

## 砂防アーチダムの設計計算に関する研究

陶山, 正憲  
九州大学農学部

<https://doi.org/10.15017/23059>

---

出版情報 : 九州大学農学部学藝雑誌. 25 (3/4), pp.243-326, 1971-11. 九州大学農学部  
バージョン :  
権利関係 :

# 砂防アーチダムの設計計算に関する研究

陶 山 正 憲

## Étude sur les méthodes de calcul des barrages-voûtes de correction torrentielle

Masanori Suyama

### 目 次

緒 言	243	2. 荷重分割の理論的解釈	
I. 砂防アーチダムの形態と渓谷の断面形状	244	3. アーチダムの諸元と渓谷の断面形状	
1. 既設砂防アーチダムの構造的展望		4. 荷重配分法	
2. 円筒理論によるアーチの経済的中心角		5. 渓谷の断面形と荷重分担状態	
3. 砂防アーチダムの設計条件と渓谷の断面形状の表示法		6. 分担荷重によるたわみ	
II. アーチと片持バリの変位一般式	247	V. 格子バリ法による計算	277
1. 等分布荷重を受けるアーチの変位一般式		1. 序 説	
2. 三角形等変分布荷重を受けるアーチの変位一般式		2. アーチダムの諸元	
3. 片持バリの変位一般式		3. 荷重配分法	
III. NOETZLI の方法による計算	260	4. 分担荷重とそれによるたわみ	
1. 序 説		VI. 模型実験による解法	283
2. NOETZLI 法の理論的解釈		1. 弾性体の次元解析	
3. 条件式の無次元化とその 2, 3 の性質		2. 堤体模型材料とその力学的性質	
4. 数値表の作成と計算例		3. 模型実験装置の試作とそれによる実験	
IV. 中央片持バリ法による計算	264	4. 実験結果と考察	
1. 序 説		結 言	288
		文 献	289
		Résumé	290
		Annexe	293

### 緒 言

防災の一環として、最近、治山治水事業の重要性が再認識され、1968年度を初年度とする第3次治山事業5ヶ年計画が実施されている。

林野庁の調査によれば、治山関係予算(A)の林務関係総予算(B)に対する割合(A)/(B)は32.8%(1969年度)であり、(A)は10年間に4.3倍の増加をみているという。更に治山事業費の内訳については一般に、その7割以上が治山ダム類(谷止、床固を含む)の工事費であると言われているが、ちなみに1969年度の民有林治山事業実施状況調(林野庁治山課作成)によると、具体的に

	(百万円)
民有林治山工事費総額	30,269
国有林治山工事費総額	5,769

で、民有林治山工事費のなかで

	個数	工事費(百万円)
純 コ ン	6,633	17,820
玉 コ ン	17	68
練積(ブロック積)	24	48
注入コンクリート	12	107
鋼 製	412	2,079
そ の 他	18	45
計	7,116	20,167

となつている。従つて治山ダムの構築には、いたづらに画一的な設計施工を避けるよう、現場条件を十分把握した効率的な設計計算法の研究と治山技術の開発向上に努め、それによつて限られた事業費を効果的に利用すべきであると考えらる。

砂防(本論では治山治水と同義語に用いる)用コンクリートダムは外力に対する抵抗法の違いによつて、直線重力式とアーチ式とに分類できる。アーチダムが重力ダムに較べて特に異なる点は、後者がその自重のみにより外力に抵抗すると考えるのに対し、前者はそ

の自重よりもむしろアーチ作用によつて外力を側壁へ伝達する点である。すなわちアーチダムの安定度は、重力ダムにおける重量よりもむしろ材料の抗压強度のいかに左右される。従つて適所に適切な設計構造施工がなされれば、アーチダムは構造上経済性の高いダム形態であると言える。これを砂防ダムの実例で示せば、単にコンクリート使用量の比較だけをみても、アーチ式ダムに使用したコンクリート量 ( $A$ ) と重力式ダムのそれ ( $G$ ) との比は、 $A/G=0.3\sim 0.77$  であると言われている<sup>17)</sup>。このように使用材料が軽減できれば、それにとまつて工期の短縮等による経費の節約も期待できるので、アーチダムはさらに経済的に有利となる。

近時砂防ダムは年々その築設数を増し、1969年度だけでも前記のように7,000以上の治山ダムが築設され、すでに全国各地には多数の砂防ダムが存在していると思われるが、アーチ式砂防ダムについては1966年までにわずか80が構築されたに過ぎない<sup>50)</sup>。この事実は、アーチダムが経済的に有利な構造形態であるにもかかわらず、その設計計算が煩雑であるため、砂防ダムとしては敬遠され、その利点を十分活用し得なかつたものとする。本論文では、このような現状の打開を目的として、砂防ダムの設計に十分利用されるようなアーチダム設計計算法の簡便化を理論的に進めた。

アーチダムの研究\*は、1866年フランス人 Delocre が円筒理論を用いて理論的にアーチダムの設計計算を行なつたのが最初とされている。それ以来20世紀の初頭まではもつぱら円筒理論を含む独立アーチ法でダムの計算が行なわれていたが、1921年にいわゆる NOETZLI 法<sup>23)</sup> が発表されてからは、アーチダムの研究は荷重分割法の時代に移つたと言える。これを契機にアーチダムの計算法は急速に発達し<sup>4)</sup>、1938年には U. S. Bureau of Reclamation<sup>5)</sup> によつて試算荷重法が開発され、現在まで格子バリ法としてその実用化が進められている<sup>6)10)12)13)16)20)22)25)</sup>。

砂防アーチダムの解析には、模型実験による方法と計算による方法とがあり、後者には独立アーチ法と荷重分割法がある。

独立アーチ法では、ダムに働く外力は水平に疊積したアーチの作用のみによつて受けもつものと仮定している。

荷重分割法では、アーチダムを一面いくつかの水平

アーチから成ると考えるとともに、他面いくつかの鉛直片持バリからできていると考え、ダムに作用する外力あるいは内力も、これをアーチの負担分と片持バリの負担分とに区別して考える。なお、荷重分割法とは、次のような計算法に対する総称である。

簡易法

- (1) 試算法：NOETZLI の方法
  - (2) 連立方程式法：中央片持バリ法
- 一般法
- (3) 試算法：試算荷重法
  - (4) 連立方程式法：格子バリ法

従来、砂防アーチダムの設計計算には、その90%以上が円筒理論あるいは試算による NOETZLI の方法が用いられてきたが、今後は高速電算機の開発利用によつて、さらに精密な解を容易に得るための中央片持バリ法や格子バリ法の導入も考えられる。しかしこれらの方法の特徴、適用条件などについて究明した業績は見あたらず、いかなる条件に何れの方法を用いるべきかは未だ明らかにされていない。これは荷重分割法による設計計算法が、いずれも可成り煩雑な計算を伴うので、計算法の相互比較が容易ではなかつたことに起因すると考えられる。

本論文は以上のような見地に立つて各種の砂防アーチダム設計計算法について、荷重分担状態ならびにひずみ量の計算に無次元化の手法を用い、さらに溪谷の横断面形状を数量化して考慮に加え、これによつて各種の計算法に理論的解釈を与えたのち、各種計算法の相互比較を可能にし、それらの適用範囲を明確にすると共に、計算を簡易化するための無次元数値表を作成したものである。なお著者の試作による模型実験装置によつてひずみ量の検証を行なうと共に、理論的計算では解析し難い水抜孔の影響についても実験的に解明した。

## I. 砂防アーチダムの形態と 溪谷の断面形状

### 1. 既設砂防アーチダムの構造的展望

砂防アーチダムの設計計算に関する研究を行なうにあたり、先ず既設砂防アーチダムの実例を調査し、それらの構築に用いられた設計計算法、施工規模等を知ることが有効であると考え。この目的のため全国の各都道府県、各営林局、各地方建設局に既設砂防アーチダムに関する調査を依頼し、その結果を取りまとめた。

\* 本論文末尾の文献欄はアーチダム研究小史との併用を考え、特に年代順に配列した。

Annexe 1 には得られた 80 例の砂防アーチダムの築設資料を、施工年次の古いものから配列した。これらの結果についてここで 2, 3 の検討を加えてみる。

**a. 自然の溪谷の断面形状**

自然の溪谷はその横断面形状が複雑であるので、ここではそれを便宜上 Fig. 1 のように 4 種の型に大別した。この分類法によれば、過去の砂防アーチダムは U 字型ないし矩形断面の溪谷に築設された傾向がうかがわれる。

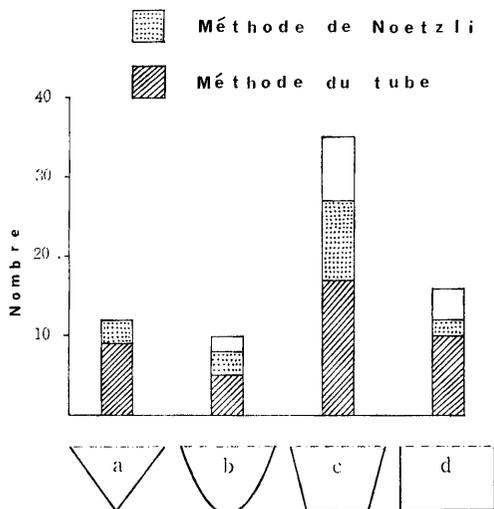


Fig. 1. Relation entre les profils de vallée naturelle et les méthodes du calcul des barrages-voûtes de correction torrentielle existant au Japon.

**b. 設計計算法**

既設砂防アーチダムのうち、その設計に用いられた計算法の資料が得られたものは 69 例である。この内訳をみると円筒理論によるものが 43 例で最も多く、次に NOETZLI 法によるものが 19 例であり、この両方法によつて砂防アーチダムの約 90% が計算された

ことになる。

自然の溪谷の断面形状と既設砂防アーチダムの設計計算法との関係を Fig. 1 の棒グラフで示している。

**c. アーチの形態**

既設砂防アーチダムをそのアーチの形式によつて分類すれば、(1) 定半径式 57 例、(2) 定角式 6 例、(3) 変心変半径式 8 例、(4) アーチおよび直線重力結合式 2 例で、不明のものが 7 例である。この結果、アーチの形式として最も単純な定半径式が全体の 80% 近くも採用されたことになる。

溪谷の断面形状とアーチの形式との関係については理論上一般に、(1) が U 字型、(2) が V 字型の溪谷にそれぞれ適するといわれているが、ここではその傾向はうかがわれない。

**d. 既設砂防アーチダム設計諸元の総括**

Annexe 1 の設計諸元のうち、ダム高 ( $h$ )、天場中心角 ( $2\phi$ )、天場上流半径 ( $r$ )、天場上流弧長 ( $b$ )、天場径間長 ( $2l$ )、天場厚 ( $e$ ) を用いて

$$e/h=\mu, r/h=\rho, 2l/h=\kappa, r/e=\beta, b/e=\lambda, l/r=\delta$$

の数値を各例ごとに計算し、これを要約すれば Tableau 1 のようになる。これを見れば、わが国に築設された砂防アーチダムの構造規模を概念的に把握することができる。

**2. 円筒理論によるアーチの経済的中心角**

円筒理論<sup>1)</sup> (Méthode du tube ou tambour) によれば、アーチの厚さは半径に比例し (1.1)、その半径は谷幅を一定とすれば中心角の大きさによつて変化することがわかる。従つて谷幅のほかには水圧、許容圧縮応力が一定であれば、アーチの容積を最小にするような中心角が存在するはずである。これがいわゆるアーチの経済的中心角である。

ここで Fig. 2 のようにダムの上流半径  $R$ 、ダムの中心角  $2\phi$ 、弦  $AB$  の長さ  $2l$ 、ダムの厚さ  $e$  とすれ

Tableau 1. Caractéristiques des barrages-voûtes de correction torrentielle existant au Japon.

	Nombre	Maximum	Minimum	Moyenne	Déviaton normale
$h$	80	42.00m	5.00m	16.30m	7.60m
$2\phi$	74	156°54'	45°14'	103°47'	23°16'
$\mu$	78	0.480	0.048	0.146	0.089
$\rho$	74	3.000	0.691	1.501	0.481
$\kappa$	72	4.662	0.909	2.260	0.787
$\beta$	74	28.182	4.792	11.319	4.873
$\lambda$	76	74.370	5.813	23.625	14.223
$\delta$	69	3.145	0.826	1.555	0.489

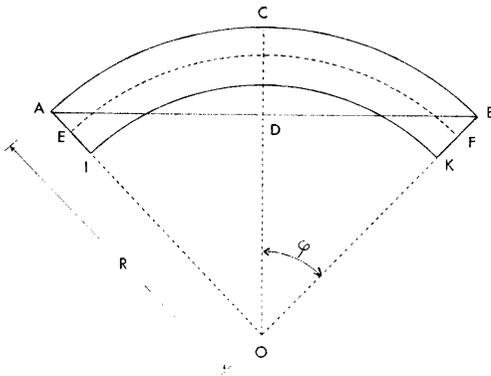


Fig. 2. Angle d'ouverture économique d'un anneau de voûte.

ば、水面からの深さ  $y$  なる点のアーチ断面の平均圧縮応力  $N_0$  は、水の単位容積重量を  $r$  とすれば

$$N_0 = \frac{rRy}{e} \tag{1.1}$$

となる。中心弧長  $EF$  の長さは

$$2\varphi \left( R - \frac{e}{2} \right)$$

であるから、ダムのある深さにおける単位高さのアーチリングの容積は、ダム体の許容圧縮応力  $N$  を用いて

$$V = \frac{2\varphi r R^2 y}{N} \left( 1 - \frac{ry}{2N} \right) \tag{1.2}$$

しかるに  $BD$  は  $l = R \sin \varphi$  であるから

$$R = \frac{l}{\sin \varphi} \tag{1.3}$$

(1.3) を (1.2) に代入すれば次の関係が得られる。

$$V = \frac{2\varphi r l^2 y}{N \sin^2 \varphi} \left( 1 - \frac{ry}{2N} \right) \tag{1.4}$$

従つて、 $V$  を最小ならしめるためには (1.4) を  $\varphi$  について微分し、 $dV/d\varphi = 0$  を満足する  $\varphi$  を求めればよい。すなわち (1.4) は、

$$\frac{dV}{d\varphi} = \frac{\sin^2 \varphi - 2\varphi \sin \varphi \cos \varphi}{\sin^4 \varphi} = 0$$

ゆえに

$$2\varphi = \tan \varphi \tag{1.5}$$

(1.5) の解を求めるのに、三角函数の級数展開法を用いれば

$$2\varphi = \frac{\varphi - \frac{\varphi^3}{3!} - \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} - \dots}{1 - \frac{\varphi^2}{2} - \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} - \dots}$$

となる。ここで近似解の一例として第2項まで計算すれば

$$\varphi^2 = \frac{6}{5}$$

$$\varphi \doteq 1.10$$

$$360^\circ \times \frac{1.10}{6.28} = 63^\circ 03'$$

となる。解の精度を高めれば  $\varphi = 66^\circ 46' 54''$ 、すなわち中心角は  $133^\circ 33' 48''$  前後になり、これがアーチの容積を最小にする中心角である。

なお、(1.5) の解を求める方法としてこのほかに、超越函数の近似解法の一つとしてよく知られている Newton の方法を用いて与式を

$$f(\varphi) = 2\varphi - \tan \varphi; f'(\varphi) = 2 - \sec^2 \varphi$$

とにおいて第  $n$  近似まで求める解法と、与式を

$$f(\varphi) = k\varphi, g(\varphi) = \frac{1}{2} \tan \varphi; k = \frac{\pi}{180}$$

とにおいて  $f(\varphi)$ 、 $g(\varphi)$  の曲線を図上に描き、その交点から解を求める図解法とがあり、いずれも簡単に近似解を求めることができる。

### 3. 砂防アーチダムの設計条件と渓谷の断面形状の表示法

ここで、砂防アーチダムの計算を進めていく上に必要な設計条件を決めることにする。

まず本論文では、既設砂防アーチダムの設計条件を参考にして、定半径式薄肉等厚の単円形アーチダムについて計算する。中心角は経済的中心角の算出結果、ダム施工時の技術的難易性、計算の簡易化等を考慮して  $2\varphi = 120^\circ$  を採用する。

ダムの高さや天場厚については、アーチダムの安定計算で決めることができず、一般には類似のダムを参考にして決定するが、現実には谷形、中心角、半径および高さまで類似のものは一般にない。ここでは調査結果をまとめて作成した Fig. 3 から、一応の目安として

$$60 \leq h + 500\beta \leq 110$$

ただし

$$10 \text{ m} \leq h \leq 40 \text{ m}$$

程度と考えてよい。

既設砂防アーチダムの調査結果からもわかるように、自然の渓谷は種々様々な相貌を呈し複雑である。従来砂防工学の分野ではこのように複雑な断面形状を表示するのに三角形、台形、矩形の谷、あるいはV字型、U字型の谷と言うような呼称を用いるのが一般で

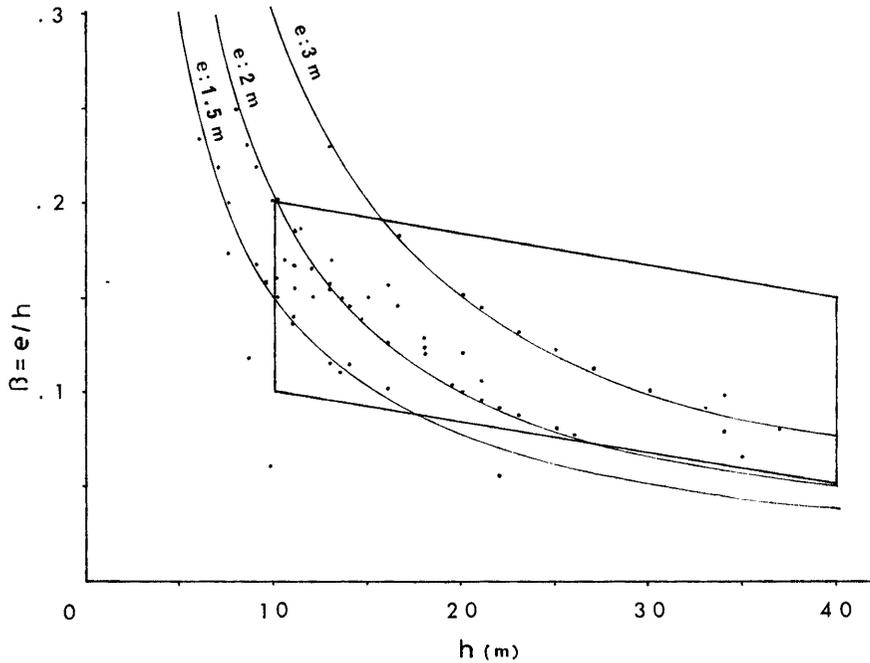


Fig. 3. Hauteurs limites en fonction du coefficient d'épaisseur.

