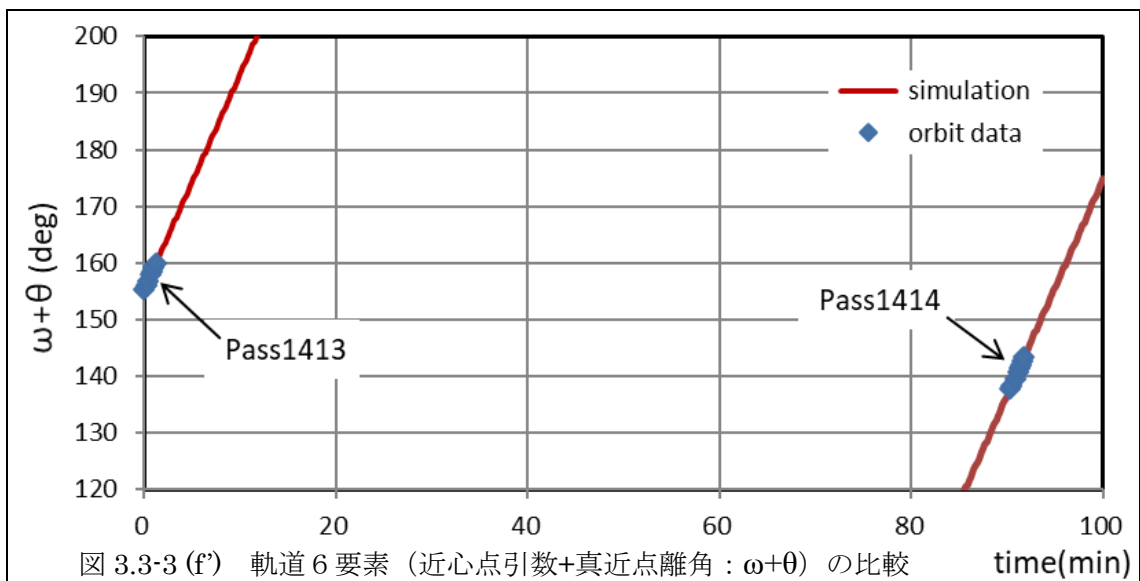


図 3.3-3 (f) 軌道 6 要素 (近心点引数+真近点離角: $\omega + \theta$) の比較

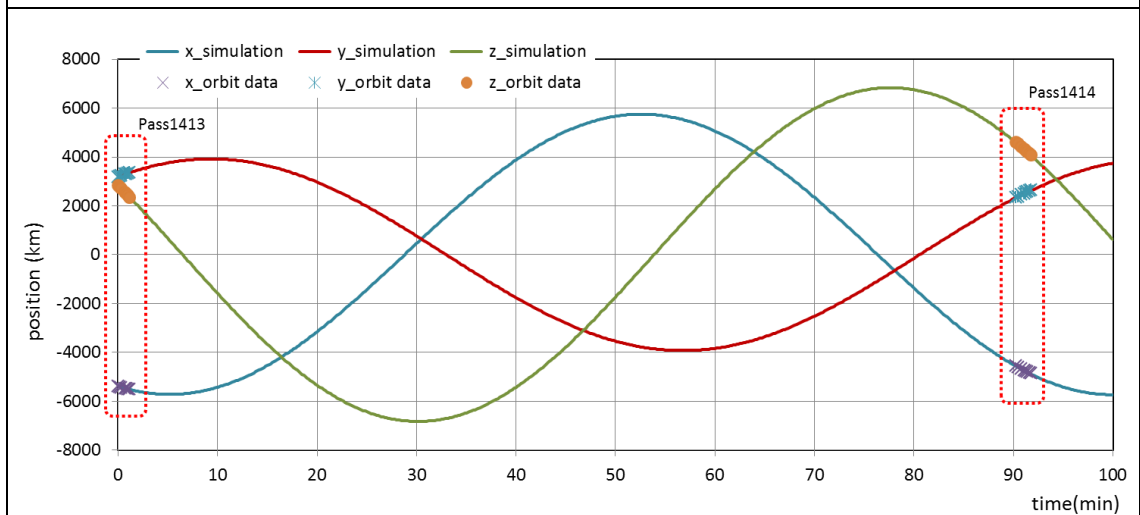


図 3.3-3 (g) 軌道上位置座標の比較

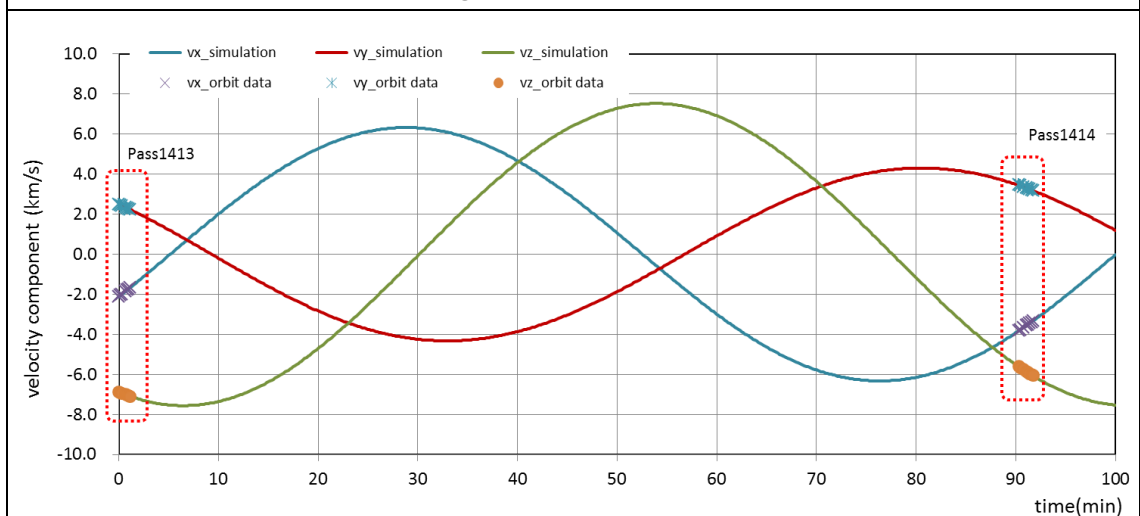


図 3.3-3 (h) 軌道上速度の比較

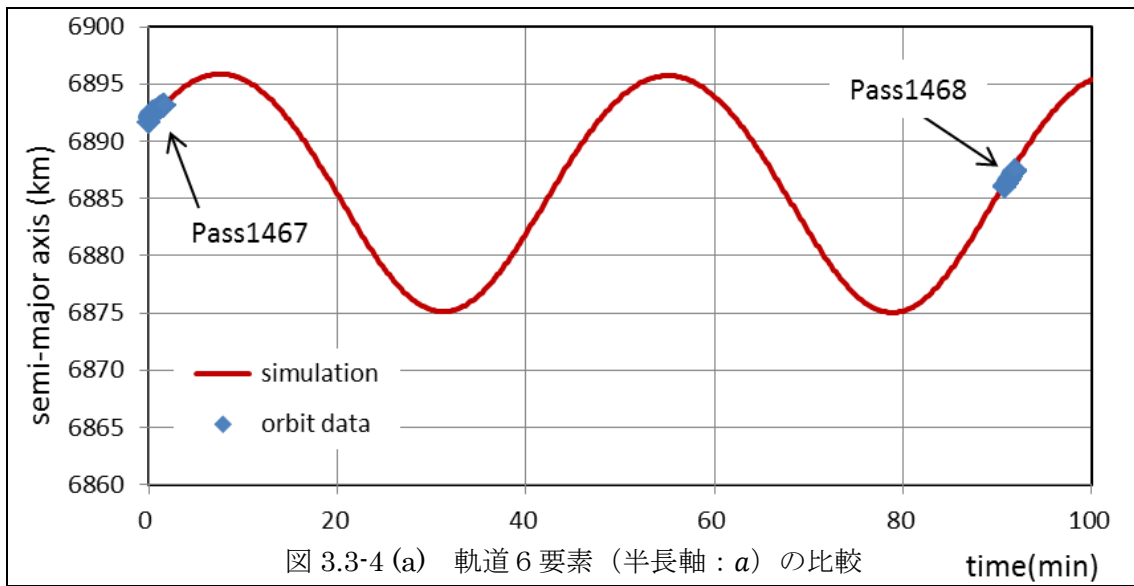


図 3.3-4 (a) 軌道 6 要素 (半長軸 : a) の比較

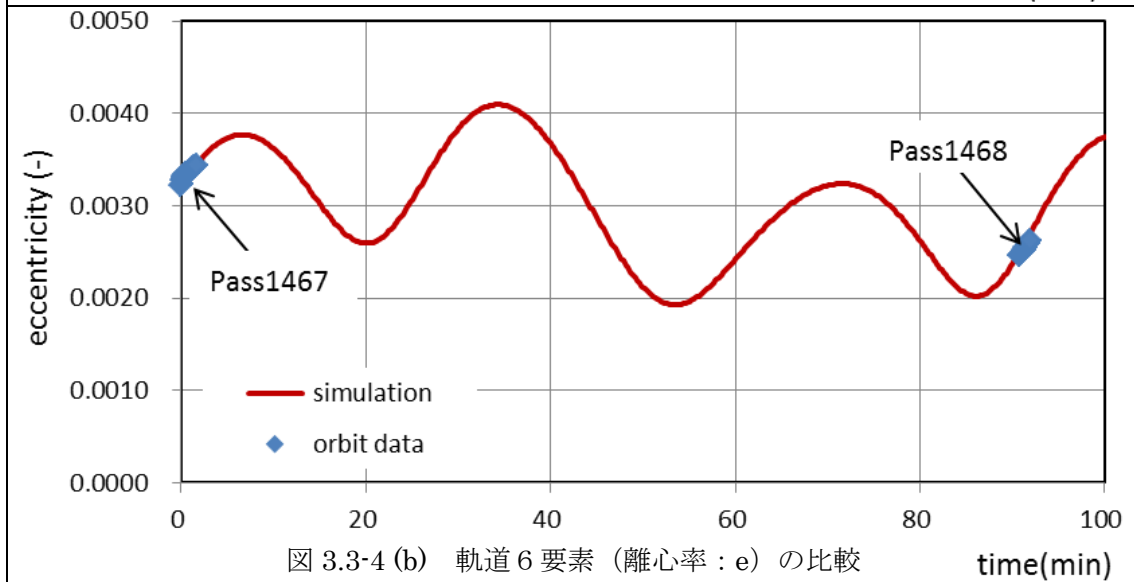


図 3.3-4 (b) 軌道 6 要素 (離心率 : e) の比較

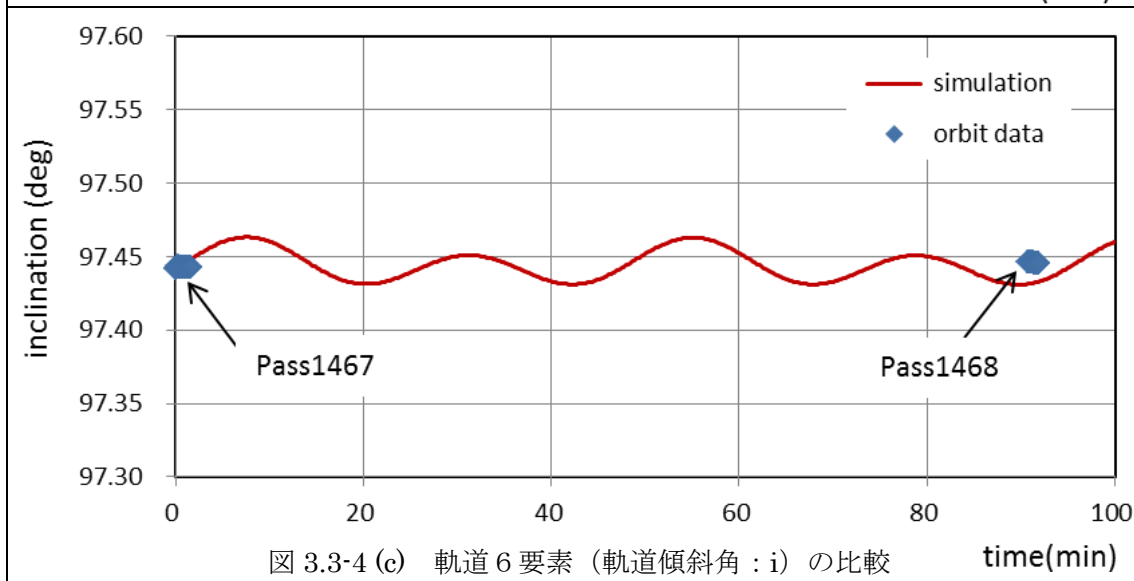


図 3.3-4 (c) 軌道 6 要素 (軌道傾斜角 : i) の比較

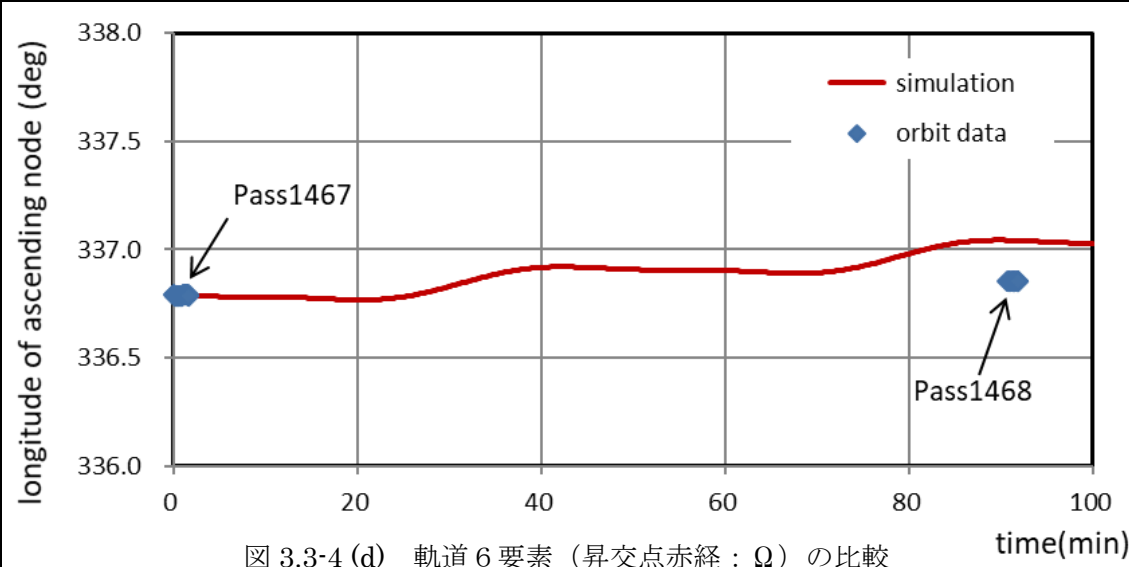


図 3.3-4 (d) 軌道 6 要素 (昇交点赤経 : Ω) の比較

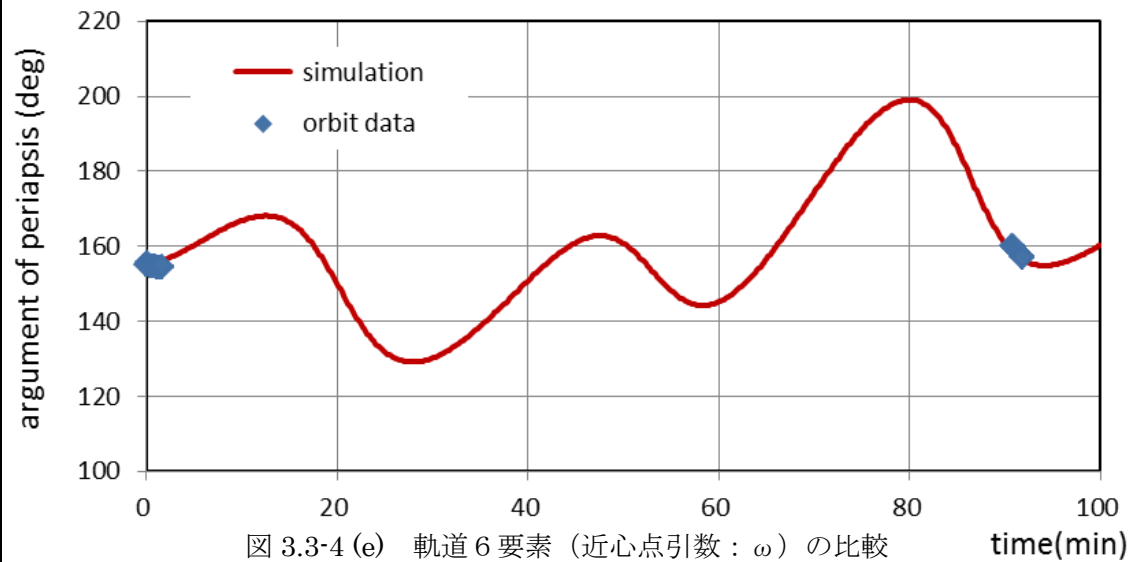


図 3.3-4 (e) 軌道 6 要素 (近心点引数 : ω) の比較

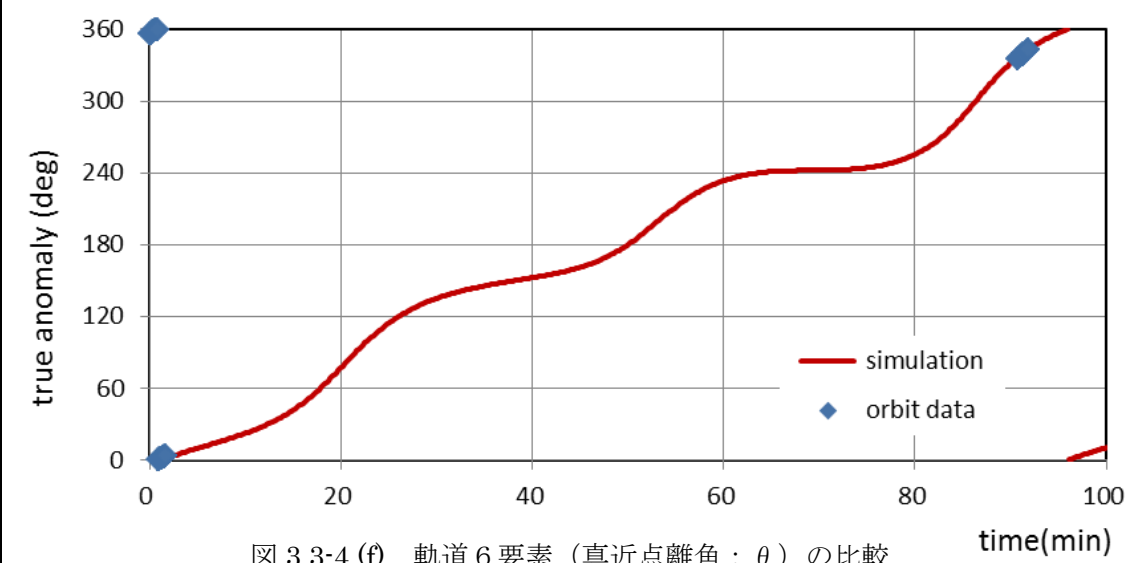


図 3.3-4 (f) 軌道 6 要素 (真近点離角 : θ) の比較

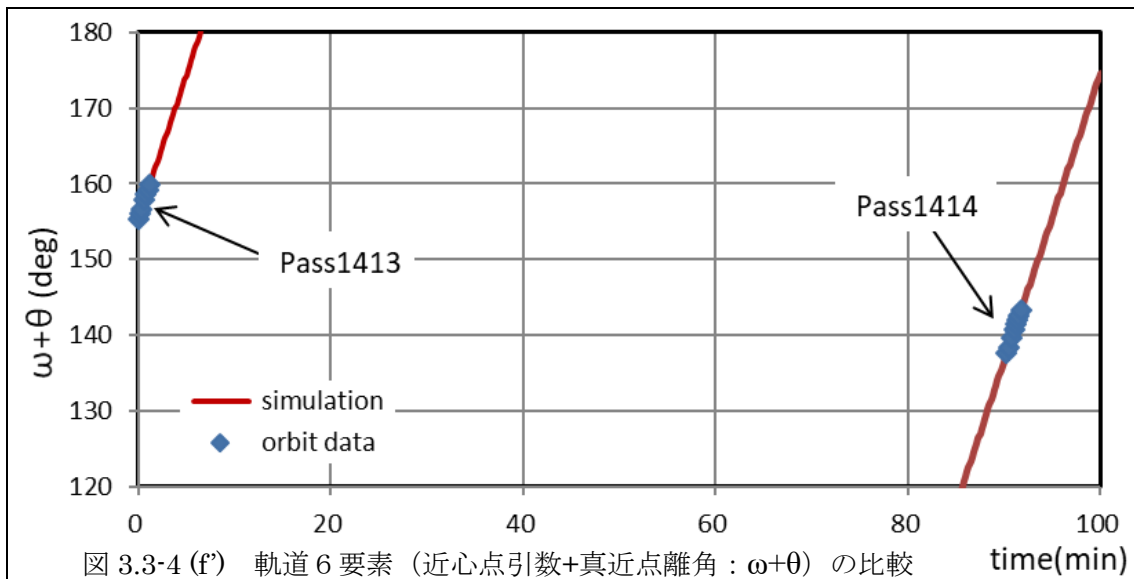


図 3.3-4 (f') 軌道 6 要素 (近心点引数+真近点離角: $\omega + \theta$) の比較

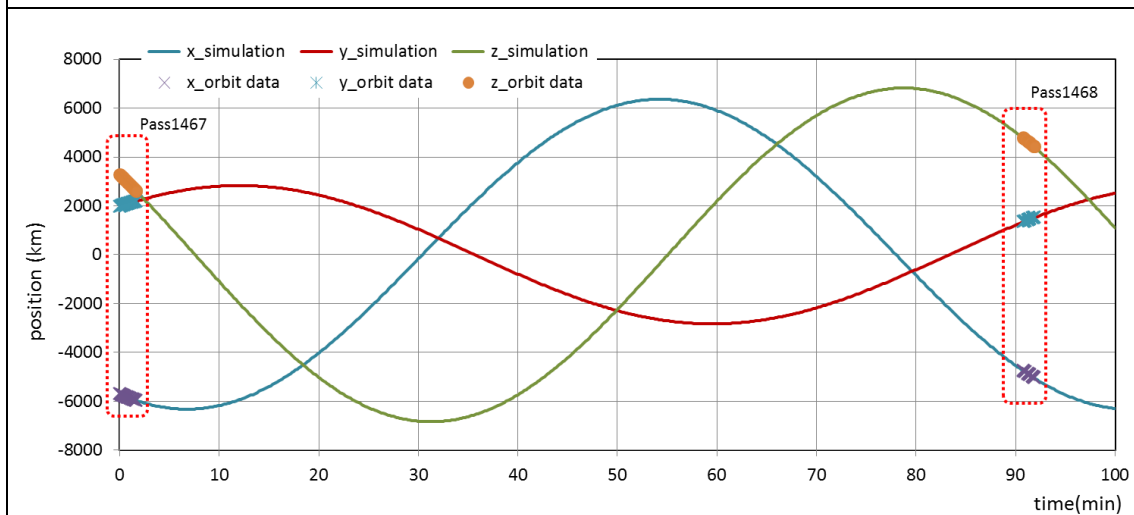


図 3.3-4 (g) 軌道上座標の比較

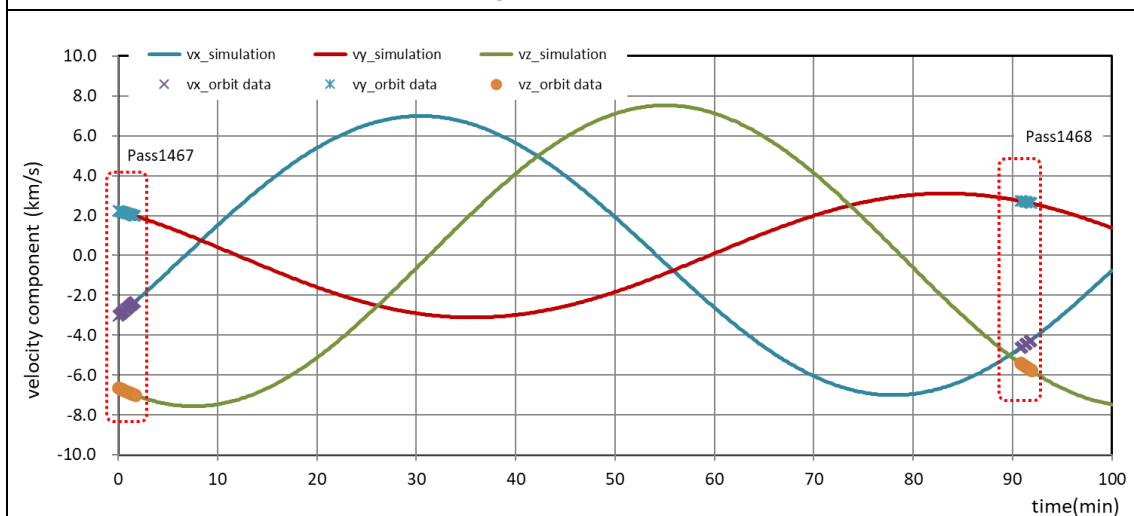


図 3.3-4 (h) 軌道上速度の比較

3. 3. 3 考察

図 3.3-1 から図 3.3-4 に示す計算結果のとおり、2.1 節で述べた軌道解析の手法（運動方程式、軌道 6 要素）は何れも、QSAT-EOS の軌道上データとの整合は良好であることが確認できた。

軌道データと解析結果の比較のまとめを図 3.3-5 及び図 3.3-6 に示す。図は軌道データと解析結果の差を%表示したものであり、図 3.3-5 は Pass1413～Pass1414、図 3.3-6 は Pass1467～Pass1468 の 2 ケースの解析に対応する。

それぞれ、Pass1413 及び Pass1467 の始点から解析を始め、1 周回後の Pass1414 及び Pass1468 における解析結果と軌道データの差を軌道データで正規化した値（%）を評価した。図中 Oe は軌道 6 要素の積分による結果、EoM は運動方程式の積分による結果を示す。

状態変数（位置及び速度）は、何れのケースも運動方程式を積分する方法が良い結果を与えている。しかし、軌道 6 要素のうち離心率の値は、誤差が大きい結果となった。これは、QSAT-EOS の軌道が円軌道に近いと、離心率の値が小さく、誤差が生じやすい結果であったと考えられる。また、近心点引数（ ω ）と真近点離角（ θ ）は、その和で評価すると良好な一致が得られた。

以上のとおり、何れの解析手法も軌道 6 要素に対しては、大きな差はないという結果が得られた。一方、状態変数に対しては、状態変数を直接積分する手法の方が良い結果を与えた。但し、軌道 6 要素を積分する手法でも、その誤差は 1%以下である。

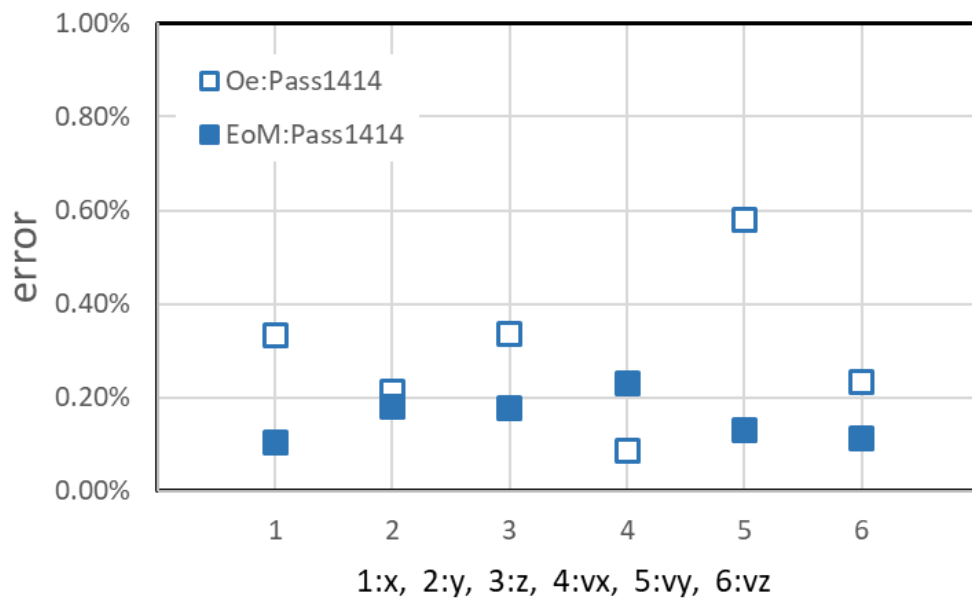


図 3.3-5(a) 軌道データと解析結果の比較 (Pass1413-1414) : 運動方程式積分

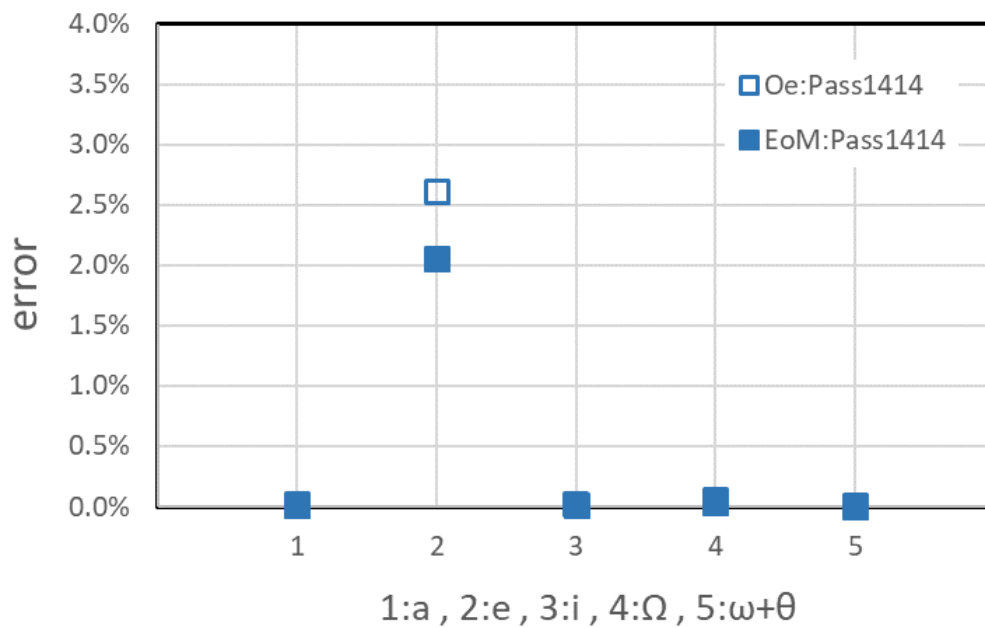


図 3.3-5(b) 軌道データと解析結果の比較 (Pass1413-1414) : 軌道 6 要素

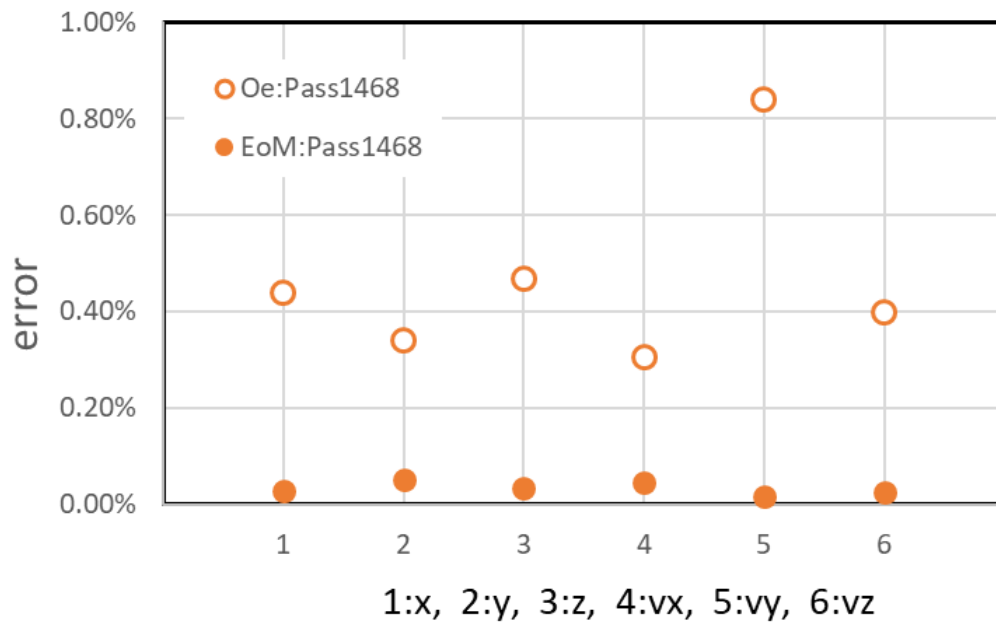


図 3.3-6(a) 軌道データと解析結果の比較 (Pass1467-1468) : 運動方程式積分

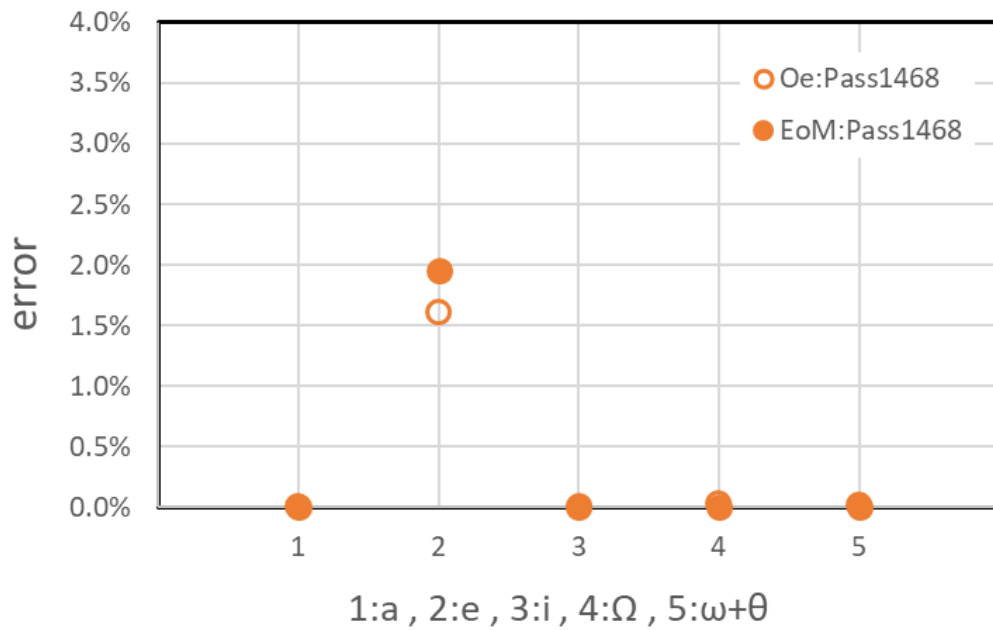


図 3.3-6(b) 軌道データと解析結果の比較 (Pass1467-1468) : 軌道 6 要素

第4章 太陽活動を考慮したデオービット解析

4.1 目的