あつた。しかしこのような表示法では、自然の渓谷の断面形状を概念的に表わすには便利ではあるが、再現性に乏しく、数量的取り扱いが困難である。従つて本論文では、自然の渓谷の断面形状を  $N$  次のパラボラの式 (formule de la parabole) の係数と指数を変えて表示することにした。すなわち渓谷の断面形状は、

$$y^2 = k^2 x^N \quad \left( k = \frac{l}{h^{N/2}} \right) \quad (1.6)$$

ここに  $h$  : ダムの高さ

$2l$  : 天場アーチの径間長

## II. アーチと片持バリの変位一般式

### 1. 等分布荷重を受けるアーチの変位一般式

アーチは構造力学的には構造物に属し、曲げ、せん断力および軸方向力に抵抗する部材によつて構成された構造物であり、次のような仮定の上に立つものである。

(a) アーチの部材はフックの法則 (la loi de Hooke) に従う。すなわち部材は弾性体と仮定するから、アーチの変形は弾性変形である。

(b) アーチに作用する荷重は静的に作用する。すなわち荷重はアーチの部材に衝撃あるいは振動を与え

ることなく、荷重とこれによつてアーチ部材内部に発生した応力とは常につり合いを保ちながら変形する (l'hypothèse de Bernoulli)。従つて外力とアーチの弾性変形とは一次の関係にある。

これらは構造力学上の一般的な仮説であるが、さらにここで論じるアーチリングは等厚単円形の対称アーチ (いわゆるフィレット・アーチ、不等厚アーチ、多心アーチ等でないもの) で、左右対称の等分布荷重を受けるものとし、それは両端 (appui latéral) で完全支持されているものを考える。従つてアーチリングの弾性変形を求めるには、その左右いずれか半分について

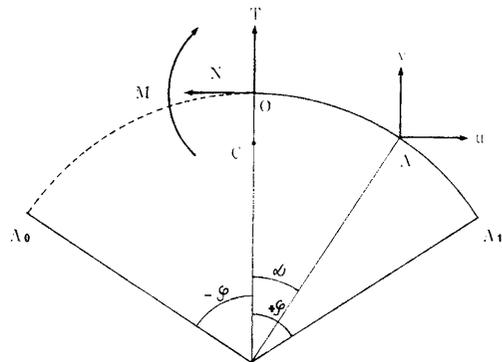


Fig. 4. Direction des réactions et des déformations.

て計算すれば十分である。

以上の仮定に立てば、このアーチリングは3次の不  
 静定構造物である。アーチリングに作用する荷重を等  
 分布荷重の場合だけに限定すれば、これらの不静定力  
 を解くのに Bresse の式 (Formules de déformation  
 de Bresse) を用いると便利である。

今、アーチリングの任意点  $A$  の水平および鉛直方  
 向の変位を Fig. 4 のように、 $u$ 、 $v$  とすれば、Bresse  
 の式から

$$\begin{aligned} u = & -r \int \frac{M(y-r \cdot \cos \alpha)}{EI} d\alpha - r \int \frac{N \cdot \cos \alpha}{ES} d\alpha \\ & - r \int \frac{T \cdot \sin \alpha}{GS} d\alpha - r \int \frac{M_t(y-r \cdot \cos \alpha)}{EI} d\alpha \\ & - r \int \frac{N_t \cdot \cos \alpha}{ES} d\alpha - r \int \frac{T_t \cdot \sin \alpha}{GS} d\alpha \\ & + \lambda \Delta t r \int \cos \alpha d\alpha \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} v = & r \int \frac{M(x-r \cdot \sin \alpha)}{EI} d\alpha + r \int \frac{N \cdot \sin \alpha}{ES} d\alpha \\ & - r \int \frac{T \cdot \cos \alpha}{GS} d\alpha + r \int \frac{M_t(x-r \cdot \sin \alpha)}{EI} d\alpha \\ & + r \int \frac{N_t \cdot \sin \alpha}{ES} d\alpha - r \int \frac{T_t \cdot \cos \alpha}{GS} d\alpha \\ & - \lambda \Delta t r \int \sin \alpha d\alpha \end{aligned} \quad (2.2)$$

ここに  $M$ 、 $N$ 、 $T$  の具体的な形を示すと

$$\begin{cases} M = -Qr \cdot \cos \alpha \\ N = R + Q \cdot \cos \alpha \\ T = Q \cdot \sin \alpha \\ M_t = -Q_t r \cdot \cos \alpha \\ N_t = Q \cdot \cos \alpha \\ T_t = Q_t \sin \alpha \end{cases}$$

記号は

- $M$  : 曲げモーメント  
(moment fléchissant)
- $N$  : 軸方向力  
(effort normal)
- $T$  : せん断力  
(effort tranchant)
- $Q$  : 不静定力  
(pression hyperstatique)
- $R$  : 支点反力  
(réactions d'appui)
- $r$  : アーチの中心線半径  
(rayon au centre de courbure)

- $E$  : 弾性係数  
(module d'élasticité de Young)
- $G$  : せん断弾性係数  
(coefficient d'élasticité transversale)
- $I$  : アーチの断面2次モーメント  
(moment d'inertie de la section par rapport à l'axe Z)
- $S$  : アーチの断面積  
(aire de la section d'anneau)
- $\lambda$  : 温度変化による膨張係数  
(coefficient de dilatation thermique)
- $\Delta t$  : 温度変化量  
(variation de température)
- $x, y$  : 点  $A$  の直交座標軸  
(coordonnées du point  $A$ )
- $\alpha$  : 積分変数  
(variable de l'intégral)

式中、添字  $t$  を付した記号は温度変化によるもので  
 ある。

ここで座標軸の原点として、アーチの弾性中心点  $C$   
 のかわりに点  $O$  をとれば、 $M$  と  $M_t$  は次のように書  
 き換えられる。

$$M = -Q(r \cdot \cos \alpha - r \cdot \sin \varphi / \varphi)$$

$$M_t = -Q_t(r \cdot \cos \alpha - r \cdot \sin \varphi / \varphi)$$

(2.1)、(2.2)を Fig. 4 の点  $A_0(-\varphi)$  から点  $A(\alpha)$   
 まで積分すれば、比較的簡単に次の結果が得られる。

$$\begin{aligned} u = & (Q - Q_t) \left[ \frac{r^3}{EI} \left( \frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} - \sin \alpha \cos \alpha \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\alpha \cdot \sin \varphi \cos \alpha}{\varphi} - \frac{\sin \varphi \sin \alpha}{\varphi} \right) \right. \\ & \left. + \frac{r}{ES} \left( \frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) + \frac{r}{GS} \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) \right] \\ & - \frac{r^2 \cdot \sin \alpha}{ES} + \lambda \Delta t r \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} v = & (Q - Q_t) \left[ \frac{r}{EI} \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\alpha}{4} - \frac{\cos 2\varphi}{4} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\alpha \sin \varphi \sin \alpha}{\varphi} - \frac{\sin \varphi \cos \alpha}{\varphi} + \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\varphi} \right) \right. \\ & \left. + \frac{r}{ES} \left( \frac{\cos 2\alpha}{4} - \frac{\cos 2\varphi}{4} \right) - \frac{r}{GS} \left( \frac{\cos 2\alpha}{4} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\cos 2\varphi}{4} \right) \right] + \frac{r^2}{ES} (\cos \varphi - \cos \alpha) \\ & + \lambda \Delta t r (\cos \alpha - \cos \varphi) \end{aligned} \quad (2.4)$$

ここで水平アーチ要素 (anneau horizontal) の水

平方向の厚さを  $e$  とし、鉛直方向の高さを単位長さにとれば、 $S=e$ 、 $I=e^3/12$ ； $\beta=r/e$ ； $S/I=12\beta^2/r^2$  とする。

以上の関係を用いて、

$$Q = \frac{-R}{C_1\beta^2 + C_2} = \frac{-qr}{C_1\beta^2 + C_2}$$

ただし

$$C_1 = \frac{12}{\sin\varphi} \left( \frac{\varphi}{2} + \frac{\sin 2\varphi}{4} - \frac{\sin^2\varphi}{\varphi} \right)$$

$$C_2 = \frac{1}{\sin\varphi} \left[ \frac{\varphi}{2} \left( 1 + \frac{E}{G} \right) + \frac{\sin 2\varphi}{4} \left( 1 - \frac{E}{G} \right) \right]$$

同様に、温度変化による不静定力  $Q_t$  は次のように書くことができる。

$$Q_t = \frac{ES\lambda dt}{C_1\beta^2 + C_2}$$

アーチのクラウンでは  $\alpha=0$  となり、更に  $E/G=3$  を用いれば、半径方向のたわみ式は

$$f = (Q - Q_t) \left[ \frac{r^3}{EI} \left( \frac{1}{4} - \frac{\cos 2\varphi}{4} - \frac{\sin\varphi}{\varphi} - \frac{\sin\varphi \cos\varphi}{\varphi} \right) - \frac{r}{ES} \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\varphi}{2} \right) \right] - \frac{r^2}{ES} (1 - \cos\varphi) + \lambda dt r (1 - \cos\varphi) \quad (2.5)$$

(2.5) はアーチ要素のクラウンにおける半径方向の変位を求める一般式である。これは特に、クラウン片持バリ法によるアーチのたわみ計算に用いて便利な式である。

## 2. 三角形等変分布荷重を受けるアーチの変位一般式

### a. 不静定力の算出法

一定断面積  $A$  を有する対称形アーチ要素の右半分の任意の点  $D$  (Fig. 5) における曲げモーメント  $M$ 、軸方向力  $N$ 、せん断力  $T$  は次のように表わすことができる。

$$M = M_c + N_c y - M'; \quad N = N_c \cos\alpha + N'; \\ T = N_c \sin\alpha - T' \quad (2.6)$$

ここで  $M_c$ 、 $N_c$  は不静定反力 ( $T_c$  はアーチのクラウンを原点にとれば不要)、 $y=r(1-\cos\alpha)$ 。

この  $M$ 、 $N$ 、 $T$  が断面力 (内力) として、アーチ要素に作用する場合のひずみエネルギー  $U$  は、重ね合わせの原理 (principe de la superposition) により、各断面のひずみエネルギーの総和として求めることができる。

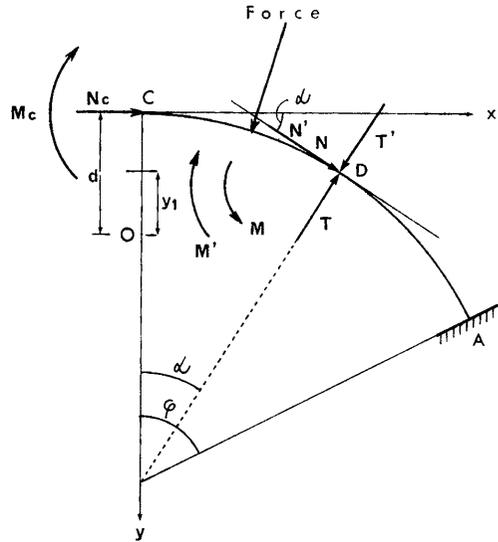


Fig. 5. Directions et sens des réactions d'appui dans un anneau de voûte.

$$U = 2 \int_0^s \frac{M^2}{2EI} ds + 2 \int_0^s \frac{N^2}{2AE} ds + 2 \int_0^s \kappa \frac{T^2}{2GA} ds \quad (2.7)$$

両端固定のアーチは 3 次の不静定構造物である。これらの不静定力を求めるのにいくつかの方法が考えられているが、ここではいわゆるカステリヤノの定理 (théorème de Castigliano)、または最小仕事の原理 (principe de l'énergie minimum) を用いる。この解法によると (2.7) から次の関係が得られる。

$$\frac{\partial U}{\partial M_c} = 2 \int \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial M_c} ds = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial U}{\partial N_c} = 2 \int \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial N_c} ds + 2 \int \frac{N}{EA} \frac{\partial N}{\partial N_c} ds + 2 \int \kappa \frac{T}{GA} \frac{\partial T}{\partial N_c} ds = 0 \quad (2.9)$$

ここで

$$\frac{\partial M}{\partial M_c} = 1; \quad \frac{\partial M}{\partial N_c} = y; \quad \frac{\partial T}{\partial N_c} = \sin\alpha; \quad \frac{\partial N}{\partial N_c} = \cos\alpha \quad (2.10)$$

(2.10) の条件を用いると (2.8) から

$$M_c \int_0^s \frac{ds}{EI} + N_c \int_0^s \frac{y \cdot ds}{EI} = \int \frac{M'}{EI} ds \quad (2.11)$$

座標軸の原点を点  $C$  から点  $O$  に移せば、

$$y_1 = y - d \quad (2.12)$$

の関係が成り立ち

$$\int_0^s \frac{y_1 \cdot ds}{EI} = 0 \quad (2.13)$$

(2.12), (2.13) の関係を用いて (2.11) を書き換え, その両辺を  $\int_0^s \frac{ds}{EI}$  で割れば

$$M_c + N_c d = \int_0^s M' ds \Big/ \int_0^s ds \quad (2.14)$$

となる. 次に (2.10) の条件を用いて (2.9) を書き換えると

$$\begin{aligned} M_c \int_0^s \frac{y ds}{EI} + N_c \int_0^s \frac{y^2 ds}{EI} + N_c \kappa \int_0^s \frac{\sin^2 \alpha}{GA} ds + N_c \int_0^s \frac{\cos^2 \alpha}{EA} ds \\ = \int_0^s \frac{M' y}{EI} ds + \kappa \int_0^s \frac{T'}{GA} \sin \alpha ds - \int_0^s \frac{N'}{EA} \cos \alpha ds \end{aligned} \quad (2.15)$$

(2.12), (2.13) の関係を用いて (2.15) を書き換え, その両辺を  $d \int_0^s \frac{ds}{EI}$  で割れば

$$\begin{aligned} M_c + \frac{N_c \int_0^s y_1^2 ds}{d \int_0^s ds} + N_c d + \frac{3\kappa I}{A} \cdot \frac{N_c \int_0^s \sin^2 \alpha ds}{d \int_0^s ds} + \frac{I}{A} \frac{N_c \int_0^s \cos^2 \alpha ds}{d \int_0^s ds} \\ = \frac{\int_0^s M' y_1 ds}{d \int_0^s ds} + \frac{\int_0^s M' ds}{\int_0^s ds} + \frac{3\kappa I}{A} \cdot \frac{\int_0^s T' \sin \alpha ds}{d \int_0^s ds} - \frac{I}{A} \cdot \frac{\int_0^s N' \cos \alpha ds}{d \int_0^s ds} \end{aligned} \quad (2.16)$$

(2.14) を (2.16) に代入し,  $ds=r d\alpha$  の関係を用いて変数変換すれば,

$$\begin{aligned} N_c \int_0^\varphi y_1^2 d\alpha + \frac{3\kappa I}{A} N_c \int_0^\varphi \sin^2 \alpha d\alpha + \frac{I}{A} N_c \int_0^\varphi \cos^2 \alpha d\alpha \\ = \int_0^\varphi M' y_1 d\alpha + \frac{3\kappa I}{A} \int_0^\varphi T' \sin \alpha d\alpha - \frac{I}{A} \int_0^\varphi N' \cos \alpha d\alpha \end{aligned} \quad (2.17)$$

(2.17) の被積分関数のうち, 関数係が既知の項だけ項別積分し,  $N_c$  について解くと

$$N_c = \frac{r \int_0^\varphi M' \left( \frac{\sin \varphi}{\varphi} - \cos \alpha \right) d\alpha + \frac{I}{A} \left( 3\kappa \int_0^\varphi T' \sin \alpha d\alpha - \int_0^\varphi N' \cos \alpha d\alpha \right)}{\frac{r^2}{2} \left( \varphi + \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) - \frac{r^2 \sin^2 \varphi}{\varphi} + \frac{I}{A} \left( \frac{\varphi}{2} (1+3\kappa) + \frac{\sin 2\varphi}{4} (1-3\kappa) \right)} \quad (2.18)$$

$M_c$  は (2.14) と (2.18) から求めることができる.

$$M_c = \frac{\int_0^\varphi M' d\alpha}{\varphi} - N_c d \quad (2.19)$$

ここで  $d$  は

$$d = \frac{\int_0^s \frac{y ds}{EI}}{\int_0^s \frac{ds}{EI}} = r \left( 1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi} \right) \quad (2.20)$$

(2.18), (2.19), (2.20) から, アーチの不静定力を求めることができる.

#### b. セン断応力度の分布係数

アーチ要素の断面形状を Fig. 6 のような矩形断面

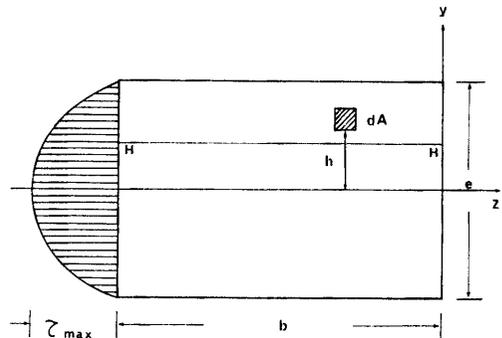


Fig. 6. Distribution de la contrainte de cisaillement.