第1章で述べたとおり、近年の超小型衛星利用は盛んであり、運用を終了した大量の小型衛星が軌道上にデブリとして残存し、宇宙環境の汚染を助長していることが問題視されている¹⁶⁾。このため、IADC(Inter-Agency Space Debris Coordination Committee)は、低高度軌道で運用される衛星の軌道上残存寿命を25年以下とするように提言している¹⁷⁾¹⁸⁾。運用終了後の人工衛星を軌道離脱(デオービット)させる方法としては、スラスタによる減速、導電性テザーに働くローレンツ力を利用する方法、空気抵抗を利用した減速等が提案されている。代表的なデオービットの方式の比較を表4.1-1に示す。

しかし、今後益々打ち上げ機数が増加すると予想される超小型衛星の場合、ペイロードスペースが限られており、デオービットのためのスラスタ及び推進薬、導電性テザー及び付随するデバイスを搭載することは好ましくない。一方、空気抵抗による減速は、ペイロードペナルティが少ないため、超小型衛星にも有望な方法である。超小型衛星が多く投入される軌道高度500km程度であれば、IADCが推奨する25年ルールを満たすが、更に高い高度からのデオービットには、空気抵抗を増加させて再突入までの期間を短縮し、25年ルールを確実に満たすことが必要となる。空気抵抗を増加させる機構として、膨張気球、薄膜セイル等があるが¹⁹⁾²⁰⁾、超小型衛星には、気球膨張のためのガス発生源や複雑な調圧機構を必要とせず、機械的な機構のみで展開できる薄膜セイルが有利であると考えられる。

表 4.1-1 デオービット方式の比較

方 式	利 点	欠 点
スラスタ ²¹⁾	(1)化学推進：必要な減速量を短時間に得られる (2)電気推進：必要な推進薬質量が少ない	(1)推進薬質量がペイロードペナルティとなる (2)長期間にわたる姿勢制御及び電力の確保が課題である
導電性テザー ²²⁾²³⁾	・誘起起電力が得られるのでエネルギーが不要である	テザー展張機構等により複雑になる また、テザー制御等が課題である
薄膜セイル ²⁴⁾	・空気抵抗によるため、エネルギーを必要としない ・比較的簡便で軽量である	・セイル展開機構が必要である

運用終了後の超小型衛星のデブリ化を防ぐために、超小型衛星で通常良く用いられる高度 500～1000km における軌道上寿命の推定、デオービット方式による軌道高度低下率の変化の推定は、超小型衛星の運用における重要な検討項目である。軌道離脱後の衛星の高度変化を予測する研究は多くなされており、NASA が開発した Debris Assessment Software²⁵⁾、JAXA が開発したデブリ発生防止標準支援システム(Debris Mitigation Standard Support Tools : DEMIST)等のツールがある。これらは優れたツールであるが、モデルの詳細は公開されておらず、第 3 者による改善・高精度化は難しい。

ここでは、空気抵抗による衛星軌道高度変化において、太陽活動が大気密度に与える影響の重要性を示す。そのために、2014 年 11 月に打ち上げられた超小型衛星「ほどよし 1 号」及び「QSAT-EOS」の軌道高度データを用い、その影響を定量的に分析した。さらに、デオービットセイルを有する超小型衛星の力学モデルを提案し、デオービットセイル展開後の軌道高度の変化を解析するシミュレーション結果を報告する。特に、太陽活動が大気密度に与える影響、デオービットセイルを展開した形態の衛星の抵抗係数について、シミュレーションの結果と軌道データの比較により考察する。併せて、太陽活動の大気密度に対する影響を考慮した Euler-Hill 方程式の解析解との比較も評価する。

4. 2 軌道データによる軌道解析の検討

4. 2. 1 摂動要因を考慮した運動方程式

第 2 章で述べたとおり、地球の軌道を周回する人工衛星には、空気抵抗の他、地球重力ポテンシャル、太陽及び月の引力等、種々の外力加速度が働くが、軌道高度に影響を与える加速度は空気抵抗による減速加速度である²⁶⁾。これは、大気抵抗が常に減速方向に作用するのに対して、大気抵抗以外の要因による加速度が、軌道周回毎に加減速として作用し、減速効果が相殺されるためである。外力加速度を考慮した人工衛星の運動方程式は、式(4.2-1)及び式(4.2-2)で与えられる。

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \cdot \vec{r} + \vec{p} \quad (4.2-1)$$

$$\vec{p} = -\frac{1}{2}\rho \cdot |\vec{v}_{rel}| \cdot B \cdot \vec{v}_{rel} \quad (4.2-2)$$

ここで、 $|\cdot|$ はベクトルの絶対値を示す。

4. 2. 2 軌道データ

2014 年 11 月 6 日に打ち上げられた超小型衛星「ほどよし 1 号」と「QSAT-EOS」の軌道投入直後から 2017 年 2 月 6 日までの半長軸の推移を図 4.2-1 に示す。このデータは米国の JSpOC (Joint Space Operations Center: 現在 CSpOC (Combined Space Operations Center)、2018 年 7 月に改編) が検出・追跡・識別し、公開されている。

2 つの衛星は、表 4.2-1 に示すとおり、ほぼ同等の物理諸元を有しているが、「ほどよし 1 号」と比べ、「QSAT-EOS」は高度の低下が大きいことが分かる。「QSAT-EOS」はデオービットセイルを搭載しており、運用終了後に展開して運用軌道を離脱、再突入する計画になっていた。運用軌道投入後の軌道高度の低下が大きいことから、「QSAT-EOS」は運用軌道投入直後から意図せず、デオービットセイルが展開した可能性があると推察される。

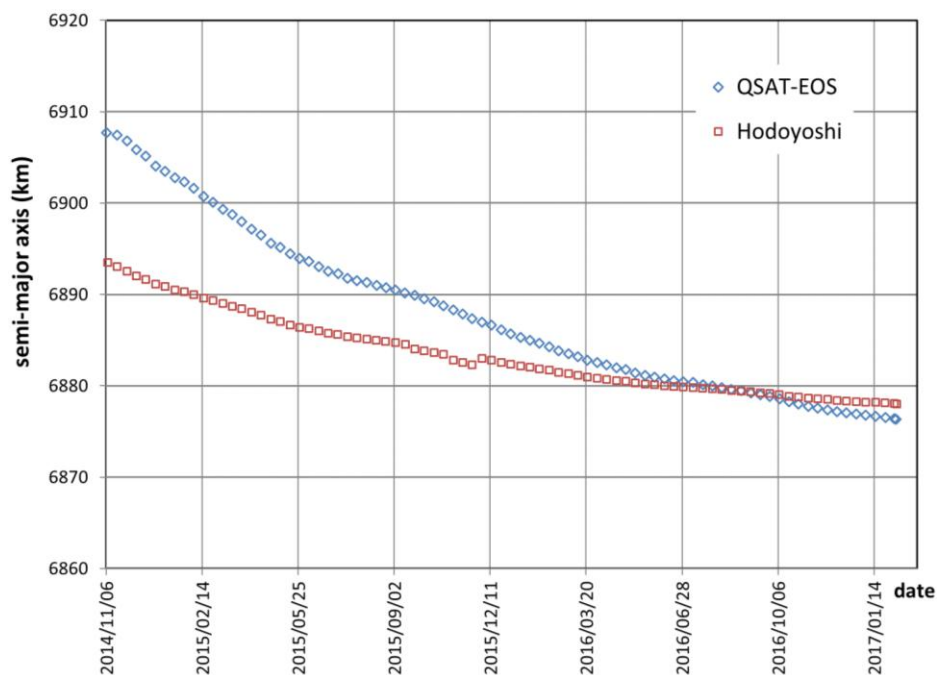


図 4.2-1 「ほどよし 1 号」と「QSAT-EOS」の軌道データ（半長軸）

表 4.2-1 「ほどよし 1 号」と「QSAT-EOS」の概要（物理諸元）²⁷⁾²⁸⁾²⁹⁾

項 目	ほどよし 1 号	QSAT-EOS
寸 法	50 × 50 × 50 cm	50 × 50 × 50 cm (運用時) 50 × 50 × 350 cm (オービットセイル展開時)
質 量	60kg	50kg

4. 2. 3 軌道解析結果（ほどよし 1 号）

(1) シミュレーション条件

「ほどよし 1 号」の軌道シミュレーションは 2.1 節で示した運動方程式により、表 4.2-2 に示す条件で実施した。なお、図 4.2-1 の「ほどよし 1 号」の 2015 年 10 月～12 月のデータにある不連続点は軌道制御を行ったことによるものであるため、軌道制御前後の 2 つの区間に対して解析した。区間①は 2014 年 11 月 6 日を起点とした 320 日間、区間②は 2015 年 12 月 31 日を起点とした 400 日間である。

表 4.2-2 「ほどよし 1 号」シミュレーション条件

項 目	諸 元	備 考
軌道要素)	a (半長軸) = 6893.5 km e (離心率) = 0.001328 i (傾斜角) = 97.48° O (昇交点) = 29.94° w (近心点引数) = 184.61° v (真近点離角) = 175.60°	2014 年 11 月 7 日 11:50 の値
抵抗係数	2.5	文献 11) の推奨値
代表面積	0.25(m ²)	1 辺 50cm の立方体の正面面積

(*) 衛星は初期の姿勢安定化（デタンプリング）を完了し、衛星正面が飛行方向に正対しているとした。

(2) シミュレーション結果

式(4.2-1)及び(4.2-2)を用いて、表 4.2-3 の条件で実施した「ほどよし 1 号」の解析結果を図 4.2-2 に示す。図 4.2-2 (a)は区間①、第 4.2-2 図(b)は区間②の結果である。シミュレーションでは、式(4.2-2)の大気密度 ρ に USSA76³⁰⁾の大気モデルを用いた。

なお、図 4.2-2 の時間軸は、区間①の開始時点（2014 年 11 月 6 日）を基準としている。区間①の 320 日間の軌道高度低下量は、軌道データ及び解析共に約 8.5km であり、概ね一致しているが、高度変化の傾向は、解析が直線的であるのに対して、軌道データは曲線的であるという違いがある。また、区間②の 400 日間の軌道高度低下量は解析では約 14km であるが、軌道データは約 4.3km であり、違いが大きい。

これは、大気モデル USSA76 が太陽活動の大気密度に対する影響を考慮していない静的モデルであるためであり、その使用限界について、Daniel L. Oltrogge³¹⁾らが指摘している。

一方、太陽活動が大気密度に及ぼす影響については、多くの研究³²⁾³³⁾³⁴⁾³⁵⁾があるが、以下では太陽活動を代表する太陽黒点数と波長 10.7cm の電波フラックス (F10.7 値) 及び大気密度の関係を比較的簡便に、かつ直接的に表わす文献 36) のモデル(以下 Wertz のモデル)を用いる。

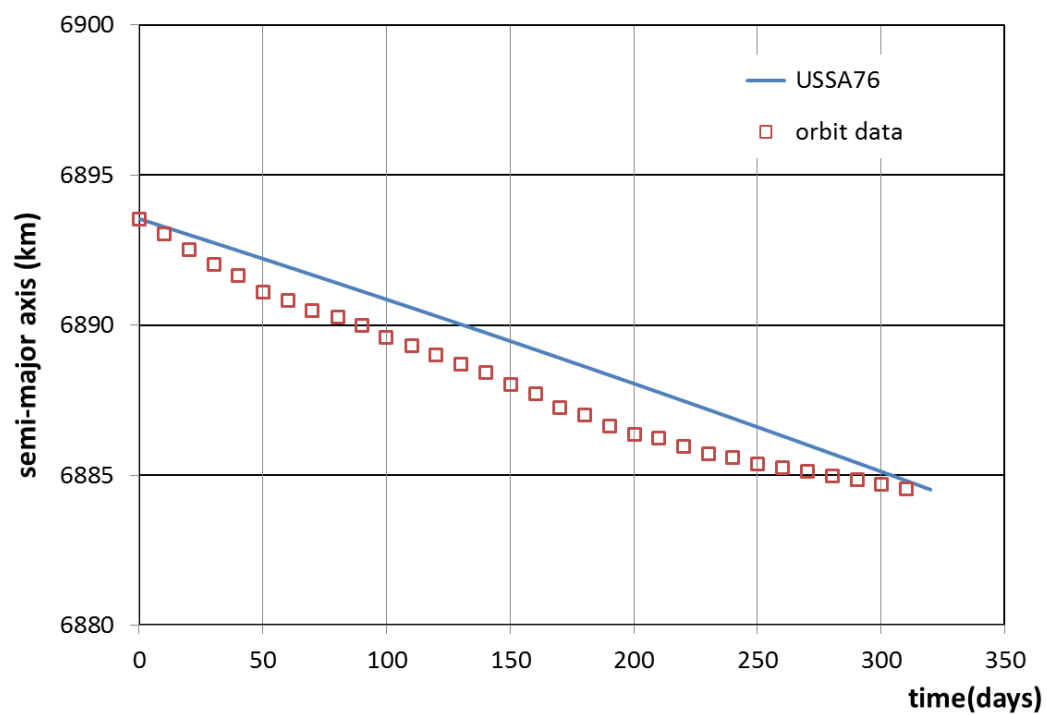


図 4.2-2 (a) 半長軸の軌道データと解析の比較
(「ほどよし 1 号」 2014 年 11 月 6 日から 320 日間)

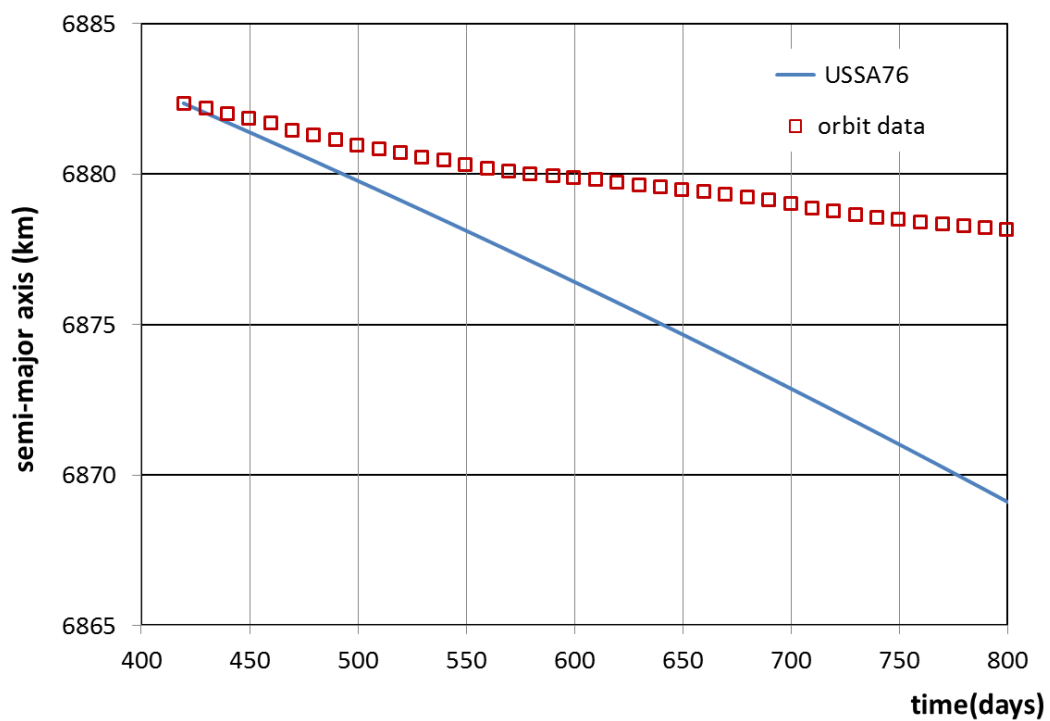


図 4.2-2 (b) 半長軸の軌道データと解析の比較
(「ほどよし 1 号」 2015 年 12 月 31 日から 400 日間)

4. 2. 4 太陽活動の影響を考慮した軌道解析

衛星の軌道高度を低下させる大気の抵抗は、大気密度に大きく影響されるが、大気密度は太陽活動によって変化することが知られている³⁷⁾³⁸⁾³⁹⁾。太陽活動を表す指標である F10.7 値の観測値は、The Center for Space Standards & Innovation (CSSI)が提供している HP、CelesTrack の Space Weather Data Documentation⁴⁰⁾により得ることができる。2014 年初から 2018 年末までのデータを図 4.2-3 に示す。図 4.2-3 より、F10.7 値は短期間に大きく変動していることが分かる⁴¹⁾。

一方、1930 年から現在までの太陽黒点数の推移と標準偏差は図 4.2-4 に示すとおりであり、概ね 11 年の周期で変化していることが分かる。

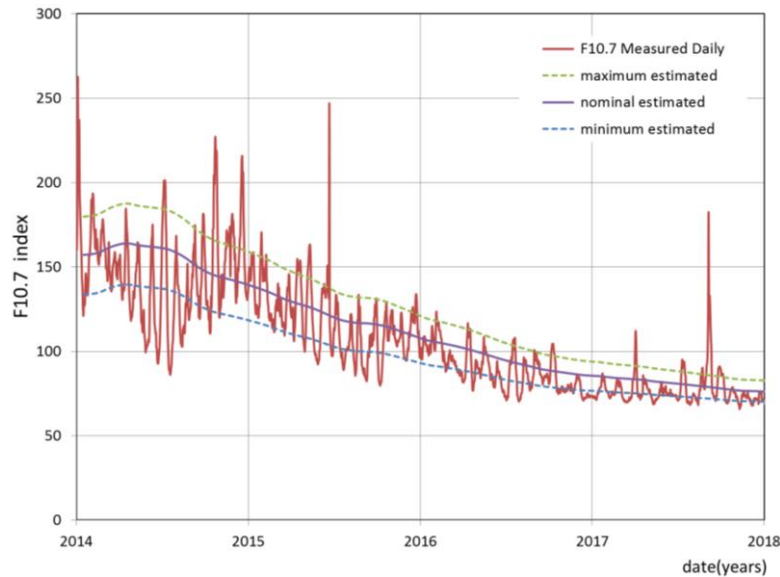


図 4.2-3 F10.7 値の変化（2014 年 1 月から 2018 年 12 月

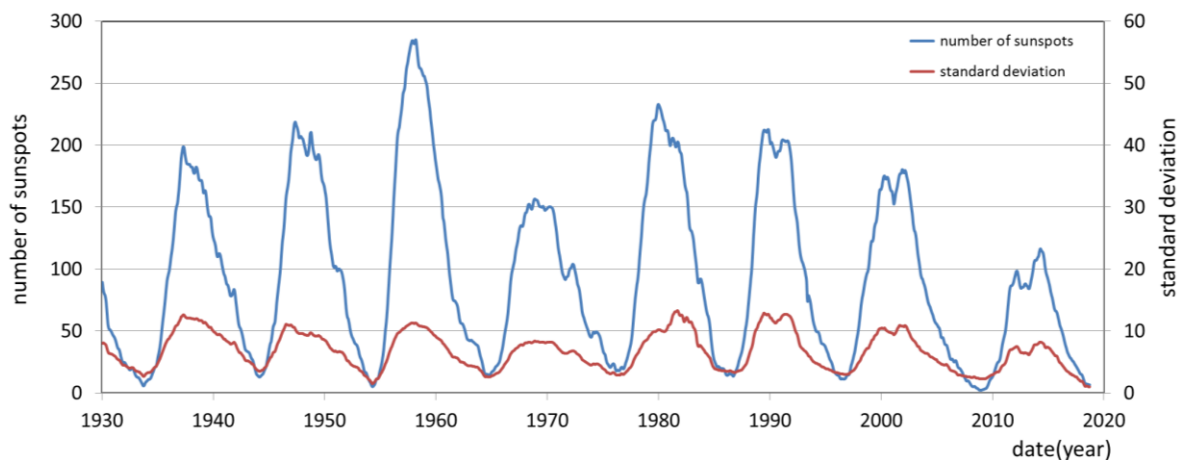


図 4.2-4(a) 太陽黒点数の推移（1930 年～現在）⁴²⁾

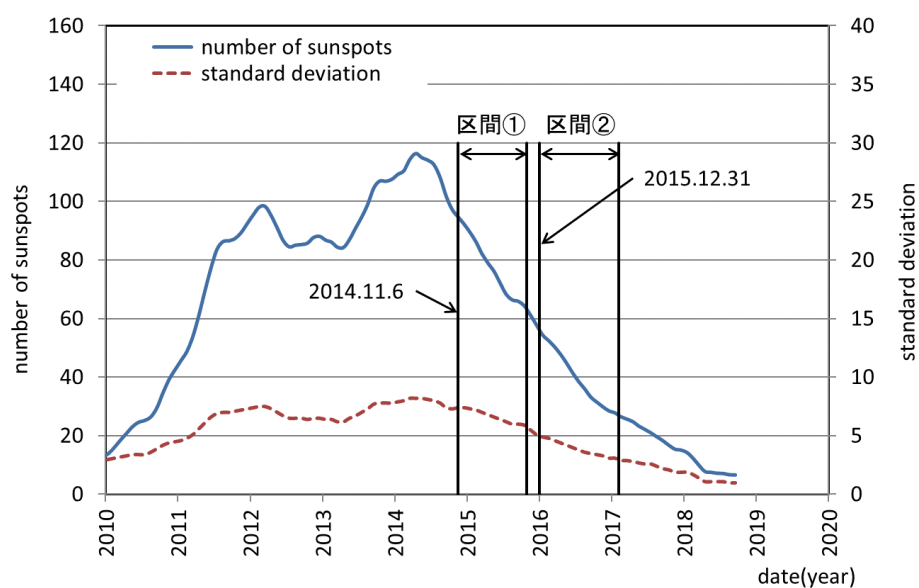


図 4.2-4(b) 太陽黒点数の推移 (2010 年～現在) (拡大)

太陽黒点数と F10.7 値のデータを統計的に処理し、その関係を整理したものが、図 4.2-5 である。図 4.2-5 は 1947 年から 1990 年の間の太陽黒点数と F10.7 値の観測値の月毎平均値を示すが、両者の関係には変動があり、最大値、平均値、最小値は、それぞれ、式(4.2-3)、(4.2-4)、(4.2-5)で近似される。

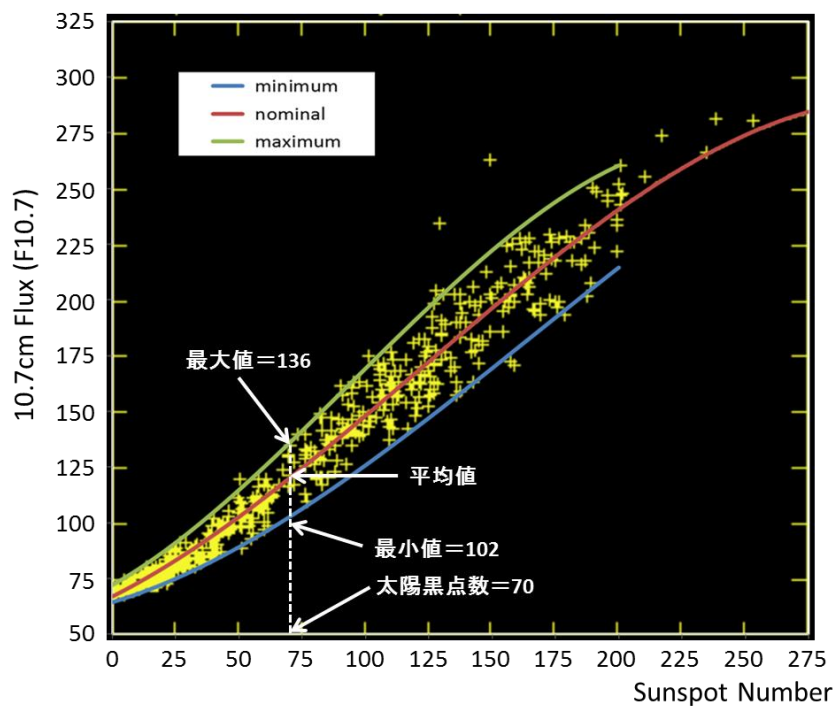


図 4.2-5 太陽黒点数と F10.7 値の関係 ⁴³⁾

$$\text{＜最大値＞ } F10.7_{max} = 72.1 + 0.646 \cdot R + (0.0710R)^2 - (0.0261R)^3 \quad (4.2-3)$$

$$\text{＜中央値＞ } F10.7 = 67.0 + 0.572 \cdot R + (0.0575R)^2 - (0.0209R)^3 \quad (4.2-4)$$

$$\text{＜最小値＞ } F10.7_{min} = 64.4 + 0.342 \cdot R + (0.0584R)^2 - (0.0190R)^3 \quad (4.2-5)$$