と考える。この断面に生じるせん断応力度の分布係数 (coefficient de la distribution)  $\kappa$  は次のように求めることができる。

$$\kappa = \int_A \frac{k^2}{A} dA \quad (2.21)$$

ここで  $A$  は断面積,  $k$  は断面内の位置および断面形状によつて決まる係数である。

今, 断面に生じるせん断応力度  $\tau$  の間に,  $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_x$  の関係があり,  $b = \text{const.}$  であれば

$$\tau_{yx} = k \frac{T_x}{A} = \frac{T_x S_y}{b I_z} \quad (2.22)$$

ここに  $S_y$  は切線  $HH$  の外側部分の  $z$  軸に関する 1 次モーメントで

$$S_y = \int_y^{e/2} h \cdot b dh = \frac{b}{2} (e^2 - y^2) \quad (2.23)$$

$$N_c = \frac{r \int_0^\varphi M' \left( \frac{\sin \varphi}{\varphi} - \cos \alpha \right) d\alpha + \frac{e^2}{12} \left( 3.6 \int_0^\varphi T' \sin \alpha d\alpha - \int_0^\varphi N' \cos \alpha d\alpha \right)}{\frac{r^2}{2} \left( \varphi + \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) - \frac{r^2 \sin^2 \varphi}{\varphi} + \frac{e^2}{12} \left( 2.3\varphi - \frac{1.3 \sin 2\varphi}{2} \right)} \quad (2.26)$$

**c. 荷重条件**

アーチ要素に作用するすべての外力を構造力学では, ダムの表面に作用する荷重と支点反力とに分けることができる。

荷重は, その作用する状態によつて種々に分類することができるが, 作用荷重の分布状態によつて分けると, 集中荷重と分布荷重になる。分布荷重のうち, 荷重の大きさが一定であるものを等分布荷重, 作用点の座標の 1 次関数で表わされるものを等変分布荷重という。

今, アーチ要素に作用するすべての外力の水平分布を Fig. 7 のように, 任意の曲線で表わす。さて, このように複雑な荷重分布状態では計算上その取り扱い

また,  $I_z$  は  $z$  軸に関する断面 2 次モーメントで

$$I_z = 2 \int_0^{e/2} h^2 \cdot b dh = \frac{b}{12} e^3 \quad (2.24)$$

(2.23) と (2.24) を (2.22) に代入して, それを  $k$  について解けば,

$$k = \frac{6A}{be^3} (e^2 - y^2) \quad (2.25)$$

ここで  $b=1$ , 従つて  $A=e$ ,  $dA=dy$  の条件を用いて (2.25) を (2.21) に代入して数値計算すれば,  $\kappa$  の値が決定する。

$$\kappa = \int_A \frac{k^2}{A} dA = \frac{2}{e} \int_0^{e/2} \left( \frac{3}{2} - \frac{6y^2}{e^2} \right)^2 dy = 1.2$$

ここで求めた  $A=e$ ,  $I_z = \frac{e^3}{12}$ ,  $\kappa=1.2$  の値を (2.18) に代入すれば

が困難であるため, 一般にはこれを単純な荷重形で近似させる。従来構造力学で広く用いられている方法は, 任意の荷重分布をいくつかの集中荷重群に置き換える方法と, これを等分布荷重とみなす方法である。

集中荷重は一点に作用するので力そのものであり, これを強いて荷重密度  $\left( = \frac{[F]}{[L]} \right)$  で表わせば,  $\frac{[F]}{0} = \infty$  となり, また等分布荷重は荷重の大きさ (力) が, アーチ要素の全長にわたつて一定であると仮定するものであり, いずれも現実の荷重分布状態を近似するのに適当でない。

従つて本論文では等変分布荷重の考え方を, 荷重密度の分布を三角形の組み合わせによつて近似することにした。この方法は次のような仮定の上に立つも

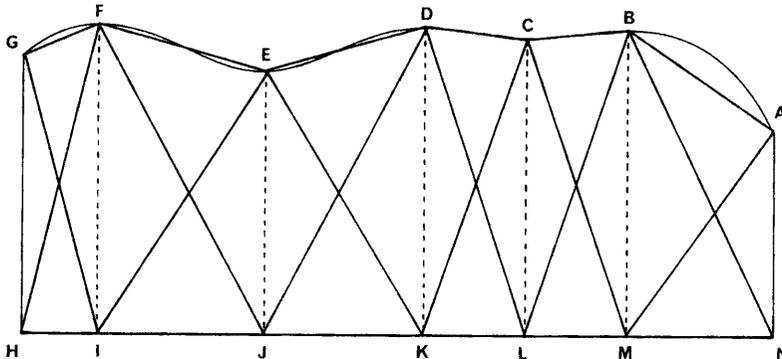


Fig. 7. Méthode d'approximation de la forme des charges.

のである。Fig. 7 で

(a) 曲線 ABCDEFG で囲まれた荷重を、その曲線上の変曲点を直線で連結した多角形 ABCDEFGHI JKLMN に囲まれた荷重で近似する。

(b) この多角形を多数個の四角形 ABMN, BCLM, …… に分割する。

(c) すべての四角形をそれぞれ三角形 AMN, BLN, CKM, …… で置き換える。

以上の考え方で任意の荷重を多数個の三角形荷重の組み合わせで近似すれば、現実の荷重状態を比較的正確に再現することができる\*。

次に力の作用面について検討を加えてみる。アーチ要素に対する力の作用面は曲面であるから、任意の三角形荷重 (三角形の高さは単位長さにする) による、半径方向の力の合力は次のように求めることができる

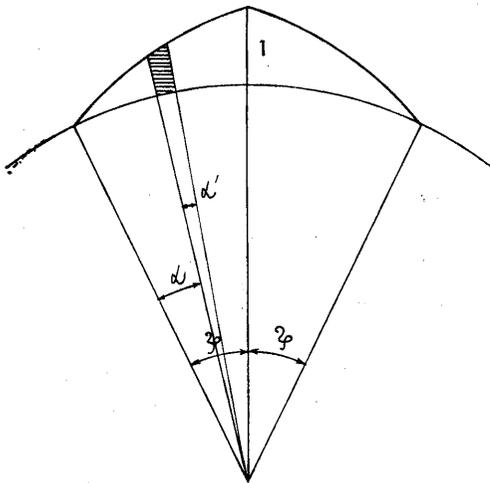


Fig. 8. Anneau horizontal sous charges.

アーチ要素の任意断面に働く内力 (2.6)

$$M = M_c + N_c y - M'; \quad N = N_c \cos \alpha + N'; \quad T = N_c \sin \alpha - T' \quad \text{ここに } y = r(1 - \cos \alpha)$$

不静定力の計算式 (2.26), (2.19)

$$N_c = \frac{r \left( \frac{\sin \varphi}{\varphi} D^{-1} M' - D^{-1} M' \cos \alpha \right) + \frac{e^2}{12} (3.6 D^{-1} T' \sin \alpha - D^{-1} N' \cos \alpha)}{\frac{r^2}{2} \left( \varphi + \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) - \frac{r^2 \sin^2 \varphi}{\varphi} + \frac{e^2}{12} \left( 2.3 \varphi - \frac{1.3 \sin 2\varphi}{2} \right)}$$

$$M_c = \frac{D^{-1} M'}{\varphi} - N_c d$$

$$d = r \left( 1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi} \right)$$

(Fig. 8).

$0 \leq \alpha' \leq \varphi$  の区間で微小矩形を考えると

$$\begin{cases} \text{荷重密度} = \frac{\alpha'}{\varphi} \\ \text{作用面の平均長さ} = \left( r + \frac{\alpha'}{2\varphi} \right) d\alpha' \end{cases}$$

となるから、これを用いて区間  $[0, 2\varphi]$  で積分すれば

$$\begin{aligned} & 2 \int_0^\varphi \frac{\alpha'}{\varphi} \left( r + \frac{\alpha'}{2\varphi} \right) d\alpha' \cdot \cos(\varphi - \alpha) \\ &= 2 \frac{r}{\varphi} (1 - \cos \varphi) + 2 \frac{\varphi - \sin \varphi}{\varphi^2} \end{aligned} \quad (2.27)$$

(2.27) は三角形荷重による力の合力の厳密解であるが、実際には任意の荷重をできるだけ多数個の三角形荷重の組み合わせで近似するものと考え、 $r\varphi \rightarrow l$ ;  $r \rightarrow \infty$ ,  $\varphi \rightarrow 0$  として計算を進める。ちなみに、(2.27) の解を級数展開してその極限值を求めてみると

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} 2 \frac{\varphi - \left( \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \dots \right)}{\varphi^2} = 0$$

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} 2 \frac{r}{\varphi} \left( 1 - 1 + \frac{\varphi^2}{2!} - \frac{\varphi^4}{4!} + \dots \right) = l$$

となり、これは二等辺三角形荷重の底辺が直線の場合である。

#### d. 荷重型の分類と内力計算

アーチ要素の任意断面に働く内力 (2.6) を決定するのに必要な力のうち、不静定力を求める式 (2.26), (2.19), (2.20) はすでに誘導したが、ここでは (2.26), (2.19), (2.20) と (2.6) を計算するのに必要な、三角形荷重による任意断面の内力 ( $M'$ ,  $N'$ ,  $T'$ ) を求める式を誘導し、それを荷重型別にまとめた。これによつて、(2.26), (2.19) の被積分関数の関数形もすべて既知となり、積分可能になる。

\* これを Triangular Radial Load の組み合わせと考える場合もある<sup>5)</sup>。

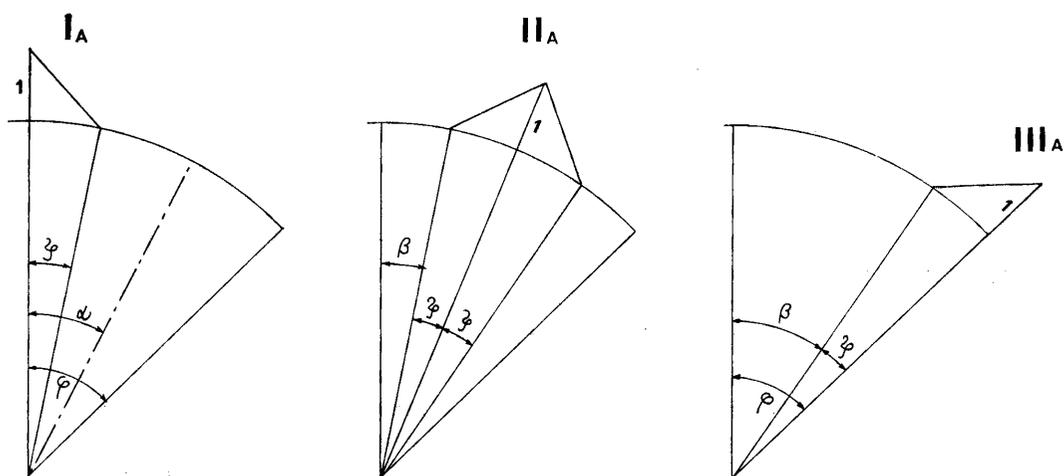


Fig. 9. Trois sortes de charges triangulaires dans un anneau horizontal.

単位三角形荷重による各断面の内力 ( $M'$ ,  $N'$ ,  $T'$ )

(a) 荷重型 I<sub>A</sub> の場合

$0 \leq \alpha \leq \phi$  のとき

$$M' = r^2(1 - \cos\alpha) - \frac{r^2}{\phi}(\alpha - \sin\alpha)$$

$$N' = r(1 - \cos\alpha) - \frac{r}{\phi}(\alpha - \sin\alpha)$$

$$T' = r\sin\alpha - \frac{r}{\phi}(1 - \cos\alpha)$$

$\phi \leq \alpha \leq \varphi$  のとき

$$M' = -r^2\cos\alpha + \frac{r^2}{\phi}\sin\alpha - \frac{r^2}{\phi}\sin(\alpha - \phi)$$

$$N' = -r\cos\alpha + \frac{r}{\phi}\sin\alpha - \frac{r}{\phi}\sin(\alpha - \phi)$$

$$T' = r\sin\alpha + \frac{r}{\phi}\cos\alpha - \frac{r}{\phi}\cos(\alpha - \phi)$$

不静定力計算式の項別積分

$$D^{-1}M' = r^2\left(\frac{\phi}{2} - \sin\phi\right) + \frac{r^2}{\phi}\{\cos(\varphi - \phi) - \cos\varphi\}$$

$$D^{-1}M'\cos\alpha = -\frac{r^2}{2}\left(\varphi + \frac{\sin 2\varphi}{2}\right) + \frac{r^2}{2\phi}(\varphi - \phi)\sin\phi + \frac{r^2}{4\phi}\{\cos(2\varphi - \phi) - \cos 2\varphi - 5\cos\phi + 5\}$$

$$D^{-1}N'\cos\alpha = -\frac{r}{2}\left(\varphi + \frac{\sin 2\varphi}{2}\right) + \frac{r}{2\phi}(\varphi - \phi)\sin\phi + \frac{r}{4\phi}\{\cos(2\varphi - \phi) - \cos 2\varphi - 5\cos\phi + 5\}$$

$$D^{-1}T'\sin\alpha = r\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4}\right) - \frac{r}{2\phi}(\varphi - \phi)\sin\phi + \frac{r}{4\phi}\{3\cos\phi + \cos(2\varphi - \phi) - \cos 2\varphi - 3\}$$

(b) 荷重型 II<sub>A</sub> の場合

$\beta \leq \alpha \leq \beta + \phi$  のとき

$$M' = \frac{r^2}{\phi}\{\alpha - \beta - \sin(\alpha - \beta)\}$$

$$N' = \frac{r}{\phi}\{\alpha - \beta - \sin(\alpha - \beta)\}$$

$$T' = \frac{r}{\phi}\{1 - \cos(\alpha - \beta)\}$$

$\beta + \phi \leq \alpha \leq \beta + 2\phi$  のとき

$$M' = 2r^2 - \frac{r^2}{\phi}\{\alpha - \beta + \sin(\alpha - \beta) - 2\sin(\alpha - \beta - \phi)\}$$

$$N' = 2r - \frac{r}{\phi}\{\alpha - \beta + \sin(\alpha - \beta) - 2\sin(\alpha - \beta - \phi)\}$$

$$T' = \frac{r}{\phi}\{2\cos(\alpha - \beta - \phi) - \cos(\alpha - \beta) - 1\}$$

$\beta + 2\psi \leq \alpha \leq \varphi$  のとき

$$M' = 2 \frac{r^2}{\psi} (1 - \cos \psi) \sin(\alpha - \beta - \psi)$$

$$N' = 2 \frac{r}{\psi} (1 - \cos \psi) \sin(\alpha - \beta - \psi)$$

$$T' = 2 \frac{r}{\psi} (1 - \cos \psi) \cos(\alpha - \beta - \psi)$$

不静定力計算式の項別積分

$$D^{-1}M' = r^2 \psi + \frac{r^2}{\psi} (1 + \cos 2\psi - 2\cos \psi) + \frac{2r^2}{\psi} (1 - \cos \psi) (\cos \psi - \cos(\varphi - \beta - \psi))$$

$$\begin{aligned} D^{-1}M' \cos \alpha &= r^2 (\sin \beta - \sin(\beta + \psi)) - \frac{r^2}{\psi} \left\{ \frac{5}{4} \cos \beta - \frac{5}{2} \cos(\beta + \psi) + \cos(\beta + 2\psi) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cos(\beta + 3\psi) - \frac{1}{4} \cos(\beta + 4\psi) \right\} - \frac{2r^2}{\psi} (1 - \cos \psi) \left\{ \frac{1}{2} (\varphi - \beta - 2\psi) \sin(\beta + \psi) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \beta - \psi) - \frac{1}{4} \cos(\beta + 3\psi) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D^{-1}N' \cos \alpha &= r (\sin \beta - \sin(\beta + \psi)) - \frac{r}{\psi} \left\{ \frac{5}{4} \cos \beta - \frac{5}{2} \cos(\beta + \psi) + \cos(\beta + 2\psi) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cos(\beta + 3\psi) - \frac{1}{4} \cos(\beta + 4\psi) \right\} - \frac{2r}{\psi} (1 - \cos \psi) \left\{ \frac{1}{2} (\varphi - \beta - 2\psi) \sin(\beta + \psi) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \beta - \psi) - \frac{1}{4} \cos(\beta + 3\psi) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D^{-1}T' \sin \alpha &= r (\sin(\beta + \psi) - \sin \beta) + \frac{r}{\psi} \left\{ \frac{3}{4} \cos \beta - \frac{3}{2} \cos(\beta + \psi) + \cos(\beta + 2\psi) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \cos(\beta + 3\psi) + \frac{1}{4} \cos(\beta + 4\psi) \right\} + \frac{2r}{\psi} (1 - \cos \psi) \left\{ \frac{1}{2} (\varphi - \beta - 2\psi) \sin(\beta + \psi) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \beta - \psi) + \frac{1}{4} \cos(\beta + 3\psi) \right\} \end{aligned}$$

(c) 荷重型 III<sub>A</sub> の場合

$\beta \leq \alpha \leq \beta + \psi$  のとき

$$M' = \frac{r^2}{\psi} \{\alpha - \beta - \sin(\alpha - \beta)\}$$

$$N' = \frac{r}{\psi} \{\alpha - \beta - \sin(\alpha - \beta)\}$$

$$T' = \frac{r}{\psi} \{1 - \cos(\alpha - \beta)\}$$

$\beta + \psi \leq \alpha \leq \varphi$  のとき

$$M' = r^2 + \frac{r^2}{\psi} \{\sin(\alpha - \beta - \psi) - \sin(\alpha - \beta)\}$$

$$N' = r + \frac{r}{\psi} \{\sin(\alpha - \beta - \psi) - \sin(\alpha - \beta)\}$$

$$T' = \frac{r}{\psi} \{\cos(\alpha - \beta - \psi) - \cos(\alpha - \beta)\}$$

不静定力計算式の項別積分

$$D^{-1}M' = r^2 \left( \varphi - \beta - \frac{\psi}{2} \right) + \frac{r^2}{\psi} \{ \cos(\varphi - \beta) - \cos(\varphi - \beta - \psi) \}$$

$$D^{-1}M' \cos \alpha = r^2 \sin \varphi + \frac{r^2}{\psi} \left\{ \frac{1}{2} (\varphi - \beta) \sin \beta - \frac{1}{2} (\varphi - \beta - \psi) \sin(\beta + \psi) + \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \beta) - \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \beta - \psi) + \frac{5}{4} \cos(\beta + \psi) - \frac{5}{4} \cos \beta \right\}$$

$$D^{-1}N' \cos \alpha = r \sin \varphi + \frac{r}{\psi} \left\{ \frac{1}{2} (\varphi - \beta) \sin \beta - \frac{1}{2} (\varphi - \beta - \psi) \sin(\beta + \psi) + \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \beta) - \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \beta - \psi) + \frac{5}{4} \cos(\beta + \psi) - \frac{5}{4} \cos \beta \right\}$$

$$D^{-1}T' \sin \alpha = \frac{r}{\psi} \left\{ \frac{1}{2} (\varphi - \beta - \psi) \sin(\beta + \psi) - \frac{1}{2} (\varphi - \beta) \sin \beta + \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \beta) - \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \beta - \psi) + \frac{3}{4} \cos \beta - \frac{3}{4} \cos(\beta + \psi) \right\}$$

e. 仮想変位の原理を用いたたわみ一般式の誘導

アーチ要素のたわみ式を、構造物の仮想変位の原理 (méthode des déplacements virtuels) を用いて誘導する。

仮想荷重およびこれによる断面力を  $\bar{P}$ ;  $\bar{M}$ ,  $\bar{N}$ ,  $\bar{T}$  とし、実荷重およびこれによる断面力を  $P$ ;  $M$ ,  $N$ ,  $T$  のように表わせば、仮想仕事のなす仮想変位  $\delta$  (仮想変位によるひずみエネルギー  $\delta U$  に等しい) は

$$\delta = \int \bar{M} \frac{M}{EI} ds + \int \bar{N} \frac{N}{EA} ds + \int \kappa \bar{T} \frac{T}{GA} ds \tag{2.28}$$

(2.28) は仮想変位の原理を用いて、アーチ要素のたわみを求める式である。

ここで Fig. 10 に示すアーチ要素に、任意の三角荷重  $P$  が作用する場合を考える。この原理を用いて点  $D$  の半径方向の変位  $\delta_D$  を求めるには、すでに求めた実荷重による各断面の断面力  $M$ ,  $N$ ,  $T$  と、その点  $D$  に仮想荷重  $\bar{P}_D=1$  を半径方向 (求めようとする変位

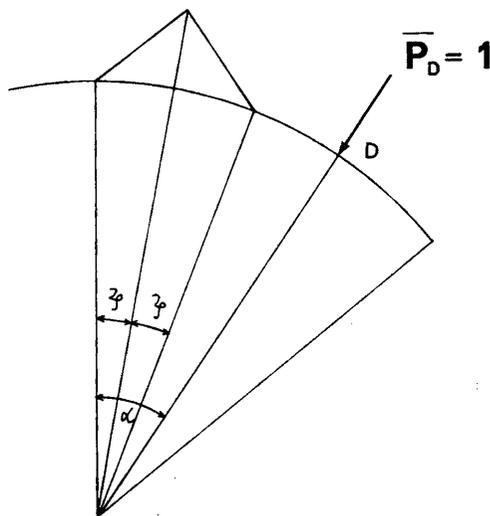


Fig. 10. Anneau horizontal pour calcul.

の方向) に作用させたときの、各断面の断面力  $\bar{M}$ ,  $\bar{N}$ ,  $\bar{T}$  を求める必要がある。

アーチ要素の任意断面に働く仮想力 ( $\bar{M}$ ,  $\bar{N}$ ,  $\bar{T}$ )

$\psi \leq \alpha \leq \varphi$  のとき

$$\bar{M} = \bar{M}_c + \bar{N}_c y - \bar{M}' ; \bar{N} = \bar{N}_c \cos \alpha + \bar{N}' ; \bar{T} = \bar{N}_c \sin \alpha - \bar{T}'$$

ここに  $y = r(1 - \cos \alpha)$

不静定力の計算式 ( $\bar{N}_c$ ,  $\bar{M}_c$ )

$$\bar{N}_c = \frac{r \left( \frac{\sin \varphi}{\varphi} D^{-1} \bar{M}' - D^{-1} \bar{M}' \cos \alpha \right) + \frac{e^2}{12} (3.6 D^{-1} \bar{T}' \sin \alpha - D^{-1} \bar{N}' \cos \alpha)}{\frac{r^2}{2} \left( \varphi + \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) - \frac{r^2 \sin^2 \varphi}{\varphi} + \frac{e^2}{12} \left( 2.3\varphi - \frac{1.3 \sin 2\varphi}{2} \right)}$$

$$\bar{M}_c = \frac{D^{-1}\bar{M}'}{\varphi} - \bar{N}_c d$$

$$d = r \left( 1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi} \right)$$

仮想荷重による断面の仮想力 ( $\bar{M}'$ ,  $\bar{N}'$ ,  $\bar{T}'$ )

$$\bar{M}' = r \sin(\alpha - \xi)$$

$$\bar{N}' = \sin(\alpha - \xi)$$

$$\bar{T}' = \cos(\alpha - \xi)$$

不静定力計算式の項別積分

$$D^{-1}\bar{M}' = r(1 - \cos(\varphi - \xi))$$

$$D^{-1}\bar{M}' \cos \alpha = -\frac{1}{2} r (\varphi - \xi) \sin \xi \\ + \frac{1}{4} r \cos \xi - \frac{1}{4} r \cos(2\varphi - \xi)$$

$$D^{-1}\bar{N}' \cos \alpha = -\frac{1}{2} (\varphi - \xi) \sin \xi \\ + \frac{1}{4} \cos \xi - \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \xi)$$

$$D^{-1}\bar{T}' \cos \alpha = \frac{1}{2} (\varphi - \xi) \sin \xi \\ + \frac{1}{4} \cos \xi - \frac{1}{4} \cos(2\varphi - \xi)$$

### 3. 片持バリの変位一般式

#### a. たわみ曲線の微分方程式

直線バリが荷重を受けてその軸が変形するとき、変形後の重心軸をハリの弾性曲線 (*courbe élastique*)、また任意点の移動量をこの点の変位 (*déplacement*)、変位の垂直成分をたわみ (*flèche*)、ハリの各点のたわみを連ねた曲線をたわみ曲線 (*courbe de la flèche*) という。

Fig. 11 において変形量が微小であれば、 $AB$  上の各点は  $AB$  に垂直に、すなわち鉛直方向に変形するものと考えることができる。従つて変形が微小のときは  $AB$  の鉛直方向のたわみ曲線は、 $AB$  の全変位および変形後の形状を示す弾性曲線と一致するものと考えられる。

さて応力 (*contrainte*) と変形 (*travail de déformation*) については、 $z$  軸に対するモーメントの釣合条件から

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EI_z} \quad (2.29)$$

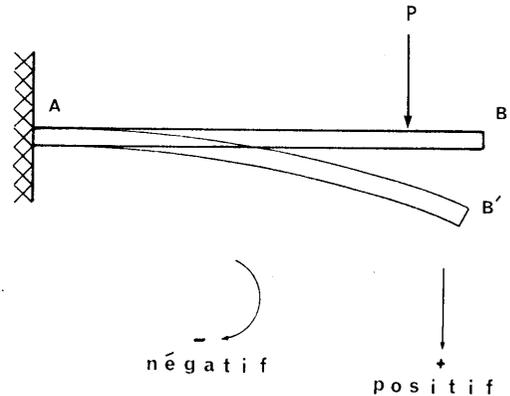


Fig. 11. Direction du moment fléchissant et de la flèche par les charges sur la console.

また点  $D$  における弾性曲線の曲率半径  $\rho$  は、変形が微小であると仮定して  $(dy/dx)^2$  の項を 1 に対して無視すれば

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{d^2y}{dx^2} \quad (2.30)$$

断面力の符号、曲り方と座標軸との関係を考慮して、(2.29) と (2.30) から

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_z}{EI_z} \quad (2.31)$$

(2.31) は、曲げモーメントを受ける直線バリのたわみ曲線の微分方程式である。

片持バリ (*console*) は一端固定、他端自由な直線バリであり、そのたわみを求めるのに直線バリのたわみ曲線の微分方程式 (2.31) を用いる場合は、断面力の符号を次のように決めると便利である。すなわち荷重方向のたわみを正  $d^2y/dx^2 > 0$  にとるためには、 $EI_z > 0$  だから  $M_z < 0$  にとる必要がある。従つて Fig. 11 の片持バリが下方にたわむ場合はたわみ曲線を正とし、曲げモーメントは右回り (時計回り) を負にとる。このような条件で (2.31) を解いて片持バリのたわみを計算する。

#### b. 荷重条件

片持バリ要素に働く任意荷重を、アーチ要素の場合と同様に、Fig. 12 のような多数個の三角形荷重の組み合わせで近似できるものとする。この三角形荷重群は 3 種類の荷重型で組み立てられているので、これらの荷重型別にたわみ一般式を求めることにする。

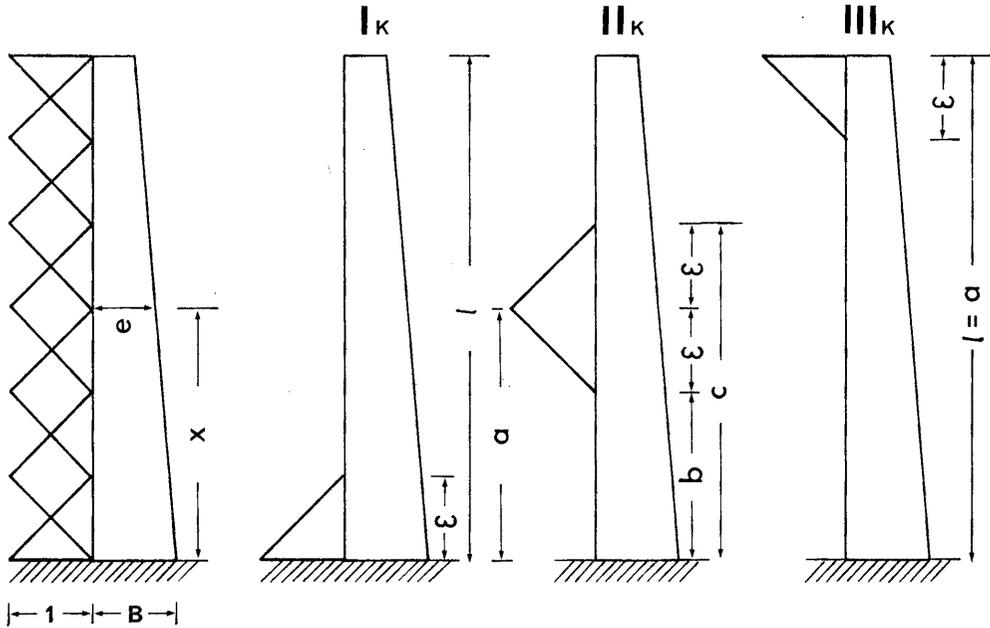


Fig. 12. Trois sortes de charges triangulaires dans une console verticale.

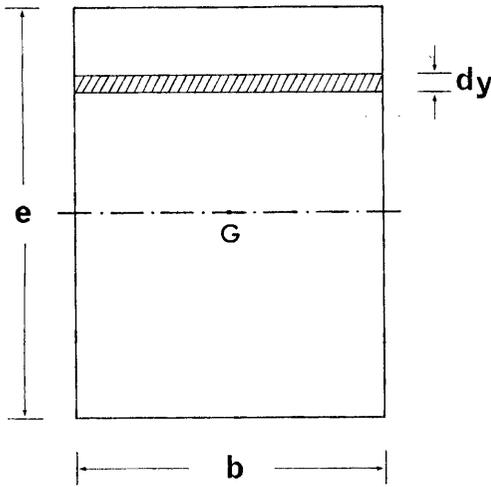


Fig. 13. Section rectangulaire de la console.

ここで片持バリの断面形を Fig. 13 のようにとれば、点 G の断面 2 次モーメント  $I_z$  は、(2.24) から  $b=1, e=B-mx$  において

$$I_z = \frac{1}{12} (B-mx)^3 \quad (2.32)$$

となる。

c. 荷重型の分類とたわみ一般式の誘導

たわみ一般式はそれぞれの荷重型に応じて次のような方法で計算される。

(a) 荷重型  $I_k$  によるたわみ

支点反力 (réaction d'appui):  $R_D = \varepsilon/2$

せん断力 (effort tranchant):

$$0 \leq x \leq \varepsilon : T = (\varepsilon - x)^2 / 2\varepsilon$$

$$\varepsilon \leq x \leq l : T = 0$$

曲げモーメント (moment fléchissant):

$$0 \leq x \leq \varepsilon : M_z = -(\varepsilon - x)^3 / 6\varepsilon$$

$$\varepsilon \leq x \leq l : M_z = 0$$

たわみ (flèche):

$$0 \leq x \leq \varepsilon : \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{2}{E\varepsilon} \cdot \frac{(\varepsilon - x)^3}{(B - mx)^3} \quad (2.33)$$

境界条件  $x=0, dy/dx=0; x=l, y=0$  を用いて (2.33) を積分すれば

$$y = \frac{1}{Em^3\varepsilon} \left[ 6(B-m\varepsilon)(2B-m\varepsilon-mx) \log_e \left( \frac{B}{B-mx} \right) - \frac{(B-m\varepsilon)^3}{B-mx} - \frac{m^4\varepsilon^3 x}{B^2} - \frac{m^3\varepsilon^2(3x+\varepsilon)}{B} + 6(B-m\varepsilon)(B-mx) - 5B(B+mx) + 3m\varepsilon(B+m\varepsilon) + m^2x(x+9\varepsilon) \right] \quad (2.34)$$

$$\varepsilon \leq x \leq l : \frac{d^2y}{dx^2} = 0 \quad (2.35)$$

境界条件

$$\begin{cases} x = \varepsilon \\ \frac{dy}{dx} = \frac{1}{Em^3\varepsilon} \left[ 6m\varepsilon - \frac{m^2\varepsilon^2}{B} \left( 3 + \frac{m\varepsilon}{B} \right) - 6(B-m\varepsilon) \log_e \left( \frac{B}{B-m\varepsilon} \right) \right] \\ x = \varepsilon \\ y = \frac{1}{Em^3\varepsilon} \left[ 12(B-m\varepsilon)^2 \log_e \left( \frac{B}{B-m\varepsilon} \right) - \frac{m^3\varepsilon^3}{B} \left( \frac{m\varepsilon}{B} + 4 \right) - 6m\varepsilon(2B-3m\varepsilon) \right] \end{cases}$$

を用いて (2.35) を積分すれば

$$\begin{aligned} y = \frac{1}{Em^3\varepsilon} \left[ 6(B-m\varepsilon)(2B-m\varepsilon-mx) \log_e \left( \frac{B}{B-m\varepsilon} \right) - \frac{m^4\varepsilon^3x}{B^2} - \frac{m^3\varepsilon^2(3x+\varepsilon)}{B} \right. \\ \left. + 6m^2\varepsilon x - 12m\varepsilon(B-m\varepsilon) \right] \quad (2.36) \end{aligned}$$

(b) 荷重型 II<sub>K</sub> によるたわみ

支点反力 (réaction d'appui):  $R_D = \varepsilon$

せん断力 (effort tranchant):

$$0 \leq x \leq a - \varepsilon : T = \varepsilon$$

$$a - \varepsilon \leq x \leq a : T = \frac{\varepsilon}{2} + \frac{(a-x)(x-a+2\varepsilon)}{2\varepsilon}$$

$$a \leq x \leq a + \varepsilon : T = \frac{(\varepsilon+a-x)^2}{2\varepsilon}$$

$$a + \varepsilon \leq x \leq l : T = 0$$

曲げモーメント (moment fléchissant):

$$0 \leq x \leq a - \varepsilon : M_z = -\varepsilon(a-x)$$

$$a - \varepsilon \leq x \leq a :$$

$$M_z = -\frac{(a-x)^2(3\varepsilon-a+x) + \varepsilon^2(\varepsilon+3a-3x)}{6\varepsilon}$$

$$a \leq x \leq a + \varepsilon : M_z = -\frac{(\varepsilon+a-x)^3}{6\varepsilon}$$

$$a + \varepsilon \leq x \leq l : M_z = 0$$

たわみ (flèche)

$$0 \leq x \leq a - \varepsilon : \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{12\varepsilon}{E} \cdot \frac{a-x}{(B-mx)^3} \quad (2.37)$$

境界条件  $x=0, dy/dx=0; x=0, y=0$  を用いて (2.37) を積分すれば

$$y = \frac{6\varepsilon}{Em^3} \left[ 1 + 2 \log_e \left( \frac{B}{B-mx} \right) - \frac{B-ma}{B-mx} - \frac{m(B+ma)}{B^2} x - \frac{ma}{B} \right] \quad (2.38)$$

$$a - \varepsilon \leq x \leq a : \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2}{E\varepsilon} \cdot \frac{(x-b)^3 + 6\varepsilon^2(a-x)}{(B-mx)^3} \quad (2.39)$$

境界条件

$$\begin{cases} x = a - \varepsilon \\ \frac{dy}{dx} = \frac{6\varepsilon}{Em^2} \left[ \frac{B-ma+2m\varepsilon}{(B-ma+m\varepsilon)^2} - \frac{B+ma}{B^2} \right] \\ x = a - \varepsilon \\ y = \frac{6\varepsilon}{Em^3} \left[ 1 - \frac{m(Ba+Bb+mab)}{B^2} - \frac{B-ma}{B-mb} - 2 \log_e \left( \frac{B-mb}{B} \right) \right] \end{cases}$$