ここで、図 4.2-4 の太陽黒点数を使って、図 4.2-5 の関係から F10.7 値を推定した結果を図 4.2-3 に重ねて示す。図 4.2-5 の関係を用いることで、F10.7 値の大きな変動が平滑化され、計測値の変動範囲を概ね良く表していることが分かる。

文献 26)は、太陽活動の指標である太陽黒点数から得られる F10.7 値をパラメータとして、高度に対する大気密度の変化を図 4.2-6 のとおり示している。

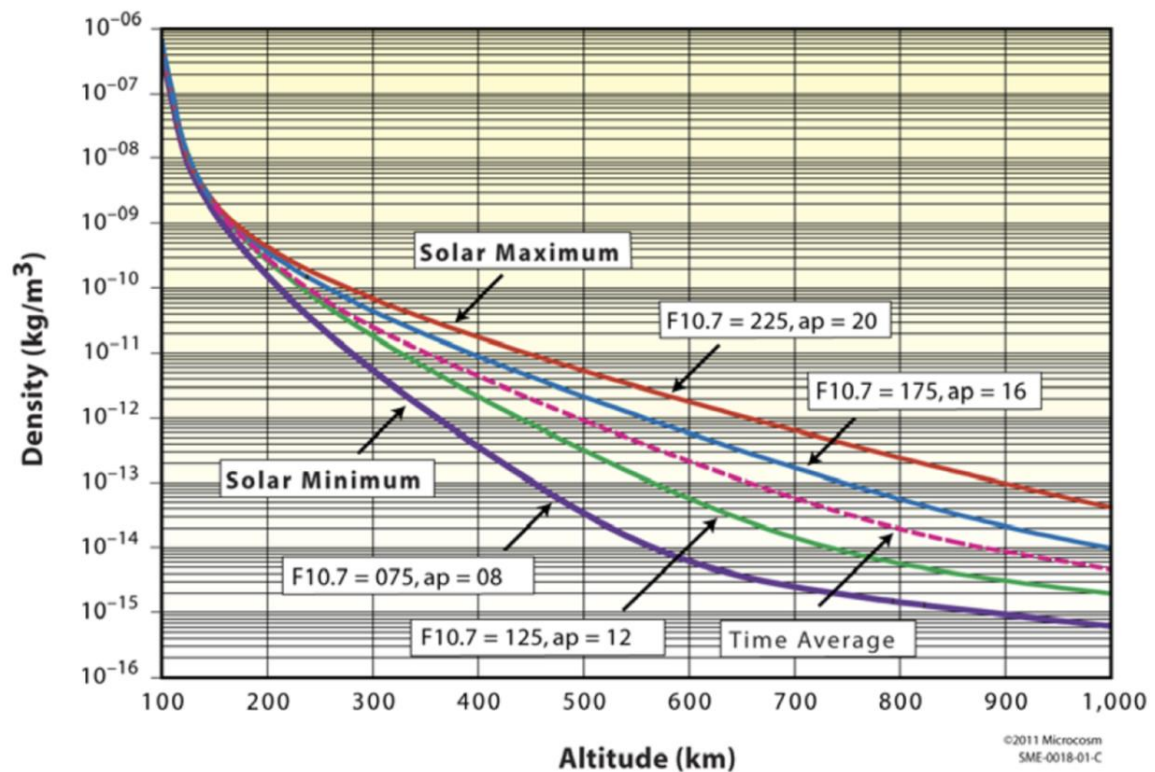


図 4.2-6 F10.7 値毎の高度と大気密度の関係 ³⁶⁾

4.2.3 節で解析した「ほどよし 1 号」に対しては、図 4.2-4 より、区間①の黒点数は約 95～65 個（標準偏差 7～6 個）、区間②の黒点数は約 55～27 個（標準偏差 5～3 個）で変動していることが分かる。さらに、図 4.2-5 に示されるとおり、黒点数と F10.7 値の関係にも変動幅があり、例えば区間①内の中間期において黒点数を 70 としても、F10.7 値の最大値と最小値の変動は 34 程度ある。従って、この時期の「ほどよし 1 号」の軌道高度が約 500km

であることを考慮すれば、図 4.2-6 から得られる大気密度は、区間①で $3.4 \times 10^{-14} \sim 3.5 \times 10^{-13} \text{kg/m}^3$ 、区間②で $9.5 \times 10^{-14} \sim 2.2 \times 10^{-12} \text{kg/m}^3$ 程度の幅があると考えられる。従って、Wertz のモデル（図 4.2-6）を用いて大気密度を推定する場合、F10.7 値の変動を考慮しなければならないことが分かる。

この変動を考慮して「ほどよし 1 号」の軌道を再度検討した。解析手順を図 4.6-7 に、解析の結果を図 4.2-8 に示す。解析は 4.2(2)節と同様、2 つの区間に対して実施し、図 4.2-8 の時間軸は区間①の開始時点（2014 年 11 月 6 日）を基準としている。まず、検討する日時の太陽黒点数を図 4.2-4 より求め、この太陽黒点数を用いて図 4.2-5 より推定した F10.7 値の平均値(式(4.2-4))から図 4.2-6 より得られる大気密度を用いた結果を 'Average' で示す。また、太陽黒点数の最大値で推定した F10.7 値の最大値(式(4.2-3))より得られる大気密度を用いた結果を 'Maximum' で示す。さらに、平均値の大気密度に対して修正係数を適用し、それぞれの区間で軌道データに最も良く一致するものを求めた。その結果、区間①では修正係数 1.9、区間②では修正係数 2.8 の場合に軌道上データと近い結果が得られた。

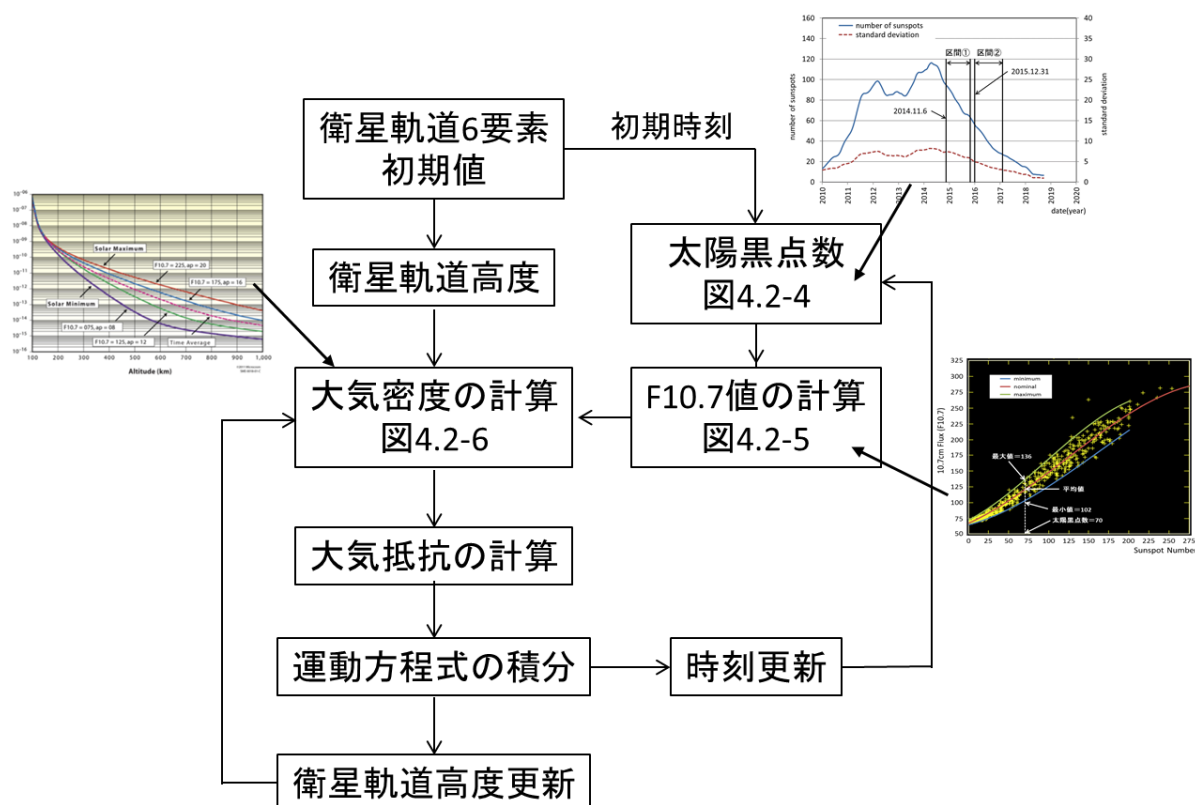


図 4.2-7 軌道高度計算の手順

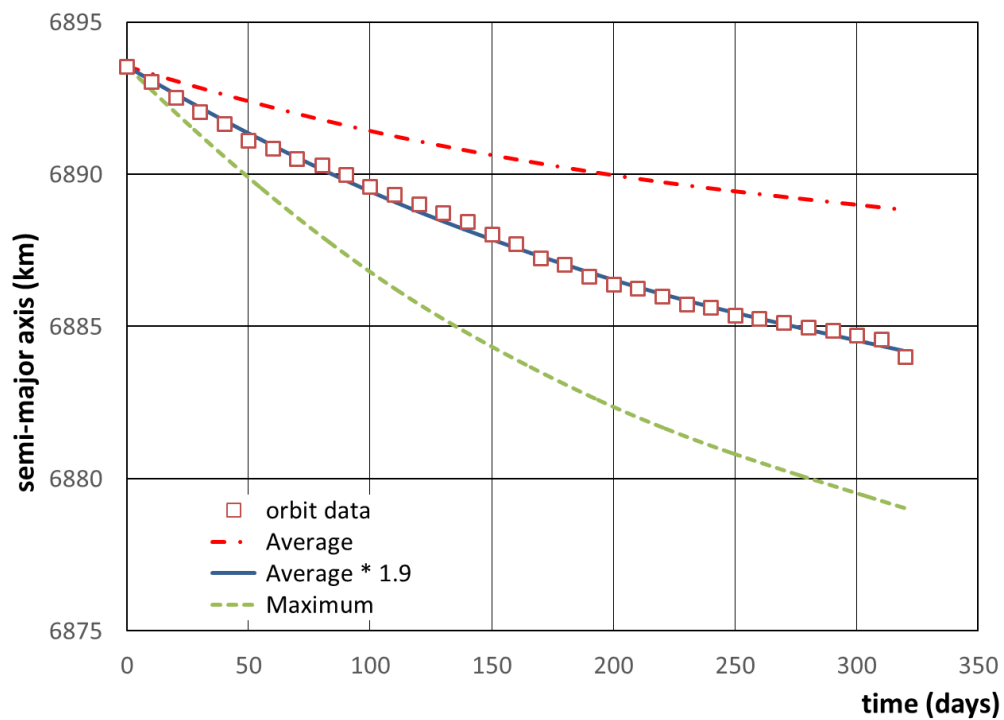


図 4.2-8 (a) 半長軸の変化 (シミュレーション結果)
 (「ほどよし 1 号」 2014 年 11 月 6 日から 320 日間)

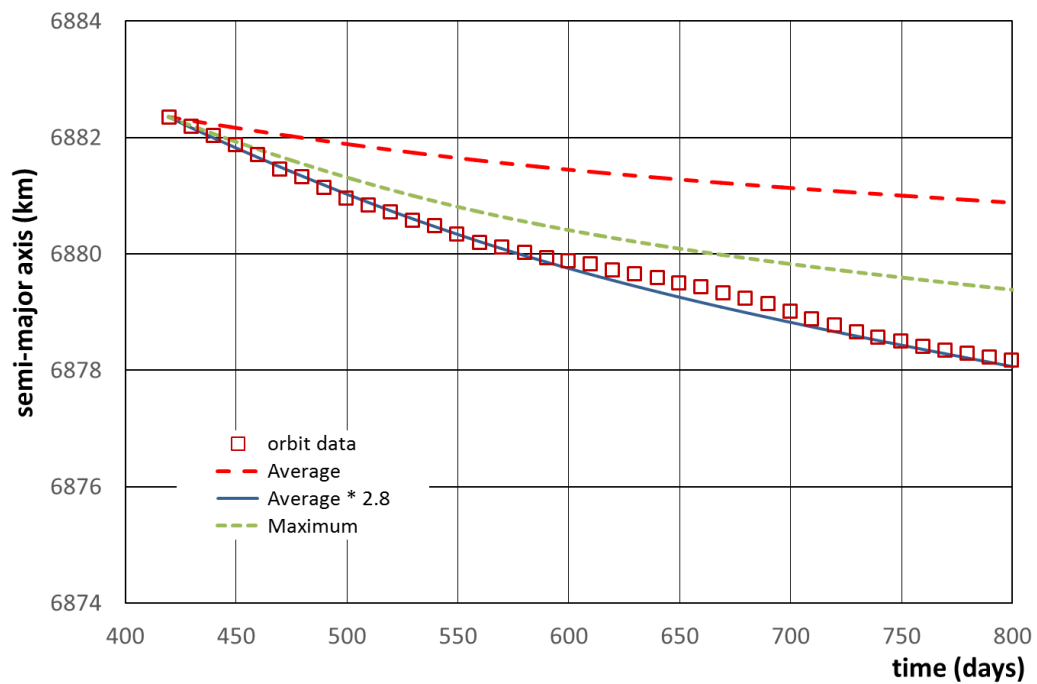


図 4.2-8 (b) 半長軸の変化 (シミュレーション結果)
 (「ほどよし 1 号」 2015 年 12 月 31 日から 400 日間)

以上のとおり、Wertz のモデルは太陽活動の大気密度に対する影響を考慮しているが、F10.7 値と太陽黒点数の関係には変動幅があるため、実際の大気密度を推定するには、修正係数を用いることが必要である。区間①の修正係数 (1.9) は、Wertz のモデルの平均値と最大値の間に入っているが、区間②の修正係数 (2.8) は、最大値の範囲を超える結果になっている。従って、図 4.2-6 の F10.7 値と大気密度の関係を示すモデルにおいて、F10.7 値が 75 のカーブは実際よりも小さくモデル化されている可能性が高い。また、図 4.2-5 から分かるとおり、太陽活動が弱くなると F10.7 値は約 75 に収束し、変動幅も小さくなるため修正係数が変動幅の最大値を超えることが起こりやすくなることも推察される。

本論文で示した太陽黒点数から大気密度を推定する手法では、太陽黒点数の周期性から、設計時においても将来の大気密度を推定しやすいという利点がある。ただし、推定される F10.7 値には幅があり、上下限幅及び修正係数を適切に決定する手法については、実軌道データを用いた更なる研究の余地がある。

4. 3 QSAT-EOS のデオービットセイルに対する解析

4. 3. 1 デオービットセイルのモデル化

(1) デオービットセイルの概要

「QSAT-EOS」には、運用終了後のデブリ発生防止の 25 年ルールを遵守するために、空気抵抗を増加させるデオービットセイルを搭載している。デオービットセイルは運用時には収納されており、運用終了後に展開される。セイルの展開膜はカプトン製で昇り旗形状の展開方式を採用している。

デオービットセイルの概要を図 4.3-1 に、展開時のイメージを図 4.3-2 に示す。

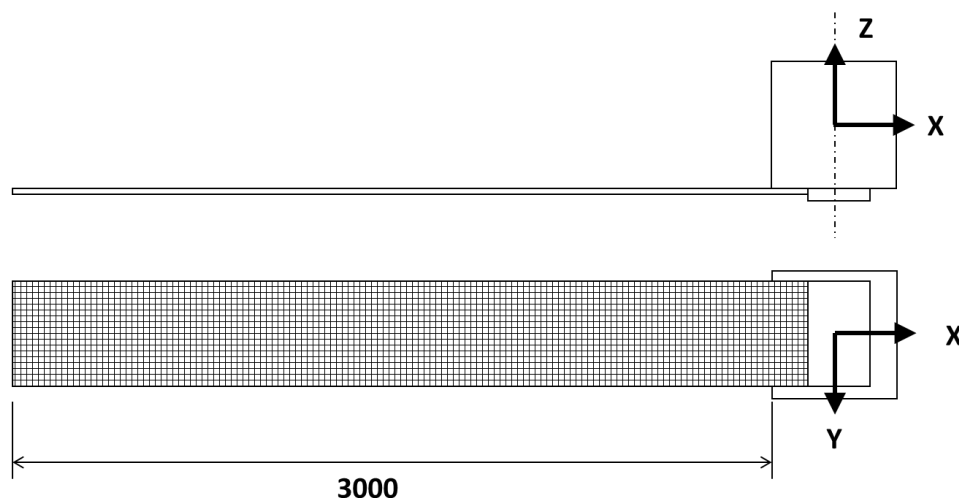


図 4.3-1 デオービットセイルの概要（形状寸法）

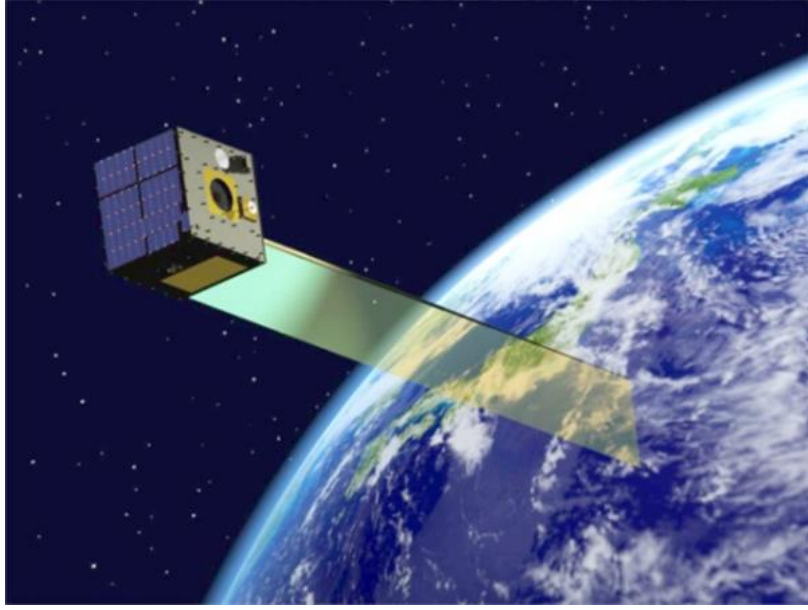


図 4.3-2 デオービットセイルの概要（展開時イメージ）

4.2 節で述べたとおり、「QSAT-EOS」の高度低下は、同等の物理諸元を有する「ほどよし 1 号」に比べて大きいと推察される。そこで、「ほどよし 1 号」の解析結果（大気密度の修正係数）を用いて、「QSAT-EOS」の軌道を計算し、軌道データとの整合性から、逆にデオービットセイルの展開量の推定を試みる。

(2) デオービットセイルモデル

デオービットセイル展開時の衛星の大気抵抗モデルを下記のとおり設定した。デオービットセイル展開後の衛星は衛星本体（1 辺が 0.5m の立方体）とデオービットセイル（0.5m×展張量（m）の平板）からなるとし、衛星機体軸における相対速度の各軸成分に対して大気抵抗係数を、それぞれ式(4.3-1)、(4.3-2)、(4.3-3)で表されたとした。図 4.3-3 に大気抵抗モデルと相対速度の関係を示す。

$$x \text{ 軸: } (C_D)_{sat-x} = (C_D)_{cube} + (C_D)_{plate-t} \cdot \frac{A_{sail}}{A_{body}} \quad (4.3-1)$$

$$y \text{ 軸: } (C_D)_{sat-y} = (C_D)_{cube} + (C_D)_{plate-t} \cdot \frac{A_{sail}}{A_{body}} \quad (4.3-2)$$

$$z \text{ 軸: } (C_D)_{sat-z} = (C_D)_{cube} + (C_D)_{plate-n} \cdot \frac{A_{sail}}{A_{body}} \quad (4.3-3)$$