を用いて積分常数を計算しながら, (2.39) を 2 回積分すれば

$$y = \frac{1}{Em^3\varepsilon} \left[ 6(B-mb)(2B-mb-mx) \log_e \left( \frac{B-mx}{B-mb} \right) + 12m^2\varepsilon^2 \log_e \left( \frac{B}{B-mx} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
 &+2m^2bx-5Bmb-m^2(x+2b)(x-2b)-(B-mb)(B+5mb-11mx) \\
 &- \left[ \frac{(B-mb)^3}{B-mx} - \frac{6m^2\varepsilon^2(B-ma)}{B-mx} - \frac{6m^3\varepsilon^2x(B+ma)}{B^2} + \frac{6m^2\varepsilon^2(B-ma)}{B} \right] \quad (2.40)
 \end{aligned}$$

$$a \leq x \leq a + \varepsilon : \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2}{E\varepsilon} \cdot \frac{(c-x)^3}{(B-mx)^3} \quad (2.41)$$

境界条件

$$\begin{cases}
 x = a \\
 \frac{dy}{dx} = \frac{1}{Em^4\varepsilon} \left[ \frac{m^3\varepsilon^3}{(B-ma)^2} + \frac{3m^2\varepsilon^2}{B-ma} - \frac{6m^2\varepsilon^2(B+ma)}{B^2} - m\varepsilon - 6(B-mb)\log_e \left( \frac{B-ma}{B-mb} \right) \right] \\
 x = a \\
 y = \frac{1}{Em^5\varepsilon} \left[ 6(B-mb)(2B-2ma+m\varepsilon)\log_e \left( \frac{B-ma}{B-mb} \right) + 12m^2\varepsilon^2\log_e \left( \frac{B}{B-ma} \right) + \frac{(B-mb)^3}{B-ma} \right. \\
 \left. + \frac{6m^2\varepsilon^2(3B+ma)(B-ma)}{B^2} - (B-ma)^2 + 9m\varepsilon(B-mc) \right]
 \end{cases}$$

を用いて積分常数を計算しながら，(2.41) を 2 回積分すれば

$$\begin{aligned}
 y = \frac{1}{Em^5\varepsilon} &\left[ 6mx(B-mb)\log_e(B-mx+m\varepsilon) + 12m^2\varepsilon^2\log_e B \right. \\
 &- 6(B-mc)(2B-mc-mx)\log_e(B-mx) - 6(B-mb)(2B-mb)\log_e(B-mb) \\
 &+ 12(B-ma)(2B-ma-mx)\log_e(B-ma) + B^2 - Bm(x+5b-4c) - 4m^2x^2 \\
 &\left. + (10a-5b+4c)m^2x - (4a^2+18\varepsilon a-15\varepsilon^2)m^2 - \frac{(B-mc)^3}{B-mx} - \frac{6m^4\varepsilon^2ax}{B^2} - \frac{6m^3\varepsilon^2(a+x)}{B} \right] \quad (2.42)
 \end{aligned}$$

$$a + \varepsilon \leq x \leq l : \frac{d^2y}{dx^2} = 0 \quad (2.43)$$

境界条件

$$\begin{cases}
 x = a + \varepsilon \\
 \frac{dy}{dx} = \frac{1}{Em^4\varepsilon} \left[ 6(B-mc)\log_e(B-mc) - 12(B-ma)\log_e(B-ma) + 6(B-mb)\log_e(B-mb) \right. \\
 \left. - \frac{6m^2\varepsilon^2(B+ma)}{B^2} \right] \\
 x = a + \varepsilon \\
 y = \frac{1}{Em^5\varepsilon} \left[ 6mc(B-mb)\log_e(B-ma) + 12m^2\varepsilon^2\log_e B - 12(B-mc)^2\log_e(B-mc) \right. \\
 - 6(B-mb)(2B-mb)\log_e(B-mb) + 12(B-ma)(2B-ma-mc)\log_e(B-ma) + 10Bm\varepsilon \\
 \left. + (10a-5b-c)m^2c - (4a^2+18\varepsilon a-15\varepsilon^2)m^2 - \frac{6m^4\varepsilon^2ac}{B^2} - \frac{6m^3\varepsilon^2(a+c)}{B} \right]
 \end{cases}$$

を用いて積分常数を計算しながら，(2.43) を 2 回積分すれば

$$\begin{aligned}
 y = \frac{1}{Em^5\varepsilon} &\left[ 6m(B-mc)x \cdot \log_e(B-mc) - 12m(B-ma)x \cdot \log_e(B-ma) \right. \\
 &+ 6m(B-mb)x \cdot \log_e(B-mb) + 12(B-ma)(2B-ma)\log_e(B-ma) + 12m^2\varepsilon^2\log_e B \\
 &- 6(B-mb)(2B-mb) \cdot \log_e(B-mb) - 12(B-mc)^2\log_e(B-mc) \\
 &\left. - 6mc(B-mc)\log_e(B-mc) - \frac{6m^3\varepsilon^2(B+ma)}{B^2}x - \frac{6m^3\varepsilon^2a}{B} + 24m^2\varepsilon^2 \right] \quad (2.44)
 \end{aligned}$$

(c) 荷重型 III<sub>K</sub> によるたわみ

支点反力 (réaction d'appui):  $R_D = \varepsilon/2$

せん断力 (effort tranchant):

$$0 \leq x \leq a - \varepsilon : T = \varepsilon/2$$

$$a - \varepsilon \leq x \leq a : T = \frac{(a-x)(2\varepsilon - a + x)}{2\varepsilon}$$

曲げモーメント (moment fléchissant):

$$0 \leq x \leq a - \varepsilon : M_z = \frac{\varepsilon(3x + \varepsilon - 3a)}{6}$$

$$a - \varepsilon \leq x \leq a : M_z = \frac{(a-x)^2(a-x-3\varepsilon)}{6\varepsilon}$$

たわみ (flèche):

$$0 \leq x \leq a - \varepsilon : \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2\varepsilon}{E} \cdot \frac{3(a-x) - \varepsilon}{(B-mx)^3} \quad (2.45)$$

境界条件  $x=0, dy/dx=0; x=0, y=0$  を用いて(2.45) を 2 回積分すれば

$$y = \frac{\varepsilon}{Em^3} \left[ 3 + 6 \log_e \left( \frac{B}{B-mx} \right) - \frac{3(B-ma) + m\varepsilon}{B-mx} + \frac{m\varepsilon - 3m(a+x)}{B} - \frac{m^2(3a-\varepsilon)}{B^2} x \right] \quad (2.46)$$

$$a - \varepsilon \leq x \leq a : \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2}{E\varepsilon} \cdot \frac{(a-x)^2(3\varepsilon - a + x)}{(B-mx)^3} \quad (2.47)$$

境界条件

$$\begin{cases} x = a - \varepsilon \\ \frac{dy}{dx} = \frac{\varepsilon}{Em^2} \left[ \frac{6}{B-ma+m\varepsilon} - \frac{3B-3ma+m\varepsilon}{(B-ma+m\varepsilon)^2} - \frac{3B+3ma-m\varepsilon}{B^2} \right] \\ x = a - \varepsilon \\ y = \frac{\varepsilon}{Em^3} \left[ 6 \log_e \left( \frac{B-ma+m\varepsilon}{B} \right) + \frac{2m\varepsilon}{B-ma+m\varepsilon} - \frac{m^2(3a-\varepsilon)(a-\varepsilon)}{B^2} - \frac{2m(3a-2\varepsilon)}{B} \right] \end{cases}$$

を用いて分積分常数を計算しながら, (2.47) を 2 回積分すれば

$$\begin{aligned} y = \frac{1}{Em^3\varepsilon} \left[ \frac{(B-ma)^3 + 3m\varepsilon(B-ma)^2}{B-mx} - \frac{3m^3\varepsilon^2(x+a) - m^3\varepsilon^3}{B} - \frac{m^4\varepsilon^2(3a-\varepsilon)x}{B^2} \right. \\ \left. - m^2(x^2 + a^2) + 2m^2(bx + \varepsilon a + \varepsilon^2) - (B-mb)(B+10mb-11mx) \right. \\ \left. - 6(B-mb)(2B-mb-mx) \cdot \log_e(B-mb) + 6 \left\{ 2B^2 + 3Bm\varepsilon + m^2a(a+x) - m^2\varepsilon(2a+x) \right. \right. \\ \left. \left. - Bm(3a+x) \right\} \log_e(B-mx) + 6m^2\varepsilon^2 \cdot \log_e B \right] \quad (2.48) \end{aligned}$$

### III. NOETZLI の方法による計算

#### 1. 序 説

砂防アーチダムの設計にこれまでよく用いられてきた NOETZLI の方法は, 中央片持バリ法 (クラウン片持バリ法) で多元連立方程式を解く煩雑さを避けるため, 試算による便法を用いて簡略にしたもので, 次のような仮定の上に立つものである。

(1) 同一水平アーチの力の負担分は, すべての部分において相等しい。(この仮定は一般の中央片持バリ法でも用いられている。)

(2) クラウン片持バリの水圧負担分は, ある水深の所 (この点を水圧分割点という) で 0 になり, それ以下では直線的に増加して, 水底で水圧の全部となる。

(3) 水圧分割点以上の水深では, 水圧の全部がア

ーチによつて負担される。

(4) 水圧分割点以上の水深で, アーチとクラウン片持バリとの間に働くダムの内力を附加荷重と呼ぶ。附加荷重の大きさは, 水圧分割点では 0 でそれより上に行くにしたがつて直線的に増加し, ダム天場で最大となる。

(5) 温度変化はアーチの変位にのみ影響するものとし, 水底において 0 で, 天場に至るに従い直線的に増加する。

以上のような仮定の下では, 片持バリとしての変位とアーチとしての変位とを, クラウン片持バリのすべての部分で一致させることは不可能である。高々, 片持バリの全長にわたつて, 可能な限り両者が一致するように水圧分割点の位置を定めることができるに過ぎない。このような意味での水圧分割点を決定するのに, NOETZLI の方法では, 先ず水圧分割点の種々の

高さを仮定し、それぞれの場合、片持バリがその負担する水圧によつて水圧分割点に生じるたわみの大きさを計算し、これを水圧分割点の高さに対しプロットする。次に種々の高さの点における全水圧、温度変化、ならびにコンクリートの収縮によつて生じるアーチのたわみを、その高さに対してプロットし、この2つの曲線の交点に対応する高さをもつて、水圧分割点の近似的な高さとする。この分割点を用いて、アーチならびに片持バリのたわみ曲線を計算し、ダムの天場における両曲線の開きをなくするように、附加荷重の天場における値を決定する。

さて、上記の仮定に従えば、水圧分割点の高さ  $a$  と、ダムの天場における附加荷重の値  $P$  とを知ることによつて、ダム底からの高さ  $x$  の点におけるアーチならびに片持バリのたわみが決定する。これがいわゆる NOETZLI の方法と呼ばれるものである。

2. NOETZLI 法の理論的解釈

今、外力を水圧のみと考え、クラウン片持バリの下端から距離  $x$  にある点の水圧を  $w(x)$ 、同じ点のダム要素 (Fig. 14 の面 ABCD, EFGH, ABFE, DCGH, EADH, FBCG に囲まれた部分) に片持バリから働く力 (EADH, FBCG を通して働く力の和)、アーチから働く力 (ABFE, DCGH を通して働く力の和) の半径方向の成分をそれぞれ  $p_{ka}(x)$ ,  $p_{ak}(x)$  とし

$$p_{ka}(x) + w(x) = P_a(x) \tag{3.1}$$

$$p_{ak}(x) + w(x) = P_k(x) \tag{3.2}$$

とおけば、

$$p_{ka}(x) + p_{ak}(x) + w(x) = 0 \tag{3.3}$$

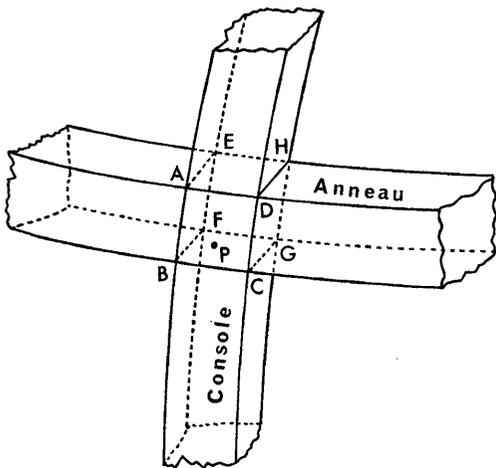


Fig. 14. Anneau horizontal et console verticale.

であるから

$$P_a(x) + P_k(x) = w(x) \tag{3.4}$$

ここに  $P_a(x)$ ,  $P_k(x)$  はダム要素に働くアーチに関する外力、片持バリに関する外力である。

結局  $P_a(x)$ ,  $P_k(x)$  は次のように書ける。

$$P_a(x) = w(x) + p_{ka}(x) \tag{3.1 bis}$$

$$P_k(x) = -p_{ka}(x) \tag{3.5}$$

NOETZLI の方法では次の仮定を設ける。

(a)  $h$  をダム頂における  $x$  の値、 $a$  を 0 と  $h$  との中間の値とすると、

$$P_a(0) = 0, \quad P_a(a) = w(a), \quad P_a(h) = P > 0 \tag{3.6}$$

ここに  $a$ ,  $P$  の値は、さしあたり未定である。

(b) 区間  $[0, a]$  および  $[a, h]$  では  $P_a(x)$  は直線的に変化する。

以上の仮定により、(3.5) から、同じ区間で、 $P_k(x)$  もまた直線的に変化すること、ならびに、

$$\left. \begin{aligned} P_k(0) &= w(0) \\ P_k(a) &= 0 \\ P_k(h) &= w(h) - P_a(h) = -P \end{aligned} \right\} \tag{3.7}$$

が導かれる。ただし  $w(h) = 0$  とする。

従つて、 $x > a$  ならば  $P_k(x) < 0$ ,

$x < a$  ならば  $P_k(x) > 0$

である。

$x \geq a$  の場合、 $P_a(x) - w(x) = -P_k(x) \geq 0$  を従来“附加荷重”あるいは、“補正荷重”などと呼んでいる。これら名称のうち、ここでは、便宜上その一つを借用して、

$$P_a(h) - w(h) = P_a(h) = P \tag{3.8}$$

を“ダム頂附加荷重”と呼ぶことにする。なお、 $x = a$  なる点には、従来“水圧分割点”という名称が与えられている。

ダム頂では、水圧を 0 としているから、

$$P_a(h) = p_{ka}(h), \quad P_k(h) = p_{ak}(h)$$

すなわち  $p_{ka}(h)$ 、あるいは  $-p_{ak}(h)$  が“ダム頂附加荷重”である。

さて、水圧分割点の位置を示す  $a$  の値と、ダム頂附加荷重  $P$  とを知れば、上の仮定から  $P_a(x)$ ,  $P_k(x)$  が決まるから、同一アーチ要素について、これに働く半径方向の力は一定であると見なせば、各アーチ要素のクラウンにおける変位:  $A(x, a, P)$ 、ならびに、同じ点における片持バリ要素の変位:  $K(x, a, P)$  は、ともに、これを計算することができる。この際、温度変化は、ダム底で 0、ダム頂で最大、途中の変化は直線

的であるとして、その影響を  $A(x, a, P)$  のみに考慮する。かくして  $A$  と  $K$  とが、区間  $0 \leq x \leq h$  で ‘なるべくよく一致する’ ように、 $a$  と  $P$  とを選ぶべきである。それには、普通次の 3 つの方法が考えられる。

(a) 選点法 (Collocation)

これは区間内の指定した幾つかの点で 2 つの関数値を一致させる方法である。ただし今の場合、自由になるパラメーターの数が 2 であるから、一般には 2 点での一致しか期待できない。もつとも後でわかるように  $a, P$  のいかににかかわらず  $A(0, a, P) = K(0, a, P)$  なる性質があるから、ダム底においては両者は常に一致する。

(b) 最小自乗法

この方法は

$$\int_0^h \{A(x, a, P) - K(x, a, P)\}^2 dx$$

を最小にするように  $a, P$  を決定する方法である。

(c) ミニマックス法

これは

$$|A(x, a, P) - K(x, a, P)|$$

の最大値を最小にするように  $a, P$  を決定する方法である。

以上 3 つの方法はそれぞれ利点を有するが、精度の均衡の点からみて、いわゆる “選点法” が最も無難で

あろう。“荻原補正理論” はこの方法によつたもので、 $A$  と  $K$  とが  $x=a, x=h$  で一致するように  $P$  と  $a$  とを決めるのである。すなわち

$$A(h, a, P) = K(h, a, P) \quad (3.11 a)$$

$$A(a, a, P) = K(a, a, P) \quad (3.11 b)$$

を連立に解いて  $a, P$  を求める。ちなみに、従来の試算による方法も、本質的には (3.11) の近似解を求めるものと解釈できる。

### 3. 条件式の無次元化とその 2, 3 の性質

記号

- $P$  ダム頂附加荷重
- $a$  水圧分割点の高さ
- $h$  ダムの高さ
- $B$  ダム底の厚さ
- $m$  ダムの下流法 (上流法は直とする)
- $r$  ダムの上流半径 (一定)
- $E$  ダム体の弾性係数
- $\lambda$  ダム体の膨張係数
- $\rho$  水の単位重量
- $t$  ダム頂の温度変化
- $d$  溢流深

$A(x, a, P), K(x, a, P)$  の具体的な形は次のようである。

$0 \leq x \leq a$  のとき、

$$A(x, a, P) = 1.56 \left( r - \frac{B-mx}{2} \right) \left[ \left\{ \frac{(h+d)r}{a} - r \right\} rx/E(B-mx) + \lambda tx/h \right]$$

$$K(x, a, P) = \frac{3.5}{2EB^3} \left[ \frac{r(h+d)a^4}{2} \left\{ \frac{4}{5} - \frac{a-x}{a} + \frac{1}{5} \left( \frac{a-x}{a} \right)^5 \right\} - P(h-a)x^2(2h+a-x) \right]$$

$a \leq x \leq h$  のとき、

$$A(x, a, P) = 1.56 \left( r - \frac{B-mx}{2} \right) \left[ \left\{ r(h+d-x) + \frac{P(x-a)}{h-a} \right\} r/E(B-mx) + \lambda tx/h \right]$$

$$K(x, a, P) = \frac{3.5}{2EB^3} \left[ \frac{r(h+d)}{2} a^3 \left( x - \frac{a}{5} \right) - Pa(h-a) \{ (4h-a)x - h^2 + (h-a)^2 \} - P(h-a)^2 (x-a)^2 \left\{ 2 - \frac{x-a}{h-a} + \frac{1}{10} \left( \frac{x-a}{h-a} \right)^3 \right\} \right]$$

したがつて (3.11 a), (3.11 b) は

$$1.56 \left( r - \frac{B-mh}{2} \right) \{ (rd+P)r/E(B-mh) + \lambda t \} = \frac{3.5}{2EB^3} \left[ \frac{r(h+d)}{2} a^3 \left( h - \frac{a}{5} \right) - P(h-a)h^3 \left\{ 2 - \frac{h-a}{h} + \frac{1}{10} \left( \frac{h-a}{h} \right)^3 \right\} \right] \quad (3.12 a)$$

$$1.56 \left( r - \frac{B-ma}{2} \right) \{ r(h+d-a)r/E(B-ma) + \lambda ta/h \} = \frac{3.5}{2EB^3} \left\{ \frac{2}{5} r(h+d)a^4 - 2Pha^2(h-a) \right\} \quad (3.12 b)$$

となる。

NoETZLI 法で比較的手数を要する部分は、上の方程式の数値解を求めることであるから、ここでは、方程式 (3.12) の性質を調べ、ダム諸元の実用的値域内で、 $a, P$  の無次元数値を計算して、これを表に示す

$$\frac{\varepsilon P}{E} = \frac{P}{rh} = \frac{(3.5/4\beta^3)(1+\delta)\alpha^3(1-0.2\alpha) - 1.56(\rho - 0.5(\beta - m))\{\delta\rho/(\beta - m) + \lambda\varepsilon t\}}{(3.5/2\beta^3)(1-\alpha^2 + 0.1(1-\alpha)^4) + 1.56\rho(\rho - 0.5(\beta - m))/(\beta - m)} \quad (3.13 a)$$

$$\frac{\varepsilon P}{E} = \frac{P}{rh} = \frac{0.2(1+\delta)\alpha^4 - (1.56\beta^3/3.5)(\rho - 0.5(\beta - m\alpha))\{(1-\alpha + \delta)\rho/(\beta - m\alpha) + \lambda\varepsilon t\}}{\alpha^2(1-\alpha)} \quad (3.13 b)$$

(3.13 a), (3.13 b) の  $P/rh$  を、 $0 \leq \alpha \leq 1$  でそれぞれプロットして得られる曲線の交点を求めれば、その座標として  $P/rh, \alpha$  が得られるから、これから直ちに  $P, a$  が求められるはずであるが、二つの曲線が上記の区間で交わり、かつ  $P$  が正であるための条件を吟味する必要がある。

ここで、 $\beta - m$  は天場厚と高さとの比であるから、 $\beta - m > 0$ 、また  $\rho - 0.5\beta > 0$  も成り立つとみてよいから、以下  $0 \leq \alpha \leq 1, \beta - m > 0, \rho - 0.5\beta > 0$  として議論を進める。

まず、(3.13 a) の分母は正であるから、 $P > 0$  であるためには、分子も正でなければならない。しかるに分子は  $\alpha$  の増加関数であるから、 $P > 0$  であるためには  $\alpha = 1$  の分子が正、すなわち

$$\frac{0.7}{\beta^3}(1+\delta) > 1.56(\rho - 0.5(\beta - m)) \left( \frac{\delta\rho}{\beta - m} + \lambda\varepsilon t \right) \quad (3.14)$$

あるいは

$$\lambda\varepsilon t < \frac{0.7(1+\delta)}{1.56\beta^3(\rho - 0.5(\beta - m))} - \frac{\delta\rho}{\beta - m} \quad (3.15)$$

であることを要する。

(3.15) は (3.13 a) の  $P$  が正值を取るための必要十分条件である。また  $\alpha = 0$  で分子は負であるから、(3.15) が成立すれば分子は  $0 < \alpha < 1$  でただ1つの零点を持つ。したがって (3.15) はまた (3.13 a) の  $P$  がただ1つの零点を持つための必要十分条件でもある。

ちなみに、 $\beta - m > 0$  の代わりに  $\beta - m > \delta m$  を認めれば、(3.13 b) の  $P$  についても、同じ区間でただ1つの零点を持つための必要十分条件が (3.15) であることを証明することができる。

さて (3.13) を連立させる解のうち、 $P/rh > 0, 0 < \alpha < 1$  を満足するものを (3.13) の“適合解”と名づければ、(3.13) の適合解が存在するための必要条件は (3.15) である。ゆえに、(3.15) が満足されない場

ことを試みた。

さて (3.12 a), (3.12 b) をそれぞれ  $P$  について解き、

$E/rh = \varepsilon, a/h = \alpha, B/h = \beta, d/h = \delta, r/h = \rho$  とおけば、

合には、正確な  $a$  と  $P$  とを求めることはできない。すなわち、ダムの計画諸元が (3.15) を満足しないならば、これを (3.15) を満足するように修正しなければならない。

#### 4. 数値表の作成と計算例

連立方程式 (3.13) の解を表示するのに、ダム高として 10 m ~ 30 m を想定し、 $0.05 \leq \beta - m \leq 0.2$  と考えて、パラメーターの値域として、次のものを採用した。

$$\begin{matrix} \left\{ \begin{matrix} m=0.10 \\ \beta=0.15 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.10 \\ \beta=0.20 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.10 \\ \beta=0.25 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.10 \\ \beta=0.30 \end{matrix} \right\} \\ \left\{ \begin{matrix} m=0.15 \\ \beta=0.20 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.15 \\ \beta=0.25 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.15 \\ \beta=0.30 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.15 \\ \beta=0.35 \end{matrix} \right\} \\ \left\{ \begin{matrix} m=0.20 \\ \beta=0.25 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.20 \\ \beta=0.30 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.20 \\ \beta=0.35 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.20 \\ \beta=0.40 \end{matrix} \right\} \\ \left\{ \begin{matrix} m=0.25 \\ \beta=0.30 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.25 \\ \beta=0.35 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.25 \\ \beta=0.40 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.25 \\ \beta=0.45 \end{matrix} \right\} \\ \left\{ \begin{matrix} m=0.30 \\ \beta=0.35 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.30 \\ \beta=0.40 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.30 \\ \beta=0.45 \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} m=0.30 \\ \beta=0.50 \end{matrix} \right\} \end{matrix}$$

以上の各組と

$$\begin{aligned} \delta &= 0, 0.1, 0.2 \\ \rho &= 0.5, 0.6, 0.7, \dots, 1.5 \\ \lambda\varepsilon t &\equiv k = 0, 1, 2, \dots, 11 \end{aligned}$$

との組み合わせの全部。この総数 7920 のうち、(3.15) を満足しないものを捨て、残りの 6763 組について (3.13) の解を電子計算機によつて求めたところ、その全部に適合解があることが確かめられた。

Annexe 2(1) ~ Annexe 2(60) の 60 枚の数値表はこれらの解を示したもので、上段は  $a/h$ 、下段は  $P/rh$  の値である。数値はすべて 1 以下であるから、小数点を省略して小数第 4 位までの数字を示した。たとえば 8292 は 0.8292 の意味である。空欄は適合解のないことを示し、\* は厳密には適合解があるけれど

も、小数第5位以下を四捨五入すると  $\alpha=1.0000$  となることを意味する。

この表によつて、ダム の 諸元を与えた時、直ちに  $a, P$  の近似値を求めることができ、また諸元の値を増減するときの、 $a, P$  の変化の大きさと方向とをうかがうことができる。

#### 計算例【引用文献 40】から借用】

$$h = 28 \text{ m} \quad B = 10 \text{ m} \quad d = 4 \text{ m}$$

$$r = 30 \text{ m} \quad m = 0.25 \quad \lambda = 10^{-5}$$

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ ton/m}^2 \quad r = 1 \text{ ton/m}^3 \quad t = 5$$

これから、

$$r h = 28 \text{ ton/m}^2 \quad \varepsilon = 7.5 \times 10^4 \quad k = \lambda \varepsilon t = 3.75$$

$$\beta = 0.3571 \quad \delta = 0.1429 \quad \rho = 1.0714$$

表から

$$\delta = 0.1 \quad m = 0.25 \quad \beta = 0.35 \quad k = 3 \quad \rho = 1.0$$

のとき、Annexe 2(31) から

$$a/h = 0.8121 \quad P/rh = 0.1442$$

一次補間法により

$$a/h = 0.8121 + 0.0391 \times 0.142 + 0.0240 \times 0.75$$

$$+ 0.0197 \times 0.714 + 0.0027 \times 0.429 = 0.8510$$

$$a = 28 \times 0.8510 = 23.8 \text{ m}$$

$$P/rh = 0.1442 - 0.0039 \times 0.142 - 0.0144 \times 0.75$$

$$- 0.0116 \times 0.714 - 0.0153 \times 0.429$$

$$= 0.1179$$

$$P = 28 \times 0.1179 = 3.30 \text{ ton/m}^2$$

## IV. 中央片持バリ法による計算

### 1. 序 説

円筒アーチダムの簡易計算法の一つに“中央片持バリ法”(méthode des arcs-console simplifiées, méthode simplifiée de répartition des charges, méthode d'ajustement de clef)がある。これは、アーチダムを鉛直片持バリ(console verticale)要素群と、これに直交する円弧アーチ(anneau horizontal)要素群から成ると考え、各アーチ要素のクラウンにおける半径変位が、同じ場所における片持バリ要素(クラウン片持バリ)の同じ方向への変位と一致するように、ダムに働く外力をアーチと片持バリとに配分する方法である。この配分は、各アーチ要素とクラウン片持バリとの交点で、両者の変位を等置して得られる連立方程式を解いて決定される。

前述の NOETZLI 法も、変位としてはダムの半径方向の変位のみを考え、その一致をアーチのクラウン

を通る片持バリの部分のみについて実現させるのであるから、原則的には本法と同じ仮定に立つわけであるが、両法の相異点としては特に、

(a) NOETZLI 法では、分割荷重の大きさは、鉛直方向に直線的に変化するという仮定をさらに設けているが、本法ではこれは不要である。

(b) NOETZLI 法では、両要素の荷重配分を試算により行なうが、本法では直接、連立方程式を解いて求める。

等である。

## 2. 荷重分割の理論的解釈

面構造物の計算を線構造物の計算に還元することは構造力学の慣用手段である。本論でもこの方法を用いてアーチダムの計算を進めているが、計算のための便法のように思われる荷重分割が、理論的に正当であるか、もしそうであるならば、それはどういう意味で正当づけられるのであるかを調べてみる必要がある。

今、ダム面上の一点  $P$  を含む片持バリ要素とアーチ要素とに共通な六面体のダム要素を Fig. 14 のように考え、その一つの面、たとえば ABCD 面に働く外力を  $P(ABCD)$  で表わす。他の面に働く外力についても同様の記号を用いる。またダム要素の実質に働く実質力(重力など)を  $Q$  とする。

“ダム部分としてのダム要素”に外から働く力は、ダムに対する外力であるから、 $P(ABCD) + P(EFGH) + Q$  である。“アーチ部分としてのダム要素”に働く外力は、アーチに対する外力であるから、 $P(ABCD) + P(EFGH) + P(ADHE) + P(BCGF) + Q$ 、“片持バリ部分としてのダム要素”に働く外力は、片持バリに対する外力であるから、 $P(ABCD) + P(EFGH) + P(ABFE) + P(DCGH) + Q$  である。

それであるから、上記の諸外力の間には次の関係式が成り立つ。

$$\begin{aligned} & \text{アーチに対する外力} + \text{片持バリに対する外力} \\ &= P(ABCD) + P(EFGH) + P(ADHE) + P(BCGF) \\ &+ Q + P(ABCD) + P(EFGH) + P(ABFE) \\ &+ P(DCGH) + Q = P(ABCD) + P(EFGH) + Q \\ &= \text{ダムに対する外力} \end{aligned}$$

なぜならば  $P(ABCD) + P(EFGH) + P(ADHE) + P(BCGF) + P(ABFE) + P(DCGH) + Q$  は静力学の原理により消えるからである。

つまり、アーチと片持バリとの共通部分に働く“ダムに対する外力”は、それに働く“アーチに対する外力”と“片持バリに対する外力”との和に等しい。

これが力学の原理から導かれる荷重分割の意味である。

それゆえに、ダムに対する荷重（外力）をアーチに対する荷重（外力）と片持バリに対する荷重（外力）とに分割する場合、その分割はベクトルのであつてスケラー的ではないことに注意しなければならない。その結果、ダムに対する荷重の方向と片持バリに対する荷重の方向は相反することもあれば、またダムに対する荷重はゼロでも、アーチに対する荷重は（従つて片持バリに対する荷重もまた）ゼロでない場合が起り得る。要するにアーチあるいは片持バリに対する荷重には、ダムに対する荷重の外に、アーチの場合には片持バリから、片持バリの場合にはアーチから受ける力も加わつているのであつて、この意味でのアーチに対する荷重と片持バリに対する荷重とのベクトル和がダムに対する荷重に等しいのである。“荷重分割”という言葉は、ダムに対する荷重の一部がアーチにより、残りの部分が片持バリによつて負担されるという印象を与え易いが、ダムの一部に荷重  $A$  がかかつている場合、この部分をアーチの一部とみようと、片持バリ

の一部とみようと、荷重  $A$  は依然荷重  $A$  としてその部分にかかつているのである。

なお、荷重分割を以上のように解釈すれば、いわゆる NOETZLI の方法の中に導入されている附加荷重（あるいは補正荷重）と呼ばれる不自然な概念は不要となる。

### 3. アーチダムの諸元と渓谷の断面形状

ここに考える砂防ダムは、定半径式薄肉等厚の円形アーチダムで、上流面半径が一定である。記号は、

ダムの高さ	$h$
ダムの天場の中心角	$120^\circ$
ダムの上流面半径	$r$
上流法	0
下流法	0.1
ダムの天場厚	$0.07h$
ダムの底厚	$0.17h$
天場アーチの径間長	$2l$
単位体積の水の重量	$\gamma = 1.0 \text{ ton/m}^3$
ダム体の弾性係数	$E = 2.1 \times 10^6 \text{ ton/m}^2$

Tableau 2. Longueur des arcs et longueur des consoles. ( $l/h=1.0, N=1.0$ )

#### Longueur des arcs

Hauteur $h$	Epaisseur $e$	Demi angle d'ouverture $\varphi$ (radian)	Longueur des arcs $\varphi \cdot r$
0.05	0.165	0.1948804	0.2250285
0.10	0.160	0.2774055	0.3203203
0.15	0.155	0.3420406	0.3949545
0.20	0.150	0.3976994	0.4592237
0.25	0.145	0.4478324	0.5171123
0.30	0.140	0.4942161	0.5706716
0.35	0.135	0.5379162	0.6211321
0.40	0.130	0.5796398	0.6693104
0.45	0.125	0.6198923	0.7157899
0.50	0.120	0.6590581	0.7610147
0.55	0.115	0.6974453	0.8053404
0.60	0.110	0.7353145	0.8490680
0.65	0.105	0.7728969	0.8924644
0.70	0.100	0.8104086	0.9357792
0.75	0.095	0.8480621	0.9792577
0.80	0.090	0.8860772	1.0231538
0.85	0.085	0.9246931	1.0677436
0.90	0.080	0.9641838	1.1133435
0.95	0.075	1.0048790	1.1603343
1.00	0.070	1.0471975	1.2092000

#### Longueur des consoles

Degrés	Radian	Longueur des arcs $\varphi \cdot r$	$r \cdot \sin \varphi$	Longueur des consoles
12	0.2094396	0.2418400	0.2400757	0.9423637
24	0.4188792	0.4836800	0.4696590	0.7794204
36	0.6283188	0.7255200	0.6787160	0.5393446
48	0.8377584	0.9673600	0.8581097	0.2636477

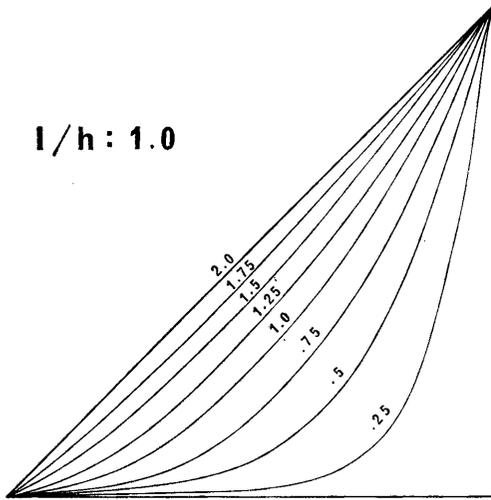


Fig. 15. Variation des profils de vallée exprimée par la formule de la parabole.