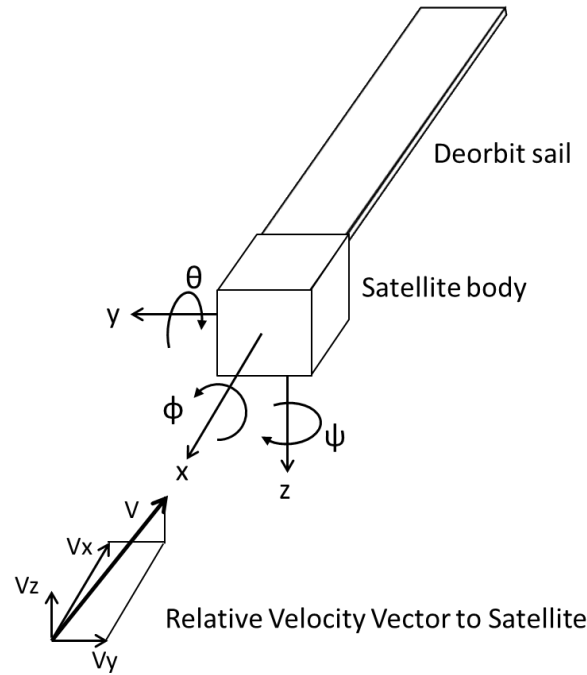


図 4.3-3 衛星モデルと相対速度の関係

ここで、 $(C_D)_{cube}$ は立方体の抵抗係数、 $(C_D)_{plate-t}$ は平板の気流方向の抵抗係数、 $(C_D)_{plate-n}$ は平板の気流直角方向の抵抗係数、 A_{body} は衛星本体の正面面積、 A_{sail} はデオービットセイルの面積である。なお、衛星全体の抵抗係数 $(C_D)_{sat}$ の基準面積は衛星本体の正面面積(A_{body})とした。

式(4.3-1)、式(4.3-2)、式(4.3-3)による衛星の空気抵抗モデルは、飛行速度方向に対する衛星の姿勢に依存するため、軌道上での衛星の姿勢の変化を推定する必要がある。QSAT-EOSが軌道上で姿勢制御を行った時の衛星の姿勢角速度センサ(FOG : Fiber Optical Gyro)データの一例を図 4.3-4 に示す。このデータは地心指向制御の例であり、指向制御開始と同時にアクチュエータにより角加速度を発生させ、一定角速度に達した後にしばらくその状態を保持し、指向完了時点で角速度が零となるように逆方向の角加速度を発生させている。表 4.3-1 には、衛星の角速度が安定した区間における各軸まわりの角速度を示す。各成分を合成した値は、約 $2.3^\circ / s$ であった。

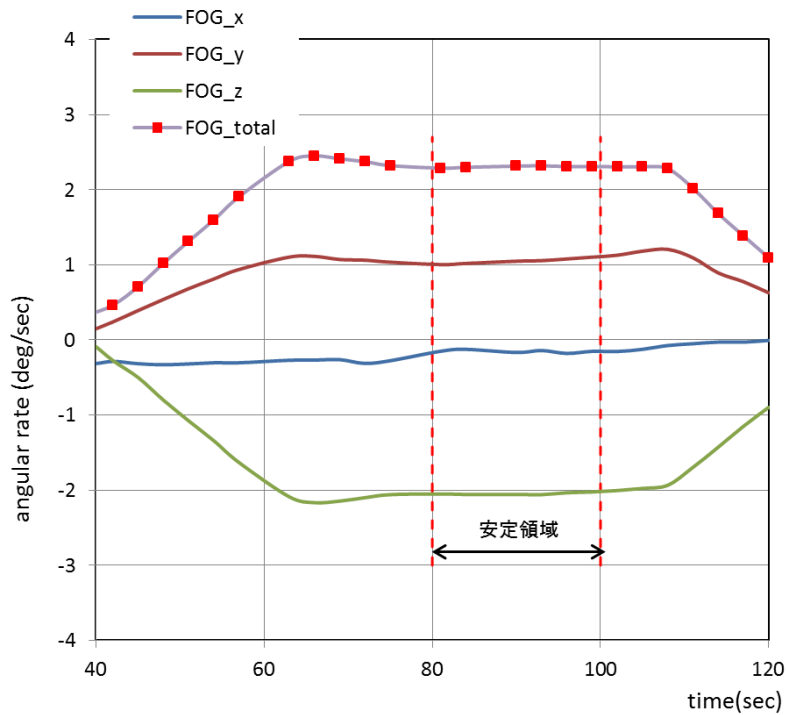


図 4.3-4 QSAT-EOS 姿勢角速度データ

表 4.3-1 機体軸回り角速度 ([QSAT-EOS] FOG データ)

x 軸回り (ロール) 角速度	-0.14 °/s
y 軸回り (ピッチ) 角速度	1.09 °/s
z 軸回り (ヨー) 角速度	-2.02 °/s
合成値	2.30 °/s

式(4.3-1)、式(4.3-2)、式(4.3-3)で示すモデルを用いて、デオービットセイル展開量を 3m (最大) とした時の衛星に働く空気抵抗力を計算した結果の例を図 4.3-5 に示す。これはピッチ軸回りに 2.3°/s の角速度を与えた場合の空気抵抗の履歴である。

一般的な衛星は、ミッション終了後に軌道離脱する段階では積極的な姿勢制御はしないため、衛星の気流に対する姿勢はタンブリング運動により、時間と共に変化する。そこで、まず「QSAT-EOS」の初期角速度を用いて、各軸の合成値が 2.3°/s となるように、初期角速度をランダムに与えた。図 4.3-6 は、空気抵抗の時間履歴の一例である。

デオービットセイルの影響は、ピッチ角が 90° で気流に垂直の姿勢が維持される場合に最大となる。そこで、姿勢の回転によって空気抵抗が変化する場合の平均的効果を、最大値に対する割合として評価した。その結果、図 4.3-5 の場合の平均値は最大値の約 60%であり、図 4.3-6 の場合は約 50%であった。さらに、角速度の合成値が 2.3°/s となるようなラ

ランダムな初期角速度を 20 とおり作成して、最大値に対する比率と平均抵抗値を計算した結果を図 4.3-7 に示す。衛星全体に働く空気抵抗の平均値は、衛星各軸まわりの角速度によらず、図 4.3-6 の場合と同様に、最大値の約 50%であった。

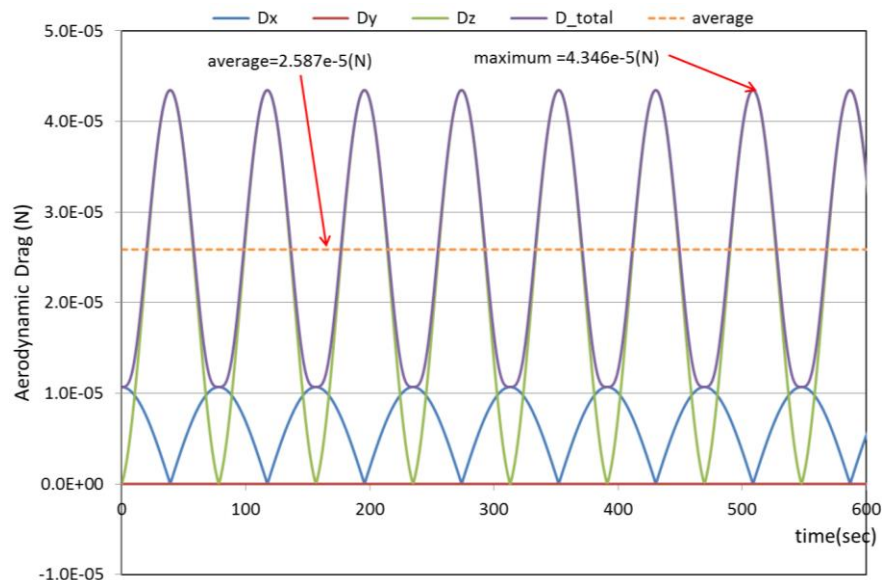


図 4.3-5 衛星空気抵抗の計算例

[初期角速度 (° /s) : ロール=0.0、ピッチ=2.30、ヨー=0.0]

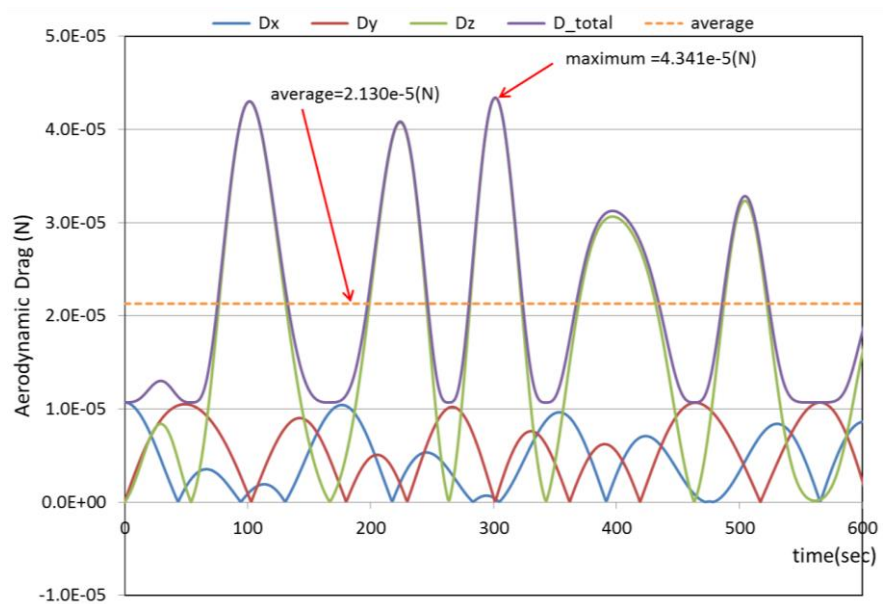


図 4.3-6 衛星空気抵抗の計算例

[初期角速度 (° /s) : ロール=0.32、ピッチ=0.95、ヨー=2.07]

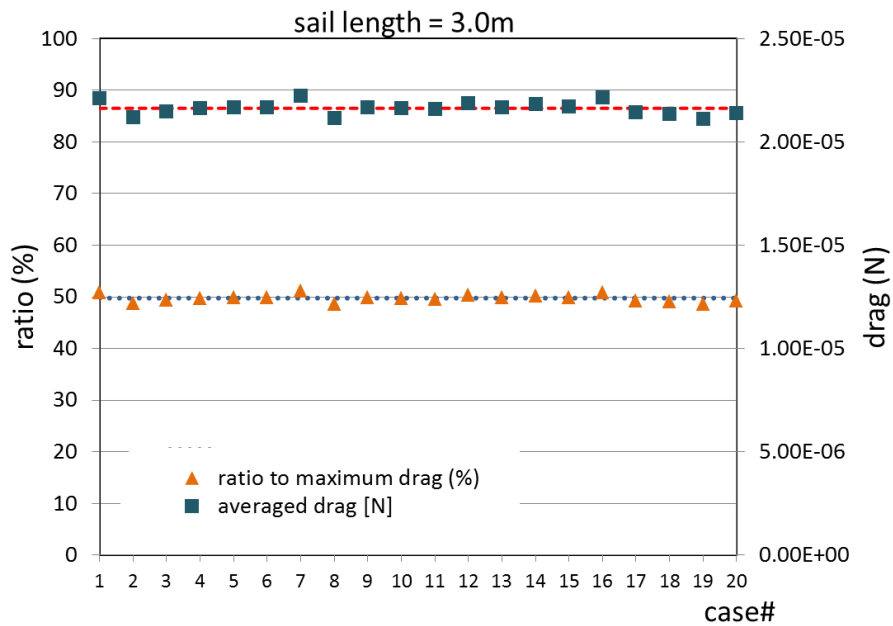


図 4.3-7 ランダムな角速度の場合の空気抵抗の平均値
(デオービットセイル展開量=3.0m：試行回数 20 回)

さらに、デオービットセイルの展張量をパラメータとして 2.5m から 0.0m まで 0.5m 刻みで変化させ、同様の計算を実施した結果を図 4.3-8 に示す。

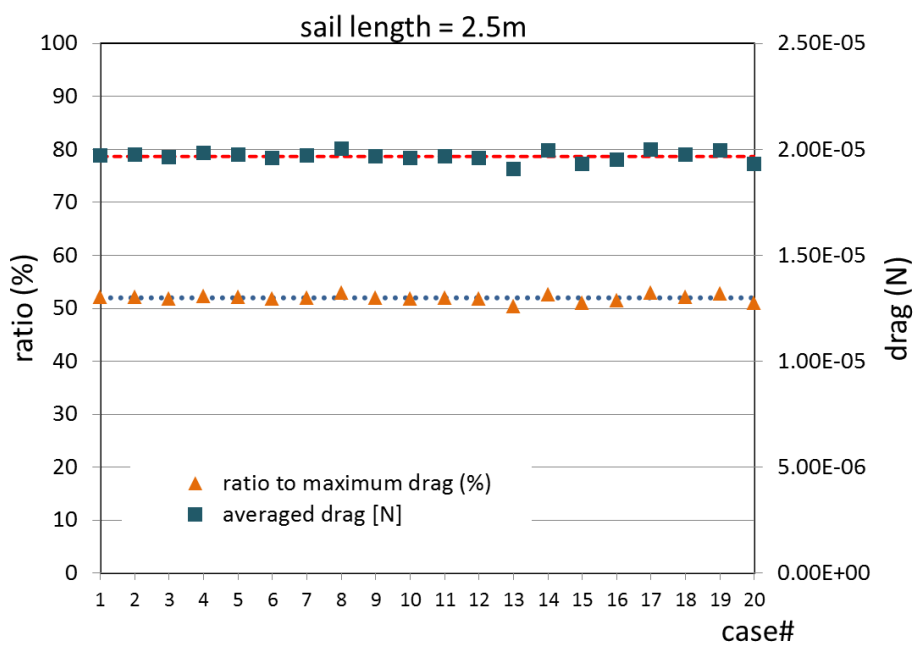


図 4.3-8 (a) ランダムな角速度の場合の大気抵抗の計算
(セイル展開量=2.5m：試行回数 20 回)

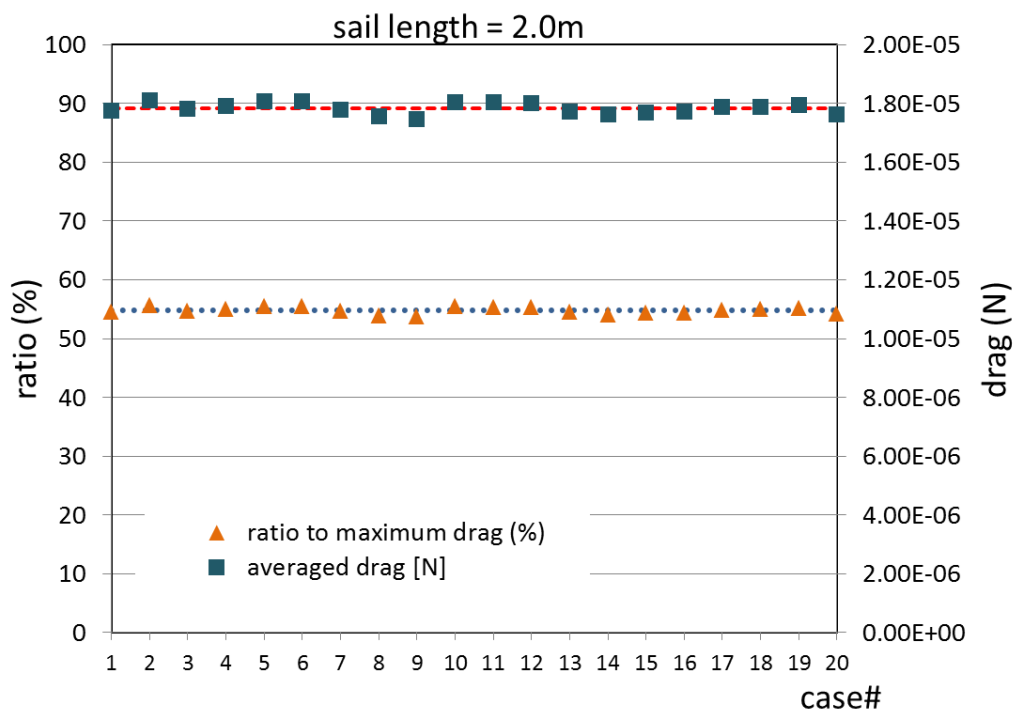


図 4.3-8 (b) ランダムな角速度の場合の大気抵抗の計算
(セイル展開量=2.0m : 試行回数 20 回)

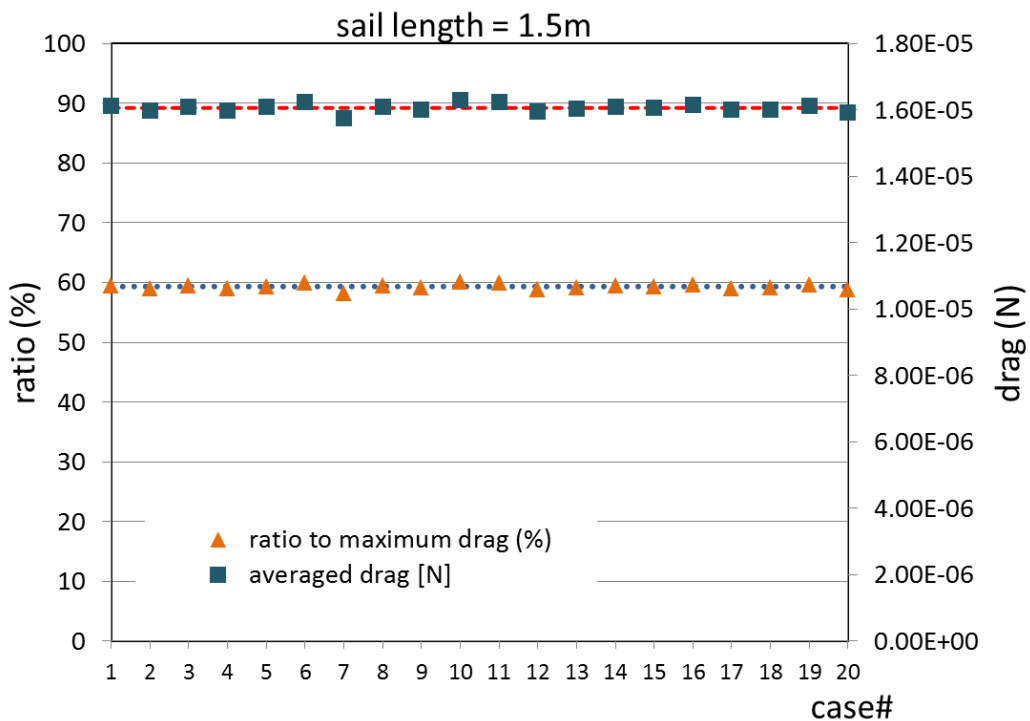


図 4.3-8 (c) ランダムな角速度の場合の大気抵抗の計算
(セイル展開量=1.5m : 試行回数 20 回)