ダム体のせん断弾性係数  $E/3$

渓谷の断面形状はパラボラの式 (1.6) で表わす。

先ず  $l/h$  の値は半径とアーチリングの厚さとの比  $\beta=r/e$  によつて限定されるが、一般に薄肉のアーチでは  $\beta>5$  にとればよいと思われるので、これを考慮して、 $l/h=0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2$  とした。

次に  $N$  の値は長方形断面 ( $N=0$ ) から三角形断面 ( $N=2.0$ ) まで等間隔に  $N=0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.25, 1.5, 1.75, 2.0$  とした。

$l/h$  と  $N$  との組み合わせにより、45組の断面の種類を想定した。Fig. 15 は  $l/h=1.0$  の場合について、 $N$  の値による渓谷の断面形の変化を図示したものである。

#### 4. 荷重配分法

中央片持バリ法では、ダムに作用する外力を水平アーチ要素および垂直片持バリ要素によつて分担させ、クラウンの片持バリに生じる半径方向変位が、この部分を片持バリの一部分として計算しても、その部分を通るアーチの一部分として計算しても相等しくなるように荷重の分割を行なう。

片持バリの荷重分布はその上の幾つかの点に働く三角形荷重の合成によつて表わされるものとする。そうすれば片持バリの各点における変位は、各荷重点における (中央の荷重強度が 1 の) 単位三角形荷重による変位 (これを“片持バリのたわみ係数”と呼ぶことにする) とその点に働く実荷重の強さの積の総和とし

て表わされる。ダム底では変位は生じないものと考え、この点では全荷重を片持バリのみで受けもつものと仮定する。

本章では変位計算点 (あるいは荷重点) の数を 20 個とり、クラウン片持バリ上の 20 点で両要素のたわみが一致するように外力を配分する。なおダムの荷重は水圧のみとした。

計算点  $m$ 、荷重点  $n$  のときの片持バリのたわみ係数を  $A_{mn}$ 、片持バリの分担荷重を  $P_{cn}$  とすれば、計算点  $m$  における片持バリの半径方向の変位  $y_{cm}$  は、

$$y_{cm} = A_{m1}P_{c1} + A_{m2}P_{c2} + \dots + A_{m20}P_{c20} \quad (4.1)$$

またアーチに単位強度の荷重が一樣に分布しているときの、計算点  $m$  におけるアーチの変位 (アーチのたわみ係数) を  $B_m$ 、アーチの分担荷重を  $P_{am}$  とすればアーチの半径方向変位  $y_{am}$  は、

$$y_{am} = B_m P_{am} \quad (4.2)$$

次に計算点  $m$  の全水圧荷重を  $P_m$  で表わし、

$$y_{cm} = y_{am} \quad (4.3)$$

なる条件式を用いれば、(4.1) と (4.2) を等置して、

$$A_{m1}P_{c1} + A_{m2}P_{c2} + \dots + A_{m20}P_{c20} = B_m(P_m - P_{cm}) \quad (4.4)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots, 20$$

のような連立 20 元 1 次方程式ができる。この方程式を無次元化するために

$$A_{mn} = \frac{ha_{mn}}{E}; B_m = \frac{hb_m}{E}; P_{cm} = Ex_m \quad (4.5)$$

のように変数変換すれば、(4.4) は

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + (a_{mn} + b_m)x_n + \dots + a_{m20}x_{20} = b_m \cdot \frac{P_m}{E} \quad (4.6)$$

(4.6) において  $a_{mn}$ 、 $b_m$  は共に  $h$  に無関係な無次元量であり、右辺は  $f(m)rh/E$  の形で表わされているから、 $h=1$  に対する (4.6) の解を  $x'_n$  とすれば、 $x_n = hx'_n$  となる。

実際に (4.6) を解くには、両要素の無次元たわみ係数  $a_{mn}$ 、 $b_m$  を算出しておく必要がある。すなわち片持バリの無次元たわみ係数は II-3 の一般式を用いて、アーチの無次元たわみ係数は II-1 の一般式を用いてそれぞれ算出する。それらの結果をまとめたのが Tableau 3, 4, 5 および Tableau 6, 7, 8, 9, 10 である。

Tableau 3. Coefficients d'influence des déplacements des consoles centrales.

$n \backslash m$	1.00	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70
1.00	36.58299	33.08537	29.64581	26.32651	23.16879	20.19885	17.43242
0.95	68.26733	62.00876	55.78817	49.71184	43.87700	38.34888	33.16934
0.90	61.06793	55.80054	50.53415	45.30007	40.18611	35.27567	30.62609
0.85	54.15430	49.73230	45.31036	40.88937	36.49522	32.20246	28.08283
0.80	47.60211	43.90259	40.20313	36.50366	32.80539	29.12925	25.53958
0.75	41.45886	38.37836	35.29785	32.21729	29.13678	26.05636	22.99633
0.70	35.75006	33.20056	30.65106	28.10150	25.55200	23.00250	20.45358
0.65	30.49017	28.39630	26.30243	24.20850	22.11462	20.02075	17.92688
0.60	25.68268	23.97931	22.27594	20.57263	18.86926	17.16589	15.46259
0.55	21.32535	19.95596	18.58658	17.21719	15.84781	14.47842	13.10904
0.50	17.41049	16.32556	15.24060	14.15567	13.07074	11.98578	10.90085
0.45	13.93103	13.08701	12.24298	11.39896	10.55493	9.710907	8.866882
0.40	10.87250	10.23087	9.589203	8.947540	8.305908	7.664246	7.022614
0.35	8.224518	7.751007	7.277496	6.803986	6.330475	5.856964	5.383453
0.30	5.971649	5.635712	5.299774	4.963806	4.627869	4.291931	3.955963
0.25	4.102173	3.876404	3.650635	3.424866	3.199097	2.973328	2.747559
0.20	2.601944	2.461700	2.321442	2.181183	2.040924	1.900665	1.760406
0.15	1.457153	1.380127	1.303116	1.226089	1.149078	1.072052	0.9950256
0.10	0.6542740	0.6203003	0.5863266	0.5523605	0.5183868	0.4844131	0.4504395
0.05	0.1807480	0.1714859	0.1622314	0.1529694	0.1437073	0.1344452	0.1251831

Tableau 4. Coefficients d'influence des déplacements des consoles centrales.

$n \backslash m$	0.65	0.60	0.55	0.50	0.45	0.40	0.35
1.00	14.87809	12.53943	10.41658	8.507291	6.807694	5.312840	4.017087
0.95	28.36385	23.94643	19.92297	16.29371	13.05483	10.19981	7.720193
0.90	26.27537	22.24778	18.55770	15.21239	12.21400	9.561000	7.249220
0.85	24.18689	20.54913	17.19242	14.13108	11.37317	8.922193	6.778247
0.80	22.09840	18.85048	15.82714	13.04976	10.53234	8.283385	6.307275
0.75	20.00992	17.15184	14.46186	11.96845	9.691512	7.644578	5.836302
0.70	17.92144	15.45319	13.09659	10.88713	8.850682	7.005770	5.365329
0.65	15.83420	13.75454	11.73131	9.805816	8.009851	6.366962	4.894356
0.60	13.75922	12.05636	10.36603	8.724501	7.169021	5.728155	4.423384
0.55	11.73965	10.37027	9.001431	7.643186	6.328190	5.089347	3.952411
0.50	9.815918	8.730988	7.646027	6.561978	5.487360	4.450540	3.481438
0.45	8.022858	7.178802	6.334778	5.490753	4.647672	3.811732	3.010466
0.40	6.380951	5.739319	5.097656	4.455994	3.814362	3.173551	2.539493
0.35	4.909943	4.436432	3.962921	3.489410	3.015900	2.542389	2.069547
0.30	3.620026	3.284088	2.948120	2.612183	2.276215	1.940277	1.604340
0.25	2.521790	2.296051	2.070282	1.844513	1.618744	1.392975	1.167206
0.20	1.620148	1.479889	1.339630	1.199371	1.059113	0.9188538	0.7785950
0.15	0.9180145	0.8409882	0.7639771	0.6869507	0.6099396	0.5329132	0.4558868
0.10	0.4164734	0.3824997	0.3485260	0.3145523	0.2805862	0.2466125	0.2126389
0.05	0.1159210	0.1066589	0.09739685	0.08813477	0.07887268	0.06961060	0.06034851







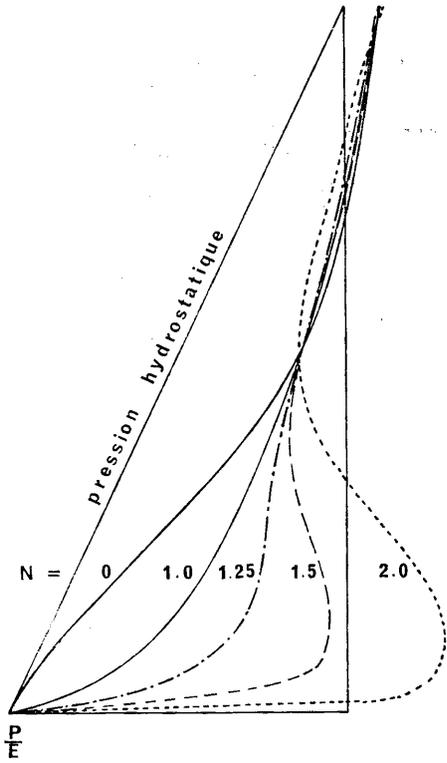


Fig. 16. Comparaison de divers ajustements avec la méthode proposée, ( $l/h=0.8$ )

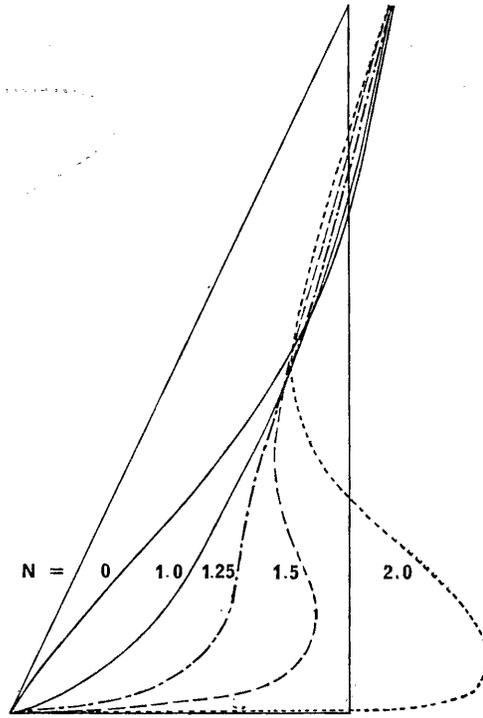


Fig. 17. Comparaison de divers ajustements avec la méthode proposée, ( $l/h=0.9$ )

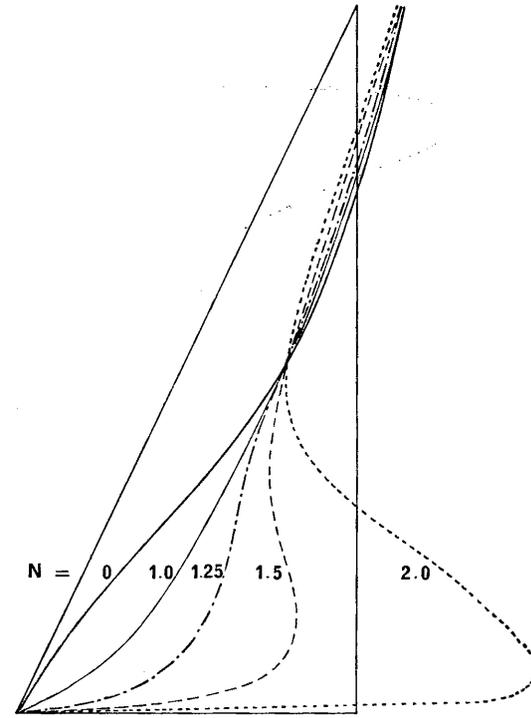


Fig. 18. Comparaison de divers ajustements avec la méthode proposée, ( $l/h=1.0$ )

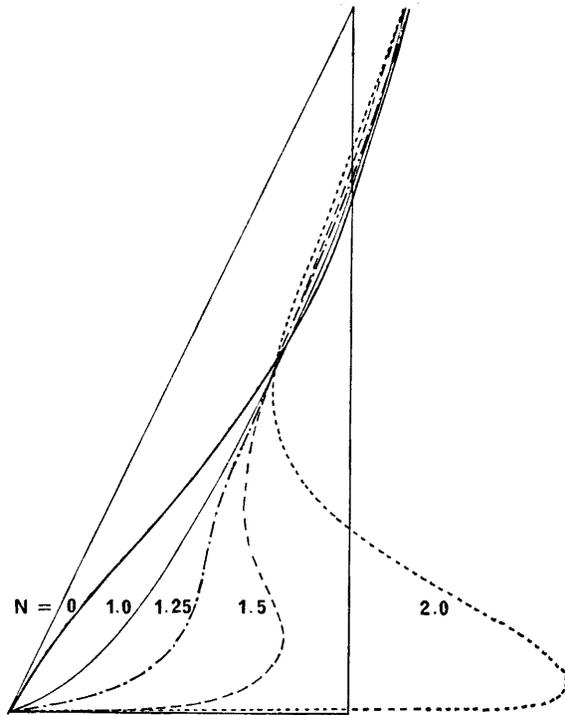


Fig. 19. Comparaison divers ajustements avec la méthode proposée. ( $l/h=1.1$ )

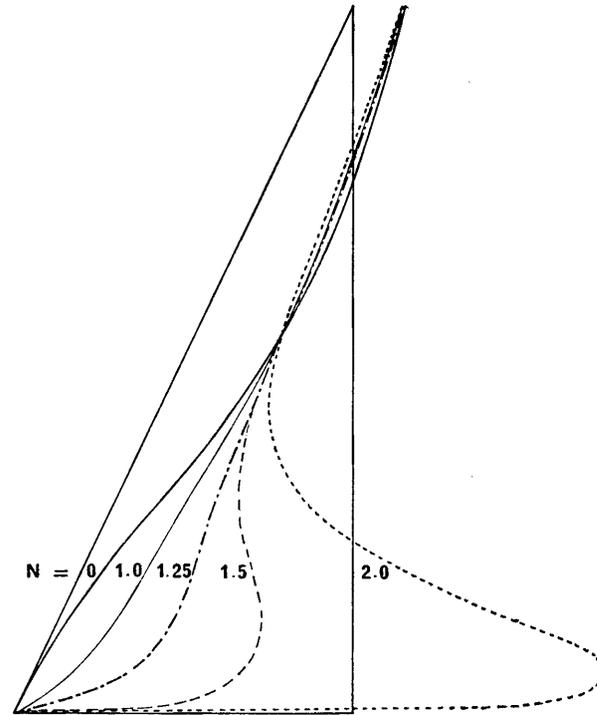


Fig. 20. Comparaison de divers ajustements avec la méthode proposée. ( $l/h=1.2$ )





Tableau 15. Relation entre la forme de la gorge artificielle et la répartition des charges dans la méthode des arcs-console simplifiées. ( $l/h=1.2$ )

Hauteur	Pression hydrostatique	Répartition de la charge sur les consoles centrales					
		$N=0.00$	$N=0.25$	$N=0.50$	$N=0.75$	$N=1.00$	$N=1.25$
1.00	0	-0.804821	-0.801061	-0.797506	-0.788951	-0.780455	-0.768949
0.95	0.238095	-0.651247	-0.647341	-0.643116	-0.633433	-0.622731	-0.607516
0.90	0.476190	-0.499814	-0.495958	-0.480062	-0.480533	-0.467643	-0.448567
0.85	0.714286	-0.347050	-0.343525	-0.338489	-0.327146	-0.312284	-0.289455
0.80	0.952381	-0.188355	-0.185537	-0.180639	-0.169129	-0.152809	-0.126721
0.75	1.190476	-0.018645	-0.017001	-0.012843	-0.001934	0.014935	0.043236
0.70	1.428571	0.167128	0.167052	0.169673	0.178899	0.194888	0.209028
0.65	1.666667	0.357683	0.371187	0.371285	0.377375	0.390413	0.416749
0.60	1.904762	0.604625	0.599312	0.595731	0.596828	0.604055	0.623938
0.55	2.142857	0.863165	0.854351	0.845813	0.839627	0.837248	0.844948
0.50	2.380952	1.150892	1.138101	1.123272	1.107097	1.090227	1.077890
0.45	2.619048	1.468048	1.450994	1.428594	1.399364	1.361885	1.318953
0.40	2.857143	1.813359	1.792052	1.761009	1.715425	1.649888	1.562401
0.35	3.095238	2.183595	2.158451	2.118109	2.052871	1.950471	1.800232
0.30	3.333333	2.573714	2.545663	2.496064	2.408286	2.259052	2.022809
0.25	3.571429	2.976327	2.946899	2.889149	2.777023	2.570411	2.219340
0.20	3.809524	3.382137	3.353524	3.290305	3.154331	2.880979	2.382013
0.15	4.047619	3.779412	3.754431	3.690697	3.535972	3.192324	2.515805
0.10	4.285714	4.152987	4.134736	4.078350	3.918415	3.518002	2.664678
0.05	4.523810	4.487249	4.478585	4.442273	4.312488	3.933376	3.050352
base	4.761905	4.761905	4.761905	4.761905	4.761905	4.761905	4.761905

5. 溪谷の断面形と荷重分担状態

荷重分割法の簡易計算法の一つである中央片持バリ法の適用範囲を明らかにするため、与えられた 45 種類の溪谷の断面形について、それぞれの分担荷重を (4.6) から求めた。(4.6) の連立 20 元 1 次方程式の解は電子計算機を用いて数値計算した。その結果を分担荷重曲線で表わすことにした。すなわち Fig. 16, 17, 18, 19, 20 は  $l/h$  の値別に 5 種類の分担荷重曲線図を作成したもので、それぞれ  $N=0, 1.0, 1.25, 1.5, 2.0$  の場合のみ記入した。 $N$  の値を上の 5 個の  $N$  の値の中間にとれば、その曲線もやはり 5 個の曲線の中間の位置を占める。

これらの分担荷重曲線の性質を検討してみると、 $l/h$  の値に関係なく、 $N>1.25$  の場合には、ダムの高さの半分以下の部分で、片持バリの分担荷重が減少（従つて、アーチの分担荷重が増加）する傾向がうかがわれる。この現象を、前記の“荷重分割の理論的解釈”によつて示せば、 $N>1.25$  の断面形の場合には、“ダムに対する外力”は水圧のみと考えても、クラウン片持バリに対する外力（アーチ要素に対する外力）は水圧よりもむしろ“アーチ要素がクラウン片持バリに及ぼす力（クラウン片持バリがアーチ要素に及ぼす

力）に影響されることを意味している。このような荷重分担状態の真偽性を確かめるためには、一般の荷重分割法（例えば格子バリ法）による検討が必要であると思われるが、ここでは荷重分担曲線の性質から定性的に  $N>1.25$  の断面形の場合には、中央片持バリ法では荷重分割が困難であると考え、 $N\leq 1.25$  の断面形について分担荷重の数値表を作成した。