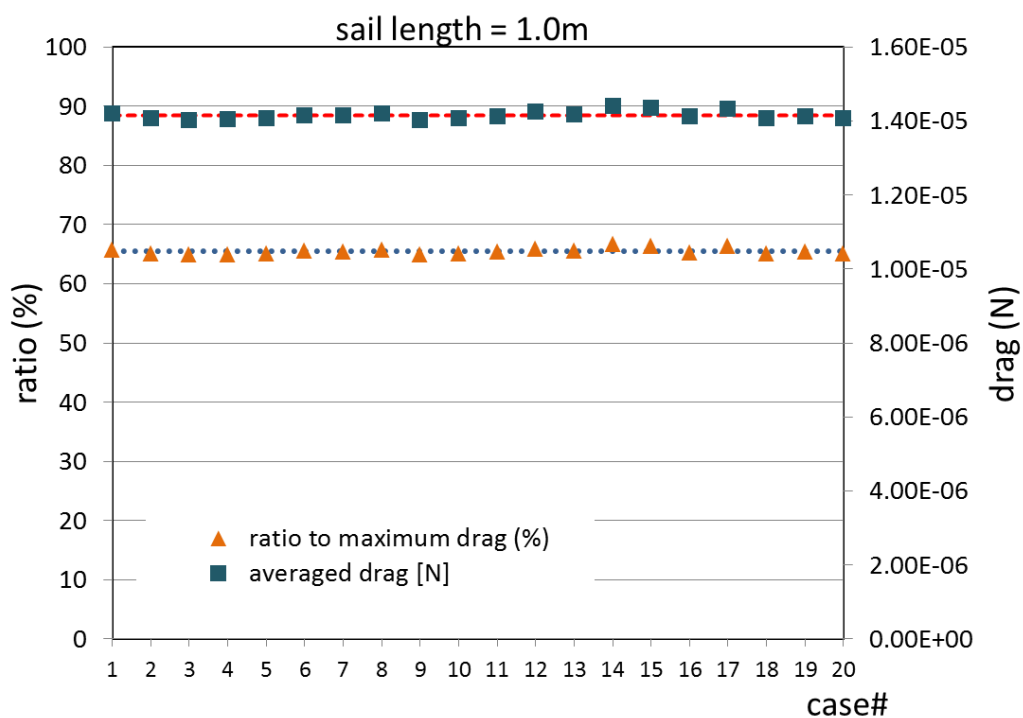


図 4.3-8 (d) ランダムな角速度の場合の大気抵抗の計算
(セイル展開量=1.0m：試行回数 20 回)

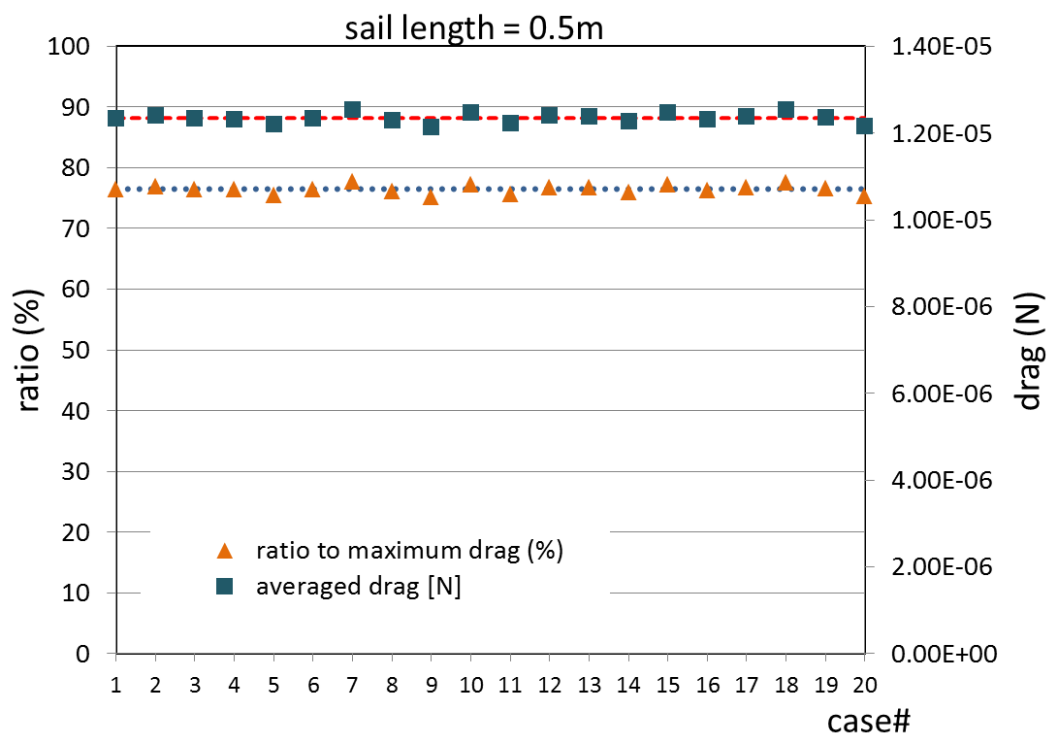


図 4.3-8 (e) ランダムな角速度の場合の大気抵抗の計算
(セイル展開量=0.5m：試行回数 20 回)

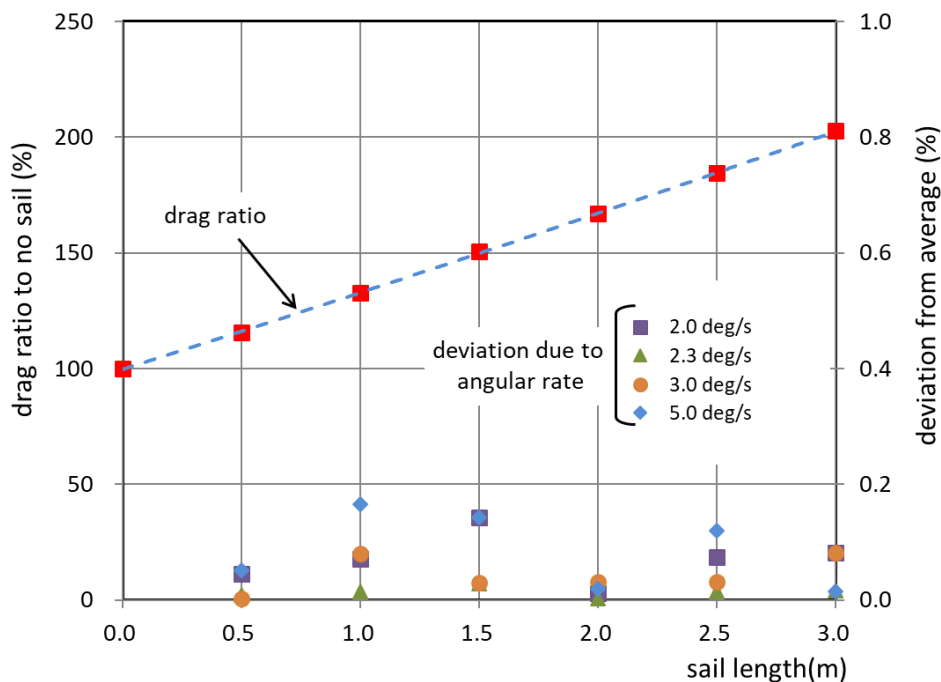


図 4.3-9 デオービットセイル展張量と空気抵抗（平均値）の関係
（衛星の初期角速度=2～5° /s の場合）

デオービットセイルの展張量と衛星の空気抵抗値の関係を図 4.3-9 に示す。図中の■は、デオービットセイル展張量が 0%を基準値とし、デオービットセイルの展開量の変化による抵抗値の増加率を示している。QSAT-EOS の例では、デオービットセイルが全展開するとセイルに垂直な気流に対する面積は 7 倍になるが、衛星がタンブリングしていることと気流方向がランダムであることによって、デオービットセイルの効果が平均化され、概ね 2 倍程度の効果になっていることが分かる。

さらに、タンブリングの角速度が上記の空気抵抗値の特性に与える影響を調べるために、初期姿勢角速度を 2.0°/s、3.0°/s、5.0°/s と変化させて、同様の計算を実施した。図 4.3-9 には、初期角速度が 2.3°/s を含め 4 とおりの初期角速度に対する計算結果を第二縦軸（右目盛り）を用いて示している。いずれも、平均値からの変動は非常に小さく、0.2%以下であった。従って、姿勢角速度が 5.0°/s 程度の場合、空気抵抗に対する衛星のタンブリング角速度の影響は微小であると考えられる。

4. 3. 2 デオービットセイルのシミュレーション

(1) シミュレーション条件

前節までに述べたデオービットセイルモデルを用いて、「QSAT-EOS」のシミュレーションを実施した。「QSAT-EOS」の物理諸元は表 4.2-2 に示すとおりであり、軌道シミュレーションは表 4.3-2 に示す条件で実施した。

表 4.3-2 「QSAT-EOS」シミュレーション条件

項 目	諸 元	備 考
軌道要素 区間① 初期値	a (半長軸) 6907.7 km e (離心率) 0.003834 i (傾斜角) 97.48° O (昇交点) 29.95° w (近心点引数) 180.98° v (真近点離角) 180.64°	2014 年 11 月 6 日 11:51 の値
軌道要素 区間② 初期値	a (半長軸) 6885.7 km e (離心率) 0.003059 i (傾斜角) 97.44° O (昇交点) 82.21° w (近心点引数) 166.19° v (真近点離角) 278.56°	2015 年 12 月 31 日 05:09 の値
抵抗係数	2.5 (衛星本体) 1.28 (セイル：気流垂直) 0.001 (セイル：気流平行)	44),45),46),47),48)
代表面積	0.25(m ²)	1 辺 50cm の立方体の正面面積

(2) シミュレーション結果

4.2.3 節の「ほどよし 1 号」の解析で得られた修正係数（区間①：1.9、区間②：2.8）及び 4.2.5(2)節のデオービットセイルモデルを用いて、「QSAT-EOS」の軌道を解析した。

前述のとおり、デオービットセイルが部分的に展張している可能性があるため、デオービットセイルの展張量をパラメータとして変化させ、軌道データと比較した。結果を図 4.3-10 に示す。図から分かるように、区間①ではデオービットセイル展張量が 0.8m、区間②ではデオービットセイル展張量が 0.7～0.8m の場合に軌道データと良い一致が得られた。この結果より、「ほどよし 1 号」の軌道データの解析から得られた大気密度の修正係数は、同時期の「QSAT-EOS」にも有効であることが分かる。

さらに、図 4.3-11 にはデオービットセイルの展張量が 0.8m の場合の区間①及び②を通じた解析結果を示す。

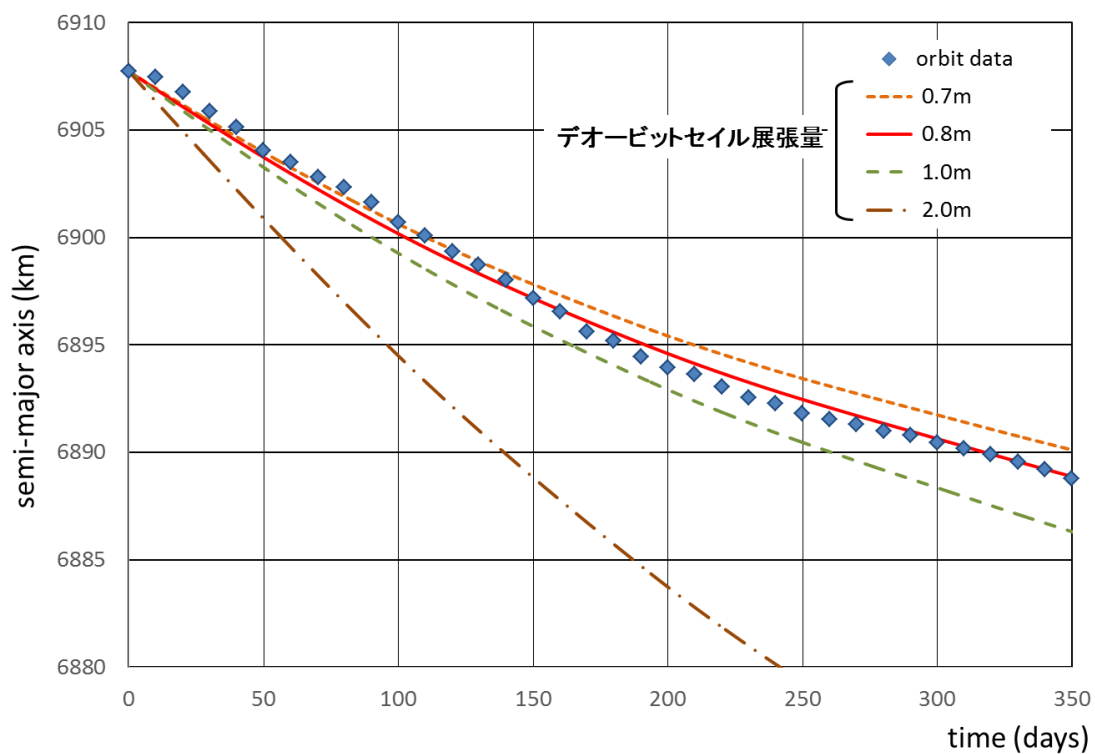


図 4.3-10 (a) 半長軸の変化「QSAT-EOS」(区間①、修正係数=1.9)

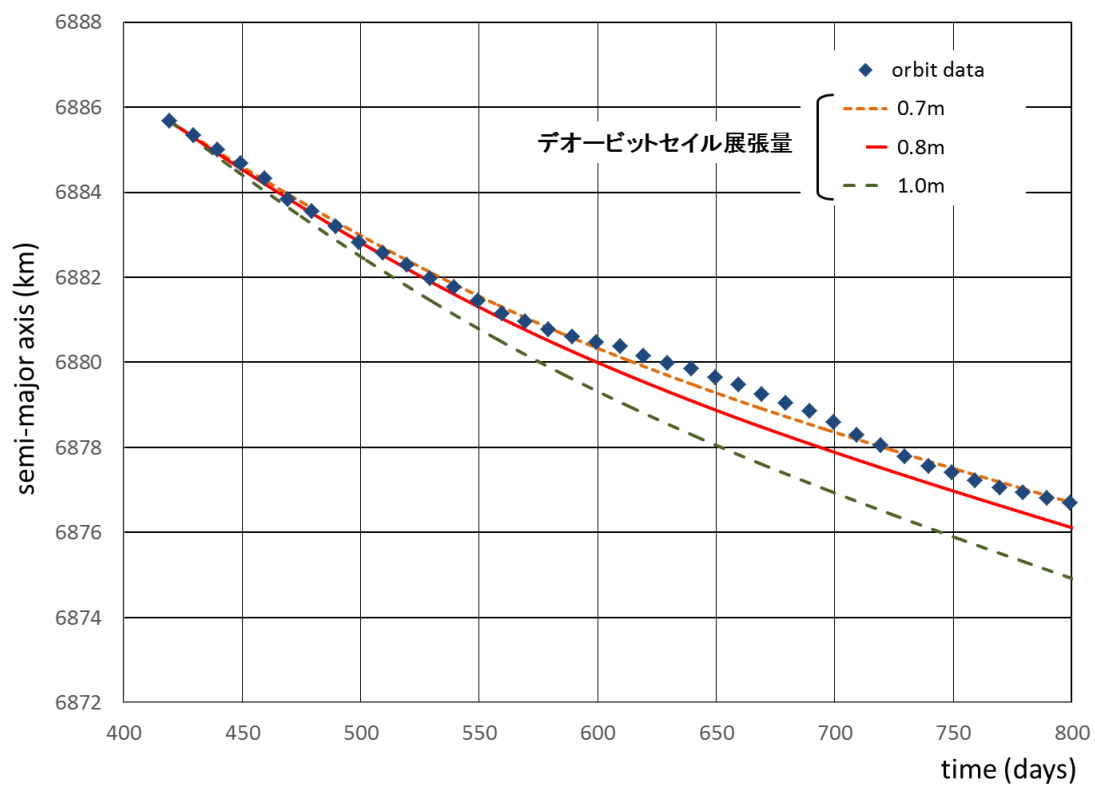


図 4.3-10 (b) 半長軸の変化「QSAT-EOS」(区間②、修正係数=2.8)

図 4.3-10 (a)から分かりますとおり、区間①ではデオービットセイル展張量が 0.8m、区間②ではデオービットセイル展張量が 0.7m の場合に軌道データと良い一致が得られている。この結果より、「ほどよし 1 号」の軌道データの解析から得られた大気密度の修正係数を用いると、区間によらず、「QSAT-EOS」のデオービットセイル展張量は 0.7~0.8m 程度であると推定される。さらに、デオービットセイルの展張量が 0.8m の場合の区間①及び②を通じた解析結果を図 4.3-11 に示す。

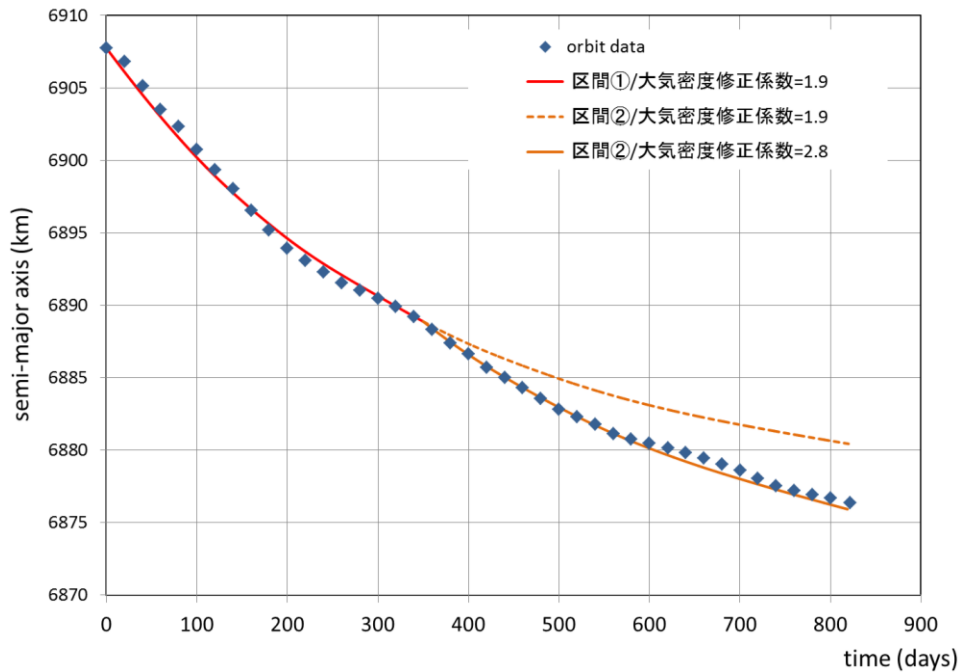


図 4.3-11 半長軸の変化「QSAT-EOS」(区間①②、デオービットセイル展張量=0.8m)

図 4.3-8 における「ほどよし 1 号」に対する解析では、大気密度モデルの修正係数を区間①と区間②で変えることで、より実データに近い軌道高度の履歴が得られた。図 4.3-11 には、区間①での修正係数の値 (1.9) を区間②においても引き続き用いた結果も示している。これより、「QSAT-EOS」に対しても、2 つの区間で異なる修正係数を用いた方が良い結果が得られることが分かる。さらに、前述のとおり、区間②における修正係数 2.8 は Wertz モデルの大気密度の最大値を超えているが、「QSAT-EOS」の解析で、デオービットセイルの展張量が、区間①、区間②の何れにおいても、約 0.8m という結果が得られたことから、実際の軌道上の大気密度が真値に近かったのではないかと示唆している。つまり、4.2 節の最後に記したように、太陽黒点数が 60 個 (F10.7 値が 100) を下回るような、太陽活動が弱い場合には、大気密度が過小評価される可能性がある。そのため、今後、モデルの精度を向上させる研究が望まれる。

4. 3. 3 軌道上寿命の推定（「QSAT-EOA」）

(1) 軌道離脱シミュレーション

「QSAT-EOS」は運用終了後にデオービットセイルを展開して軌道高度を低下させる計画である。衛星の軌道上寿命の推定には、DEMIST が最も信頼性が高いツールの一つと考えられている。しかし、そこで用いられているモデルの詳細は公表されていないため、第3者による改善・高精度化は難しい。そこで、ここでは、本論文で提案した大気密度モデルを考慮した軌道シミュレーション結果を DEMIST の結果と比較する。さらに、Euler-Hill 方程式に基づく解析解とも比較する。

図 4.3-12 は、「QSAT-EOS」開発時に実施した DEMIST の計算結果であり、計算の条件は、打ち上げ時期 2011 年、ミッション終了時期は 2015 年 12 月 31 日、投入軌道高度は 700km としている。ここでは、軌道上データのある軌道高度＝約 530km からの計算とした。2011 年から 5 年後にはデオービットセイルは全展開していると想定し、運用終了後の軌道離脱を想定し、デオービットセイルを最大（3.0m）展開させた条件で実施している。

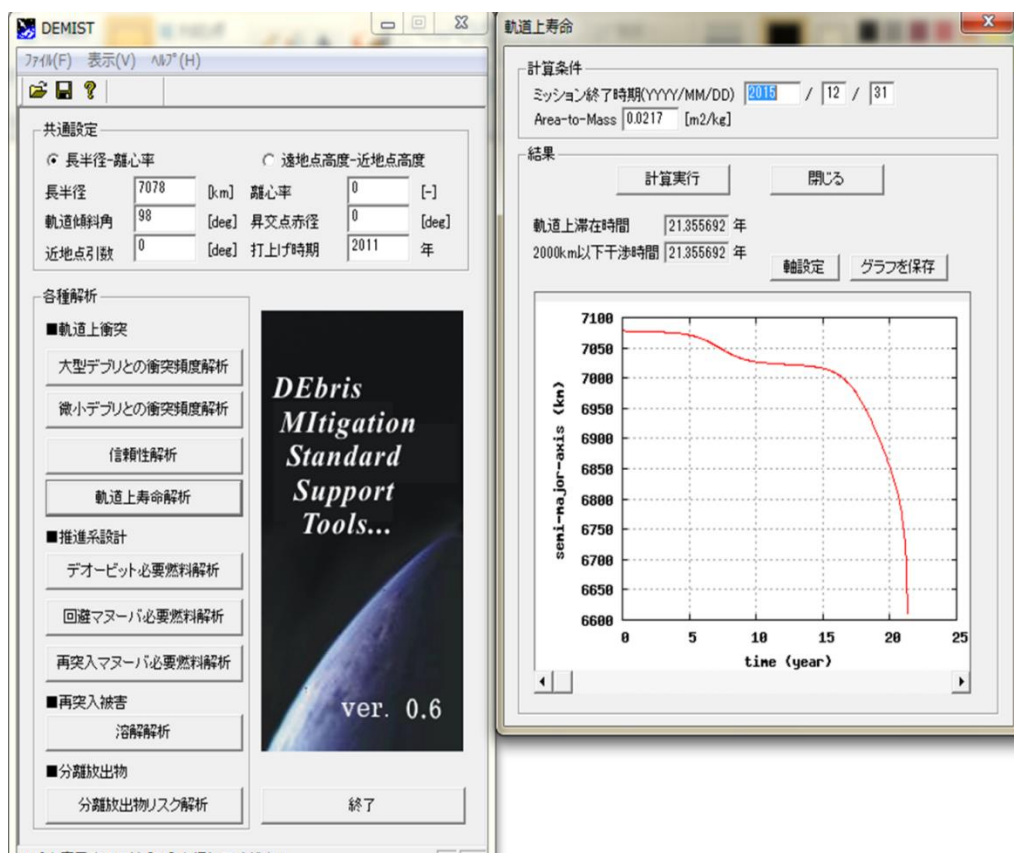


図 4.3-12(1/2) QSAT-EOS の軌道高度の変化（DEMIST 計算結果）

ここでは、実際に「QSAT-EOS」が打ち上げロケットから分離された時点（半長径 6907.7km）からの計算結果を示しており、再突入までの推定時間は約 2.31 年である。

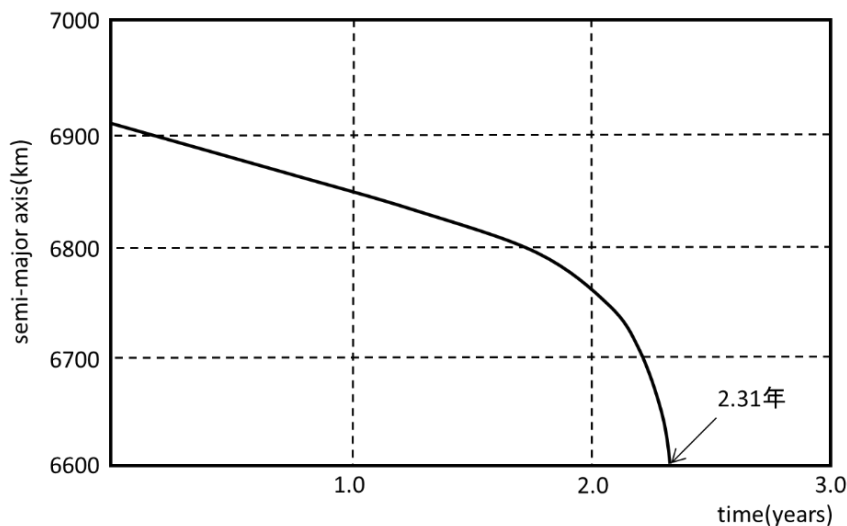


図 4.3-12(2/2) QSAT-EOS の軌道高度の変化（DEMIST 計算結果）（拡大）

4.3.1(2)節に示すモデルを用いて、デオービットセイル展開量最大の状態での半長径の変化の計算結果を図 4.3-13 に示す。大気密度モデルは USSA76 及び太陽活動を考慮した Wertz のモデルの 2 種類を用いた。なお、Wertz のモデルでは、太陽活動の変化は太陽黒点数の時間平均（2000 年～2018 年）69 個を使用し、太陽黒点から計算される F10.7 値は最大値と平均値の 2 種類を用いた。なお、大気密度の修正係数は 'average' 値に対して 1.0 とした。さらに、それぞれの大気密度モデルに対して、軌道シミュレーションの結果を実線で、Euler-Hill 方程式を用いて大気抵抗の減速による高度の変化を求める方法（Breakwell and Bryson 1985 文献 33）による結果を破線で示す（付録 3）。

いずれの計算でも高度が 400km 付近より、高度の低下が急峻となり、短期間で大気圏への再突入に至っていることが分かる。軌道高度が低下し、再突入するまでの時間はそれぞれ、表 4.3-3 に示すとおりである。

表 4.3-3 シミュレーション結果（大気再突入までの時間）

	再突入までの時間	
DEMIST	2.31 years	
大気密度モデル	USSA76	Wertz (time averaged)
シミュレーション	2.22 years	2.88 years
Euler-Hill	2.31 years	2.99 years

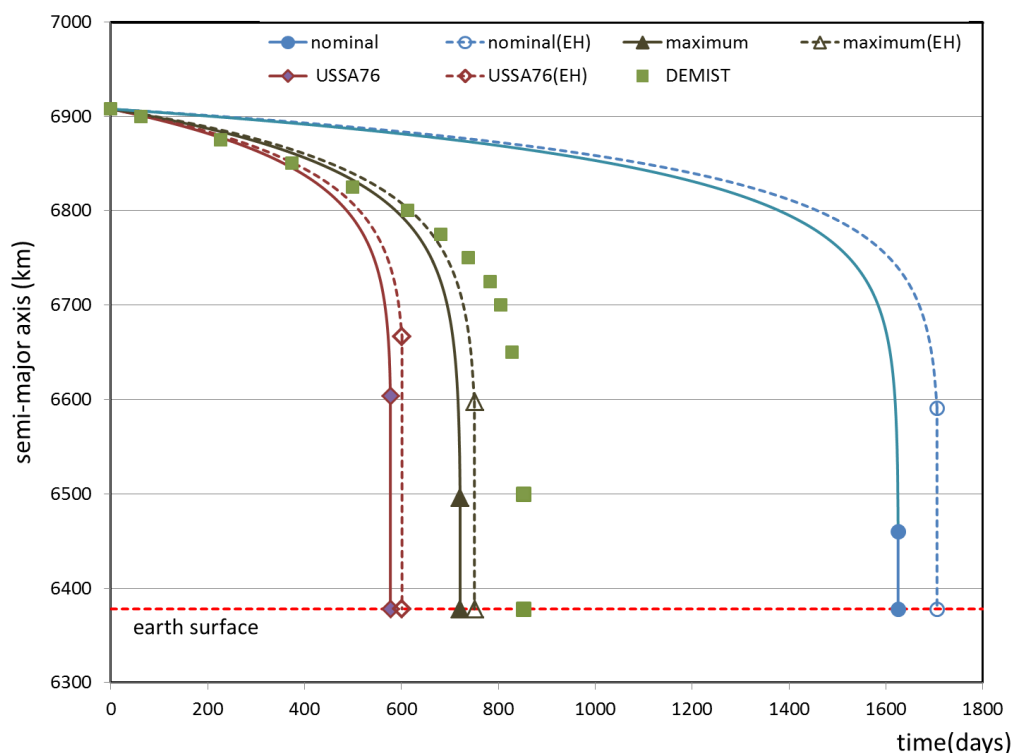


図 4.3-13 「QSAT-EOS」の軌道高度変化（半長軸）
（デオービットセイル展開量最大）

以上のとおり、大気圏への再突入までの時間は、使用する大気密度モデルによって大きく影響され、太陽活動の大気密度への影響を考慮しない **USSA76** モデルは、**Wertz** の提唱するモデルに比べて再突入までの時間が短い結果を与える。特に、大気密度の影響が顕著になる高度 **400km** 付近までに達する時間が短く推定され、軌道上寿命を過小評価する。このため、太陽活動と大気密度の関係に留意した **Wertz** モデルを用いることが重要となる。

また、軌道シミュレーションと **Euler-Hill** 方程式の結果は概ね良く一致しており、数値積分が妥当な解を与えることが示されている。つまり、**Euler-Hill** 方程式の解は、初期検討段階での推定には十分有効と考えられる。ただし、**Euler-Hill** 方程式による解析手法は円軌道を仮定しているため、離心率が大きい場合には注意が必要である。

4. 4 考察

超小型衛星の運用終了後、新たなデブリの生成を抑制するために、運用後の衛星を大気に再突入させて廃棄する必要があるが、超小型衛星においては、空気抵抗を利用する展開式のデオービットセイルによる減速機構が有効と考えられている。空気抵抗を利用する方式は、減速のためのエネルギー（スラスト推力等）を必要としないため、ミッション機器への質量配分の観点から有利であるが、大気突入までの時間を管理することが難しいという課題が

ある。本研究では空気抵抗を増加させるための展開式デオービットセイルのシミュレーションモデルを構築し、「ほどよし 1 号」及び「QSAT-EOS」の軌道上データ、DEMIST による解析結果、Euler-Hill 方程式による解析解により、モデルの妥当性を評価した。

- (1) 立方体形状の「ほどよし 1 号」に対して Wertz のモデルを用いた解析を実施し、軌道データとの比較により、Wertz のモデルの適用可能性を検討した。Wertz のモデルは太陽活動の影響を考慮しているが、解析と軌道データとの比較の結果、太陽活動の変動を考慮するための修正係数を導入することが必要であることが分かった。

設計時点における、空気抵抗による人工衛星の軌道高度変化の推定に対する考え方は、その目的、即ち、軌道上寿命（運用可能期間）の予測か、運用終了後の再投入までの時間の予測かで異なる。運用期間は極力長く、再突入時間は極力短くなるように設計したいが、大気密度の推定精度のリスクを考慮して設計余裕を設定することが重要である。従って、一般的な衛星に対する軌道高度変化の予測精度を向上させるためには、F10.7 値の変動を考慮した修正係数の設定方法の確立は重要な課題であり、多くの実軌道データを収集して修正係数の決定法について検討することが必要になる。

また、打上げ後の大気密度の予測精度を向上させることも有用であり、打上げ後の軌道高度の変化から、修正係数の精度を向上させることで、その衛星の将来の軌道高度変化の精度を向上させることが期待できる。

- (2) 立方体と平板のモデルを組み合わせたデオービットセイル展開状態の衛星の空気抵抗モデルを構築した。このモデル及び太陽活動の影響を考慮した大気密度モデルを用いることで、デオービットセイルを持つ衛星に対しても軌道高度を予測できることが分かった。また、本論文で提示する手法により、軌道高度データから、逆にデオービットセイルの展開量を推定することも可能である。

- (3) システム設計の時点で衛星の軌道上寿命を見積もる場合、将来の太陽活動の影響を予測することは難しいが、直近の太陽黒点数の平均値を Wertz のモデルに適用することが、有効と考えられる。ここでは、太陽活動の変化は太陽黒点数の時間平均（2000 年～2018 年）69 個（F10.7 平均値=120）を使用したため、区間①相当の状況であったと考えられ、DEMIST による解析結果は F10.7 値の最大値から求まる大気密度を使用した結果の範囲内であった。但し、太陽活動が弱い状況（F10.7 値=100 以下）では、F10.7 値の最大値から求まる大気密度を使用した結果よりも高度の低下が早くなることが予想される。従っ

て、デオービットセイル展張（運用終了）から再突入までの時間の推定においては、太陽活動の将来予測に応じて、F10.7 値から得られた大気密度の修正係数を適切な値に設定することが重要になる。「ほどよし 1 号」のデータから得られた修正係数は約 2 から 3 であったが、軌道上データ等の蓄積により、適切な修正係数を見積もる方法を確立することによって、適切な設計ができるようにすることが望まれる。立方体と平板のモデルを組み合わせたデオービットセイル展開状態の衛星の空気抵抗モデルを構築した。このモデル及び太陽活動の影響を考慮した大気密度モデルを用いることで、デオービットセイルを持つ衛星に対しても軌道高度を予測できることが分かった。また、本論文で提示する手法により、軌道高度データから、逆にデオービットセイルの展開量を推定することも可能である。

4. 5 結論

小型衛星（「ほどよし 1 号」及び「QSAT-EOS」）の軌道データを用いた解析の結果、人工衛星の軌道上寿命を予測する手法として、運動方程式を積分するシミュレーションが有効であることが確認された。

ただし、軌道高度を低下させる空気抵抗は大気密度モデルに大きく依存するため、大気密度の太陽活動による変動を考慮することが必要である。太陽活動を考慮した Wertz のモデルは、太陽黒点数と太陽活動の強さの指標（F10.7 値）との関係から比較的簡便に、大気密度を推定することができるが、太陽黒点数と太陽活動の強さの関係には変動幅があるため、この変動幅を考慮する必要がある。

「ほどよし 1 号」及び「QSAT-EOS」の軌道データからは、太陽活動が弱い場合の大気密度の推定精度には改善の余地があることが分かった。従って、軌道上寿命の予測、軌道離脱から大気圏に再突入するまでの時間の見積もりには、この変動幅に留意して設計することが望ましい。

また、本章で提案したデオービットセイルのモデルは、「QSAT-EOS」のデータに対して妥当な結果を与えることが分かった。従って、本モデルは、デオービット解析には有用と考えられる。

第5章 結論

小型衛星の利用が活発化するに従い、軌道上デブリの増加が宇宙利用における新たなリスクとして問題となっている。主に低軌道高度で運用される小型衛星の運用終了後の確実な廃棄には、大気への再突入が適しているが、再突入までの時間を正確に見積もるためには、大気密度の推定が重要になる。本研究では、50kg級の小型衛星の軌道上データの解析を通じて、太陽活動の大気密度に対する影響を定量的に分析し、小型衛星の軌道上寿命推定精度を向上させることができた。但し、使用した Wertz の大気密度モデルには、更なる精度向上の余地があり、実軌道データに基づく研究が期待される。

以下に、本研究で得られた知見をまとめて示す。

5. 1 第3章で得られた結論

(1) 軌道解析における積分時間刻み幅

軌道上環境による外乱加速度をモデル化して組み込んだシミュレーションツールを用いて、QSAT-EOS の軌道条件で積分時間刻み幅(Δt)を変えて解析し、 $\Delta t = 0.01$ 秒を基準として、計算結果の変化を検討した。その結果、 $\Delta t = 10.0$ 秒の場合、軌道上の位置誤差は数十 km、速度誤差は 0.1km/s 程度であり、基準値からの差は 1~2%程度であるが、 $\Delta t = 1.0$ 秒とすると、位置及び速度の誤差は 0.1%以下になることが分かった。

(2) QSAT-EOS の軌道データとの比較

軌道上の外乱加速度を考慮した運動方程式の積分と軌道 6 要素の積分による解析を実施した結果、何れの手法でも比較的良好な結果が得られた。状態変数（軌道上位置、速度）を比較した結果では、何れも軌道上データとの差異は 1%以下であり、特に、運動方程式を積分する手法では、最大でも 0.2%以下という良好な結果が得られた。

状態変数から軌道 6 要素を計算した結果と軌道 6 要素を直接積分した結果は、ほぼ同等であったが、離心率の値は 3%程度と大きな誤差になっている。これは、QSAT-EOS の軌道が円軌道に近く、離心率微小であるため、誤差が大きくなったと考えられる。

以上より、状態変数を積分する手法が有利であることが分かった。

5. 2 第4章で得られた結論

(1) 軌道解析における大気密度の影響

小型衛星（「ほどよし 1 号」、「QSAT-EOS」）の軌道データ（半長軸）を分析したところ、一般的な大気密度モデル（USSA76）を用いた計算では、精度の良い結果が得られないことが分かった。特に、軌道高度の低下率が大きい時期と小さい時期があることが軌道データから認められた。これは、USSA76 が太陽活動の影響を考慮していないことが原因であると推測された。そこで、太陽活動を考慮した大気密度モデル（Wertz のモデル）を適用して解析したところ、高度の低下率の変化を再現できることが分かった。

但し、Wertz のモデルでは、太陽黒点数と太陽活動の指標である F10.7 指標の関係には変動幅が存在するため、この変動幅の範囲で大気密度の修正係数を設定することが必要であった。軌道高度の低下率が大きい時期は太陽活動が活発であり、変動幅の範囲で修正係数を設定できた。しかし、軌道高度の低下率が小さい時期は太陽活動が弱い時期であり、修正係数が変動幅の範囲を超えるという結果が得られた。

従って、太陽活動が弱い場合の大気密度のモデルには改善の余地があると考えられ、実衛星の軌道高度データの解析による更なるモデルの改善が望まれる。

(2) デオービットセイルモデル

「QSAT-EOS」で使用しているデブリ化防止用のデバイスであるデオービットセイルの空力特性をモデル化し、軌道データの分析から妥当性を検討した。

同時期に打ち上げられ、同じ軌道に投入された「ほどよし 1 号」と「QSAT-EOS」は、ほぼ同等な物理諸元を有しているが、「QSAT-EOS」の軌道高度の低下が「ほどよし 1 号」に比べて大きいことが軌道データより認められた。このため、「QSAT-EOS」は軌道投入直後からデオービットセイルが不時に展開していた可能性があると考えられた。

ここでは、「QSAT-EOS」のデオービットセイルの展開量をパラメータとして、前節で得られた修正係数を用いて解析したところ、展開量が約 30% の場合に良い結果が得られることが分かった。軌道高度の低下率が変化する時期にわたって太陽活動の修正係数の整合が得られたことから、デオービットセイルモデルが妥当であると考えられる。

(3) その他

第3章では、第4章で議論した大気密度の太陽活動による影響を考慮していないが、第3章の解析結果と軌道データとの一致は良好である。これは、軌道高度が 500km 程度の場合、空気抵抗と地球の重力場の変動を比べた場合、重力場の変動の影響が空気抵抗よりも 10^4 のオーダーで大きいためである（図 5.2-1 参照）。また、第3章の解析は衛星の1周期（約 90 分）の期間の解析であり、空気抵抗の影響が現れるには十分な時間でないことも原因である。

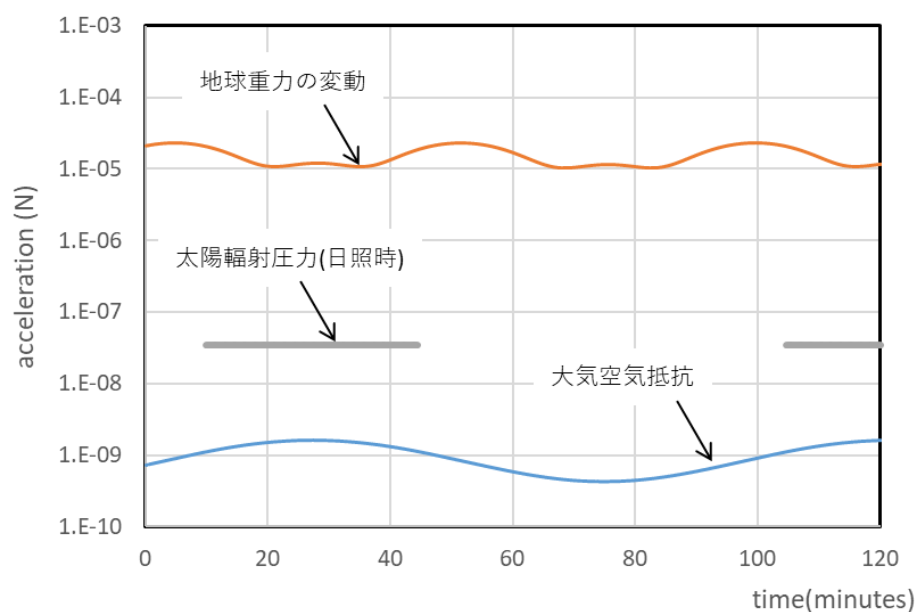


図 5.2-1 軌道高度 500km における外乱加速度の比較

5. 3 本論文のまとめ

小型衛星のシステム設計において重要な設計項目である軌道設計に関わる解析手法を整理し、解析ツールを開発した。解析ツールは上の環境による外乱加速度を考慮しており、「QSAT-EOS」の軌道データにより、解析結果の妥当性を確認した。

また、このツールを用いたデオービットセイルの解析から、本研究で提案したデオービットセイルモデルの妥当性を確認し、軌道データからデオービットセイルの展開量を推定することも可能であることが分かった。

今後、更に打上げ機数が増加すると予想される小型衛星のデブリ化防止のため、デオービットセイルの解析ができるようになったことは、小型衛星設計に寄与できると考えられる。

謝辞

本学位論文を作成するにあたって、懇切なるご指導を賜りました皆様に心より感謝申し上げます。

九州大学大学院 工学研究院 教授

九州大学名誉教授 久留米工業大学 特別教授

九州大学名誉教授

九州大学名誉教授

秋田大学理工学部 システムデザイン工学科 講師

九州大学大学院 工学研究院 航空宇宙工学部門 技術職員

外本 伸治 様

麻生 茂 様

八坂 哲雄 様

桜井 晃 様

平山 寛 様

森下 和彦 様

付録 1：小型衛星（「ほどよし 1 号」、「QSAT-EOS(つくし)」の概要

1. 「ほどよし 1 号」の概要

(1) 主要諸元

表 A1-1 「ほどよし 1 号」の主要諸元

ミッション	光学リモートセンシング
軌道	太陽同期軌道（高度 500-600km）
衛星バス	形状寸法： 1 辺 60cm 以内の立方体
	質 量： 60kg 以下
	発生電力： 50W
	姿勢制御： 三軸制御（地球指向）

(2) 打上げ

2014 年 11 月 6 日 16 時 35 分 48 秒（JST）、ロシア連邦ヤースヌイ宇宙基地より、ドニエプルロケットで ASNARO の相乗りで、東京工業大学の「TSUBAME」、九州大学の「QSAT-EOS」、大同大学と名古屋大学の「ChubuSat」と共に打ち上げられた。

2. 「QSAT-EOS(つくし)」の概要

(1) 主要諸元

表 A1-2 「QSAT-EOS(つくし)」の主要諸元

ミッション	地球観測（光学観測、地磁気観測） デブリ検出
軌道	太陽同期軌道（高度 500-600km）
衛星バス	形状寸法： 1 辺 60cm 以内の立方体
	質 量： 50kg 以下
	発生電力： 74W
	姿勢制御： 三軸制御（リアクションホイール）

(2) 打上げ

2014 年 11 月 6 日 16 時 35 分 48 秒（JST）、ロシア連邦ヤースヌイ宇宙基地より、ドニエプルロケットで ASNARO の相乗りで、東京大学と次世代宇宙システム技術研究組合の「ほどよし 1 号」、東京工業大学の「TSUBAME」、大同大学と名古屋大学の ChubuSat と共に打ち上げられた。

付録 2：非常に差の小さいベクトルの差の計算方法 (Battin,1999) ¹²⁾

図 A2-1 にベクトル \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 関係を示す。ここで、 $\vec{c} \equiv \vec{b} - \vec{a}$ であり、 $|a| \ll |b|$, $|c| \cong |b|$ であるとする。ベクトル \vec{b} , \vec{c} の大きさの 3 乗の差を計算するため、パラメータ (F , q) を式(A2-1)及び式(A2-2)のとおり定義する。

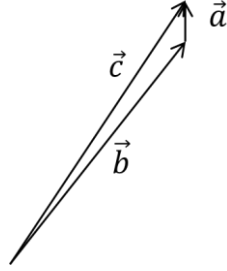


図 A2-1 差の小さいベクトルの関係

$$F \equiv 1 - \frac{c^3}{b^3} \quad (\text{A2-1})$$

$$q \equiv 1 - \frac{c^2}{b^2} \quad (\text{A2-2})$$

式(A2-2)を使って式(A2-1)を書き換えると下記のとおりとなる。

$$F = 1 - \left(\frac{c^2}{b^2}\right)^{\frac{3}{2}} = 1 - (1 - q)^{\frac{3}{2}} = 1 - (1 - q)^{\frac{3}{2}} \frac{1 + (1 - q)^{\frac{3}{2}}}{1 + (1 - q)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1 - (1 - q)^3}{1 + (1 - q)^{\frac{3}{2}}}$$

$$F = \frac{q^2 - 3q + 3}{1 + (1 - q)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A2-3})$$

ここで、式(A2-2)より、

$$q = \frac{b^2 - c^2}{b^2} = \frac{(\vec{b} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} + \vec{c})}{b^2}$$

であるので、 $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$ の関係を使って、下記が得られる。

$$q = \frac{\vec{a} \cdot (2\vec{b} - \vec{a})}{b^2} \quad (\text{A2-4})$$

式(A2-4)で求めた q を、式(A2-3)に代入すれば、切り捨て誤差の影響を受けることなく、式(A2-1)の解を得ることができる。

付録 3 : Euler-Hill 方程式 ⁴⁹⁾

万有引力以外の外力（大気抵抗）が加わる人工衛星の運動は Euler-Hill 方程式を用いて、下記のとおり記述することができる。

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = f_r \quad (\text{A3-1a})$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = f_s \quad (\text{A3-1b})$$

$$\ddot{z} + 2n^2z = f_w \quad (\text{A3-1c})$$

ここで、 (x, y, z) は、それぞれ、衛星位置ベクトルの法線方向、接線方向、軌道面直角方向の座標であり、 (f_r, f_s, f_w) は、 (x, y, z) 方向の外乱加速度、 n は平均軌道角速度 ($= \sqrt{\mu/a^3}$) である。なお、 μ は地球の重力常数である。

衛星に働く外乱加速度が大気抵抗のみであることと、円軌道を仮定すれば、式(A3-1)は次のとおり簡単化される。

$$x = -\frac{2}{n}Dt \quad (\text{A3-2a})$$

$$y = \frac{3}{2}Dt^2 \quad (\text{A3-2b})$$

D は大気抵抗による単位質量当りの減速加速度である。ここで、衛星が 1 周回する間の、 x (法線方向) の変化を考えると、式(A-3)のとおりとなる。

$$\Delta a = x - x_0 = -\frac{2}{n}DT = -\frac{4\pi}{n^2}D \quad (\text{A3-3})$$

ここで、 $T = 2\pi/n$ (軌道周期) であり、1 周回中の大気抵抗は一定とすれば、 D は、式(A-4)で与えられる。

$$D = \rho \cdot V^2 \cdot B = \rho \cdot \left(\frac{\mu}{a}\right) \cdot B = \rho B n^2 a^2 \quad (\text{A3-4})$$

式(A-3)及び式(A-4)より、軌道 1 周期の間に減少する高度は、式(A-5)で表される。

$$\Delta a = -\frac{4\pi}{n^2}(\rho B n^2 a^2) = -4\pi \rho B a^2 \quad (\text{A3-5})$$

付録 4：ChubuSat に対する解析結果

「ほどよし 1 号」及び「QSAT-EOS」と相乗りで打ち上げられた「ChubuSat」に対する解析を実施した。「ChubuSat」の概要を表 A2-1 に、解析の条件を表 A2-2 に示す。解析結果を図 A2-1 に示す。大気密度の修正係数は、「ほどよし 1 号」で推定した値（1.9：区間①、2.8：区間②）を基準としたが、区間①では、修正係数を 2.0 した場合に、軌道データとの評価では、より良い一致が得られた。

表 A4-1 「ChubuSat」の主要諸元

ミッション	可視、赤外カメラによる観測
軌道	太陽同期軌道（高度 500-600km）
衛星バス	形状寸法： 58 × 55 × 50cm
	質 量： 約 50kg
	発生電力： 100W 以上
	姿勢制御：三軸制御

表 A4-2 「ChubuSat」シミュレーション条件

項 目	諸 元	備 考
軌道要素 区間① 初期値	a (半長軸) 6900.1 km	2014 年 11 月 6 日 11:50 の値
	e (離心率) 0.002291	
	i (傾斜角) 97.48°	
	O (昇交点) 29.94°	
	w (近心点引数) 184.83°	
	v (真近点離角) 175.30°	
軌道要素 区間② 初期値	a (半長軸) 6888.4 km	2015 年 12 月 31 日 21:42 の値
	e (離心率) 0.00221	
	i (傾斜角) 97.44°	
	O (昇交点) 29.49°	
	w (近心点引数) 1.66°	
	v (真近点離角) 132.20°	
抵抗係数	2.5 (衛星本体)	文献 30)の推奨値
代表面積	0.25(m ²)	1 辺 50cm の立方体の正面面積

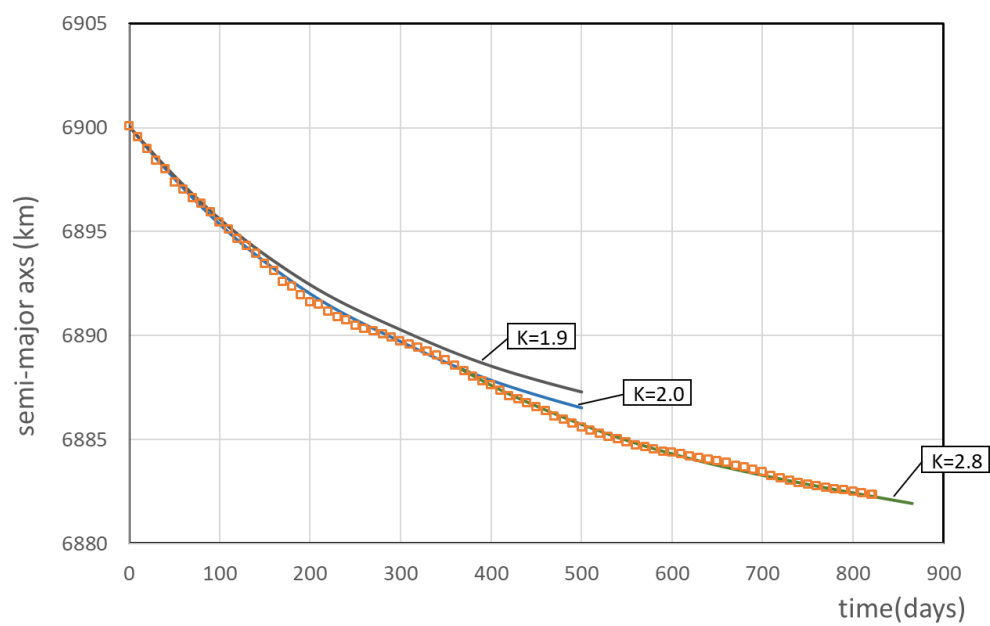


図 A4-1 解析結果と軌道データの比較（半長軸）

参 考 文 献

- 1) Prospects for the Small Satellite Market : A Euroconsult Executive Report, 3rd Edition
July 2017
- 2) NASA Systems Engineering Handbook : NASA/SP-2007-6105 Rev.1
- 3) Systems Engineering Fundamentals : January 2001, Defense Acquisition University
Press Fort Belvoir, Virginia
- 4) Peter Fortescue, et al., “Spacecraft Systems Engineering”, 4th Edition, A John Wiley &
Sons, Ltd., Publication, 2011, ISBN: 9780470750124
- 5) Dave Newman, “Interactive Aerospace Engineering and Design”, Massachusetts
Institute of Technology, ISBN 0-07-234820-8
- 6) D.T. Greenwood, “Principles of Dynamics”, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliff, New
Jersey
- 7) H. D. Curtis, “Orbital Mechanics for Engineering Students”, 3rd Edition, Butterworth-
Heinemann, 2014, ISBN_13:978-0-08-097747-8
- 8) Robert S. Dunning: “The Orbital Mechanics of Flight Mechanics”, NASA SP-325
- 9) Jorgen Jensen et al: “Orbital Flight Handbook”, N73-73940, NASA George C. Marshall
Space Flight Center, 1963
- 10) Robert A. Braeunig: “Rocket and Space Technology, Part III - Orbital Mechanics”,
<http://www.braeunig.us/space/basics.htm>
- 11) 半揚 稔雄: “ミッション解析と軌道設計の基礎”、現代数学社 (初版 2014 年)、
ISBN978-4-7687-0439-4
- 12) T. Toraya, et al., “Development of total Orbital Real-Time Attitude Control Simulator
for Satellites”, SSC15-P-22: 29th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites
- 13) T. Toraya, et al., “Development of total Orbital Real-Time Attitude Control Simulator
for Small Satellites”, GNC2014: 9th International ESA Conference on Guidance,
Navigation and Control Systems, June 2014
- 14) 寅谷敬紀 (三菱プレジジョン) 他 : 2I09 衛星姿勢制御シミュレータの開発, 第 56 回宇宙
科学技術連合講演会, 2012 年 11 月
- 15) M. Katayama, et al., “Attitude Control Simulator for the Small Satellite and Its Validation by
On-orbit Data of QSAT-EOS”, SSC17-P1-17: 31st Annual AIAA/USU Conference on Small
Satellite”, August 2017
- 16) Technical Report on Space Debris, Text of the Report adopted by the Scientific and
Technical Subcommittee of the United Nations Committee on the Peaceful uses of Outer
Space (1999)

- 17) IADC-02-01: IADC Space Debris Mitigation Guidelines, Inter-Agency Space Debris Coordination Committee (15 October 2002)
- 18) IADC-11-04: Space Debris IADC Assessment Report for 2010, Inter-Agency Space Debris Coordination Committee (April 2013)
- 19) David Beckett et al: “Rapid De-Orbit of LEO Space Vehicle Using Towed Rigidizable Inflatable Structure(TRIS) Technology: Concept and feasibility Assessment”, SSC-IV-3 AIAA Small Satellite Conference, August 2004
- 20) Bruce Davis et al: “Planning for End-of-Life Satellite Disposal; the Story of a High Strain Composite Tip-Rolled De-Orbit Sail”, SSC18-XII-06, 32nd Annual AIAA/USU Conference on Small Satellite, August 2018
- 21) Daniel Faber, et al., “Nanosatellite Deorbit Motor”, SSC13-I-9 (27th Annual AIAA/USU, August 2013)
- 22) 大川恭志 他(JAXA 研究開発部門): 導電性テザーシステムの実用化に向けた研究, 第7回「スペースデブリワークショップ」(2016年10月) JAXA-SP-16-011
- 23) Nestor R. Voronka et al.: “Technology Demonstrator of a Standardized Deorbit Module Designed for CubeSat and RocketPod Applications”, SSC05-XI-4 (19th Annual AIAA/USU, August 2005)
- 24) Kevin Schillo, et al., “Analysis of the Performance Characteristics of a Gossamer Sail for Nanosatellite Applications”, SSC11-VIII-1 (25th Annual AIAA/USU, August 2011)
- 25) E.G. Stansbery: NASA/TP-2016-218600-REV1, Debris Assessment Software User’s Guide
- 26) Ming-Jiang Zhang et al: “Retrieval of atmospheric mass densities I lower thermosphere blow 200km from precise orbit of re-entry object CZ-3B R/b by analytical and numerical methods”, July 2018
- 27) 超小型衛星センター, “光学リモートセンシング衛星 HODOYOSHI-1“, <http://www.park.itc.u-tokyo.ac.jp/nsat/hodo1.html>
- 28) 平山 寛 (九州大学) 他: 2G-12 超小型衛星 QSAT-EOS (つくし) の姿勢制御結果の考察, 第60回宇宙科学技術連合講演会, 2016年9月
- 29) 超小型衛星研究開発事業 QSAT-EOS 資料, 平成23年3月
- 30) NOAA, NASA, US Air Force: U.S. Standard Atmosphere, 1976.
- 31) Daniel L. Oltrogge, et al: “An Evaluation of CubeSat Orbital Decay”, C11-VII-2 (25th Annual AIAA/USU, August 2011)
- 32) Zhang Chen et al: ”PMO’s Research Progress on Space Debris”, 宇宙航空研究開発機構特別資料 JAXA-SP-16-011, 2016/10/18
- 33) Bruce R. Bowman et al: “A New Empirical Thermospheric Density Model JB2008 Using New Solar and Geomagnetic Indices”, AIAA2008-6438 (AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, August 2008)

- 34) Bruce R. Bowman et al: "The JB2006 empirical thermospheric density model", Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, October 2007
- 35) Mohammed Chessab Mahdi: "Orbital Decay prediction and Space Debris Impact on Nano-Satellite", Journal of Science and Arts, Year 16, No.1(34), pp 67-76,2016
- 36) James R. Wertz et al: "Moderately Elliptical Very Low Orbits (MEVLOs) as a Long-Term Solution to Orbital Debris", (26th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, August 2012)
- 37) Satellite Drag, Space Weather Prediction Center, NOAA,
<https://www.swpc.noaa.gov/impacts/satellite-drag>
- 38) David Guglielmo et al: "Drag De-Orbit Device(D3): A Retractable device for Cubesat Attitude and Orbit Control using Aerodynamic Forces",
<https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20170000261>
- 39) Daniel L. Oltrogge et al: "An Evaluation of CubeSat Orbital Decay", SSC11-VII-2, 25th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellite, August 2011
- 40) Celestrak "Space Weather Data Documentation",
<https://celestrak.com/SpaceData/SpaceWx-format.php>
- 41) Cong Huang et al: "Forecast daily indices of solar activity, F10.7, using support vector regression method", Research in Astronomy and Astrophysics, 2009 Vol.9 No.6, 694-702
- 42) Sunspot Index and Long-term Solar Observations, "Daily and monthly sunspot number (last 13 years) ", <http://www.sidc.be/silso/dayssnplot>
- 43) Richard Thompson: "The Ten Centimetre Solar radio Flux", Space Weather Services,
<http://www.sws.bom.gov.au/Educational/2/2/5>
- 44) E. M. Gaposchkin et al: "Analysis of Satellite Drag", The Lincoln Laboratory Journal, Vol. 1, No.2(1988)
- 45) "Shape Effects on Drag". NASA. Archived from the original on 2013-02-16. Retrieved 2013-03-11.
- 46) A. Filippone: "Aerodynamic Database, Drag Coefficients", Sept. 2006,
<https://web.archive.org/web/20070715171817/http://aerodyn.org/Drag/tables.html>
- 47) S. F. Hoerner: "Fluid-dynamic Drag", 1965
- 48) G. E. Cook: "Satellite Drag Coefficients", Royal Aircraft Establishment Technical Report No. 65005, January 1965
- 49) J.V. Breakwell and A.E. Bryson: Lecture Note on Space Mechanics, Stanford University, 1985, part5 pp.10-14.