Tableau 11, 12, 13, 14, 15 は 30 種類の溪谷の断面形 ( $0.8\leq l/h\leq 1.2, 0\leq N\leq 1.25$ ) に対する分担荷重の数値を示している。

6. 分担荷重によるたわみ

アーチダムのクラウンにおける片持バリ上の各点のたわみは、いくつかの単位三角形荷重によるたわみ係数と各荷重点に働く荷重の強さの積の和として表わされる。すなわち、無次元たわみ係数 Tableau 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 と無次元分割荷重係数 Tableau 11, 12, 13, 14, 15 を用いれば、

$$y_{cm} = a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{m20}x_{20}$$

あるいは

$$y_{am} = b_m \left( \frac{P_m}{E} - x_m \right)$$

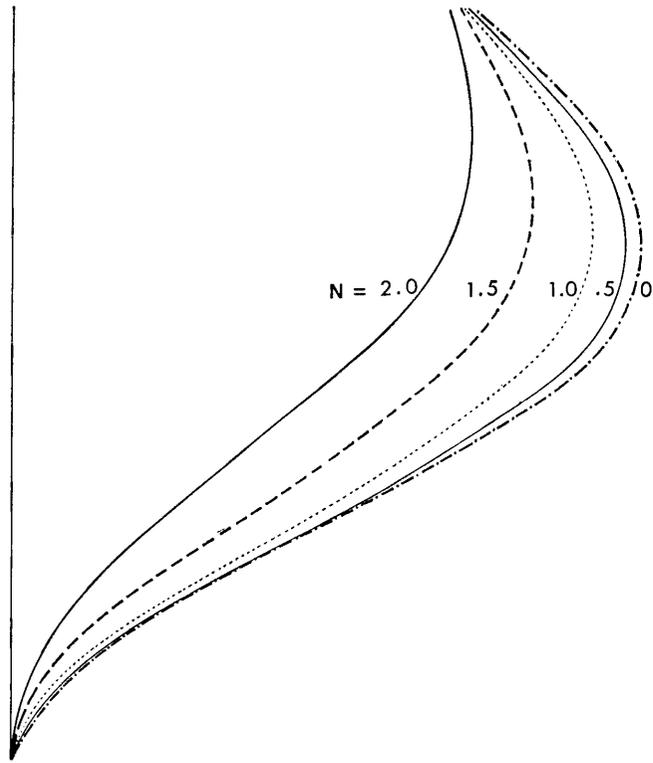


Fig. 21. Flexion calculée sur une console centrale. ( $l/h=1.0$ )

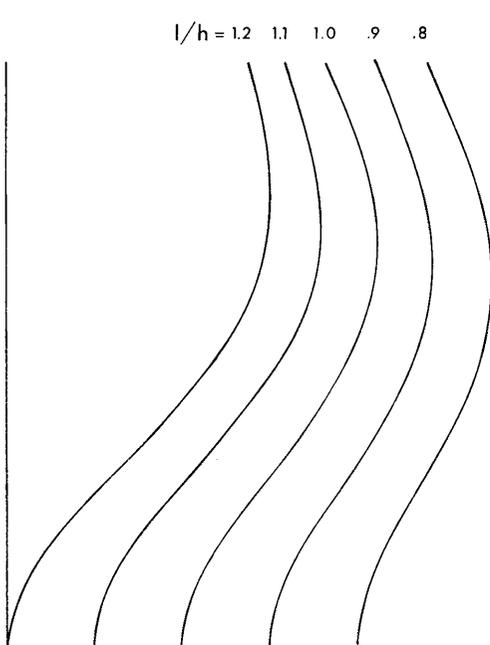


Fig. 22. Flexion calculée sur une console centrale. ( $N=0$ )

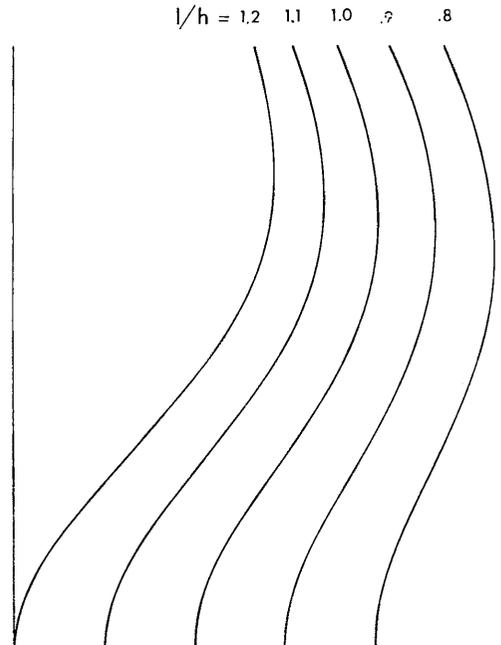


Fig. 23. Flexion calculée sur une console centrale. ( $N=1.0$ )

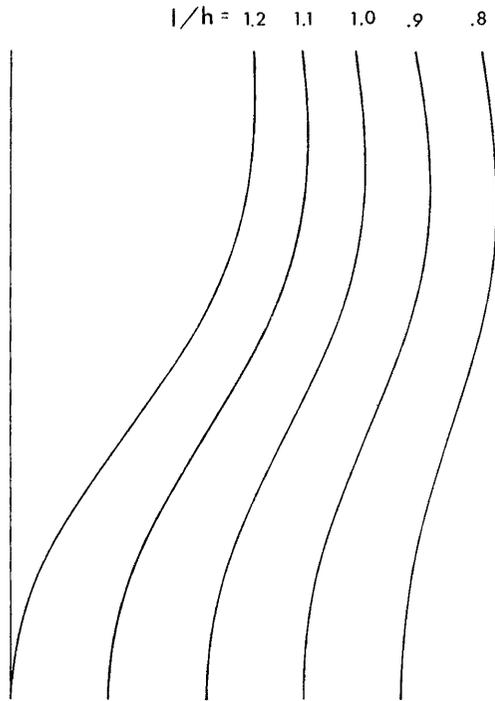


Fig. 24. Flexion calculée sur une console centrale. ( $N=2.0$ )

のいずれの式で計算しても、渓谷の断面形別に、ダムのクラウン片持バリ上のたわみを算出することができる。

Fig. 21 は  $l/h = \text{const.}$  のたわみ曲線図、Fig. 22, 23, 24 はそれぞれ  $N = \text{const.}$  のたわみ曲線を示す。

## V. 格子バリ法による計算

### 1. 序 説

アーチダム計算法の一つに格子バリ法(十字バリ法) (*méthode de répartition des charges par décomposition en arcs et consoles, méthode des arcs-consoles*) がある。この方法では、アーチダムを一面いくつかの水平アーチから成ると考えたとともに、他面いくつかの鉛直片持バリからできていると考え、ダムに作用する外力あるいは内力も、これをアーチの負担分と片持バリの負担分とに区別して考える。ダムの各部はこれを、その部分を含む水平アーチの一部と見ることもできれば、またその部分を含む鉛直片持バリの一部分と見なすこともできる。ダムの一部を水平アーチの部分と見た場合、このアーチがその負担する力の作用の下に考えている部分に生じる変位と、

鉛直片持バリの部分と見た場合、その片持バリが、その負担する力の作用によつて、考えている部分に生じる変位とが、等しくなるように、アーチならびに片持バリの力の負担分を決定し、それによつてダム各部の変位ならびに応力を計算する。

既述の NOETZLI 法や中央片持バリ法による計算は、いずれもこの格子バリ法の特例と見るべきで、ダムの全面について考えられる格子点のうち、単にクラウンの片持バリ上の点のみで変位が一致するように荷重分割を行なう方法であつた。すなわちダムに働く荷重は、クラウン片持バリにおける鉛直方向の変化だけを問題にし、ダムの各層の同一アーチリング上の任意の点に働く荷重は、それぞれのリングの中央(クラウン)に働く荷重に等しいと仮定している。従つて、クラウン片持バリ法 (NOETZLI 法も含めて) は、ダムの断面形(すなわち渓谷の断面形)が水平方向に変化の少ない矩形に近い断面ほど適することが推察される。

本章では一般の荷重分割法としての格子バリ法を用いて、簡易計算法としてのクラウン片持バリ法の適用範囲を明らかにする。

### 2. アーチダムの諸元

ここでは渓谷の断面形状がパラボラの式で  $l/h=1.0$ ,  $N=1.0$  の場合を例にとり計算を進める。アーチダムの形状としては、前章で用いた形式および諸元を採用し、特に

ダムの高さ	$h$
ダムの天場の中心角	$120^\circ$
ダムの上流面半径	$1.15470 h$
天場アーチの径間長	$2h$

として計算する。

### 3. 荷重配分法

格子バリ法では水平アーチおよび鉛直片持バリの荷重分布は共に、幾つかの点に働く三角形荷重の合成によつて表わされるものと考え、次の仮定に立つものとする。

(a) 水平アーチ要素の各点における変位は、各荷重点における単位三角形荷重による変位(アーチのたわみ係数)と、その点に働く荷重の強さの積の総和として表わされる。(既述のように、中央片持バリ法ではアーチ要素に働く外力の水平方向の変化は考慮していない。)

(b) 鉛直片持バリ要素の各点における変位は、各荷重点における片持バリのたわみ係数と、その点に働

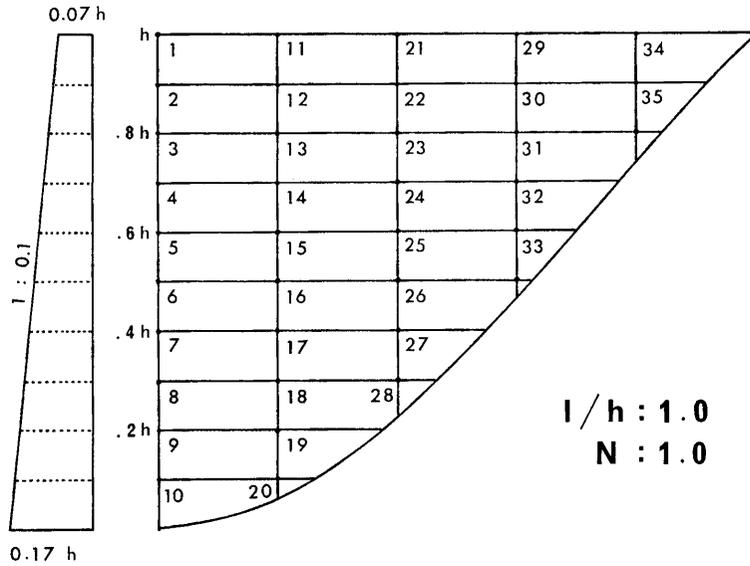


Fig. 25. Disposition de mesure et du calcul.

く荷重の強さの積の総和として表われる。(この仮定は中央片持バリ法でも採用している。)

(c) ダム底では変位は生じないものと考え、この点では全荷重を片持バリ要素のみで受け持つものと仮定する。(この仮定も中央片持バリ法で用いている。)

渓谷の断面形を  $l/h=1.0, N=1.0$  で表わし、その断面はダムのクラウンに対して左右対称と仮定した。このダム面の右半分に対し、Fig. 25 のように 10 本の水平アーチと、クラウン片持バリを含む 5 本の片持バリをとり、両要素の交点のうち 35 の変位計算点

(あるいは荷重点)を選び、ダムの荷重は水圧のみを考えた。Tableau 2 には  $l/h=1.0, N=1.0$  の断面に対する片持バリ要素とアーチ要素の寸法を示している。

ここで、計算点  $m$ 、荷重点  $n$  のときの

- 片持バリのたわみ係数  $A_{mn}$
- 片持バリの分担荷重  $P_{cn}$
- アーチのたわみ係数  $B_{mn}$
- アーチの分担荷重  $P_{an}$

とすれば、計算点  $m$  における片持バリの半径方向の変位  $y_{cm}$  は、

$$\begin{aligned}
 y_{c1} &= A_{1,1}P_{c1} + A_{1,2}P_{c2} + \dots + A_{1,10}P_{c10} \\
 y_{c2} &= A_{2,1}P_{c1} + A_{2,2}P_{c2} + \dots + A_{2,10}P_{c10} \\
 &\dots \dots \dots \\
 y_{c11} &= A_{11,11}P_{c11} + A_{11,12}P_{c12} + \dots + A_{11,20}P_{c20} \\
 &\dots \dots \dots \\
 y_{c21} &= A_{21,21}P_{c21} + A_{21,22}P_{c22} + \dots + A_{21,28}P_{c28} \\
 &\dots \dots \dots \\
 y_{c33} &= A_{33,29}P_{c29} + A_{33,30}P_{c30} + \dots + A_{33,33}P_{c33} \\
 &\dots \dots \dots \\
 y_{c35} &= A_{35,34}P_{c34} + A_{35,35}P_{c35}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

また計算点  $m$  におけるアーチの半径方向の変位  $y_{am}$  は

$$\begin{aligned}
 y_{a1} &= B_{1,1}P_{a1} + B_{1,11}P_{a11} + \dots + B_{1,34}P_{a34} \\
 y_{a11} &= B_{11,1}P_{a1} + B_{11,11}P_{a11} + \dots + B_{11,34}P_{a34} \\
 y_{a21} &= B_{21,1}P_{a1} + B_{21,11}P_{a11} + \dots + B_{21,34}P_{a34} \\
 &\dots \dots \dots \\
 y_{a2} &= B_{2,2}P_{a2} + B_{2,12}P_{a12} + \dots + B_{2,35}P_{a35}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \dots\dots\dots \\
 y_{a35} &= B_{35,2}P_{a2} + B_{35,12}P_{a12} + \dots + B_{35,35}P_{a35} \\
 & \dots\dots\dots \\
 y_{a33} &= B_{33,5}P_{a5} + B_{33,15}P_{a15} + B_{33,25}P_{a25} + B_{33,33}P_{a33} \\
 & \dots\dots\dots
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

次に計算点  $m$  の全水圧荷重を  $P_m$  で表わし、 $y_{cm}=y_{am}$  なる条件式を用いれば、(5.1)、(5.2) から

$$\begin{aligned}
 & A_{1,1}P_{c1} + A_{1,2}P_{c2} + \dots + A_{1,10}P_{c10} = B_{1,1}(P_1 - P_{c1}) \\
 & + B_{1,11}(P_{11} - P_{11}) + \dots + B_{1,34}(P_{34} - P_{34}) \\
 & A_{2,1}P_{c1} + A_{2,2}P_{c2} + \dots + A_{2,10}P_{c10} = B_{2,2}(P_2 - P_{c2}) \\
 & + B_{2,12}(P_{12} - P_{c12}) + \dots + B_{2,35}(P_{35} - P_{c35}) \\
 & \dots\dots\dots \\
 & A_{21,21}P_{c21} + A_{21,22}P_{c22} + \dots + A_{21,28}P_{c28} = B_{21,1}(P_1 - P_{c1}) \\
 & + B_{21,11}(P_{11} - P_{c11}) + \dots + B_{21,34}(P_{34} - P_{c34}) \\
 & \dots\dots\dots \\
 & A_{33,29}P_{c29} + A_{33,30}P_{c30} + \dots + A_{33,33}P_{c33} = B_{33,5}(P_5 - P_{c5}) \\
 & + B_{33,15}(P_{15} - P_{c5}) + B_{33,25}(P_{25} - P_{c25}) + B_{33,33}(P_{33} - P_{c33}) \\
 & \dots\dots\dots \\
 & A_{35,34}P_{c34} + A_{35,35}P_{c35} = B_{35,2}(P_2 - P_{c2}) \\
 & + B_{35,12}(P_{12} - P_{c12}) + \dots + B_{35,35}(P_{35} - P_{c35})
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

のような方程式が計算点の数だけできる。

これらの方程式を無次元化するために

$$A_{mn} = \frac{ha_{mn}}{E} ; B_{mn} = \frac{hb_{mn}}{E} ; P_{cm} = Ex_m$$

のように変数変換し、 $P_m$  の性質

$$\begin{aligned}
 m &= 1(11, 21, 29, 34) : P = P_1 = P_{11} = P_{21} = P_{20} = P_{34} \\
 m &= 2(12, 22, 30, 35) : P = P_2 = P_{12} = P_{22} = P_{30} = P_{35} \\
 m &= 3(13, 23, 31) : P = P_3 = P_{13} = P_{23} = P_{31} \\
 & \dots\dots\dots \\
 m &= 10(20) : P = P_{10} = P_{20}
 \end{aligned}$$

を用いれば (5.3) は

$$\begin{aligned}
 & (a_{1,1} + b_{1,1})x_1 + a_{1,2}x_2 + \dots + a_{1,10}x_{10} + b_{1,11}x_{11} \\
 & + \dots + b_{1,34}x_{34} = (b_{1,1} + b_{1,11} + \dots + b_{1,34}) \cdot \frac{P}{E} \\
 & a_{2,1}x_1 + (a_{2,2} + b_{2,2})x_2 + \dots + a_{2,10}x_{10} + b_{2,12}x_{12} \\
 & + \dots + b_{2,35}x_{35} = (b_{2,2} + b_{2,12} + \dots + b_{2,35}) \cdot \frac{P}{E} \\
 & \dots\dots\dots \\
 & a_{33,29}x_{29} + a_{33,30}x_{30} + \dots + (a_{33,33} + b_{33,33})x_{33} \\
 & + b_{33,5}x_5 + \dots + b_{33,25}x_{25} = (b_{33,5} + \dots + b_{33,33}) \cdot \frac{P}{E} \\
 & \dots\dots\dots \\
 & a_{35,34}x_{34} + (a_{35,35} + b_{35,35})x_{35} + b_{35,2}x_2 + b_{35,12}x_{12} \\
 & + \dots + b_{35,30}x_{30} = (b_{35,2} + b_{35,12} + \dots + b_{35,35}) \cdot \frac{P}{E}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Tableau 16. Coefficients des déplacements radiaux des consoles sous l'effet d'une force unité appliquée.

Console 1.										
PC*	Point du calcul									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	70.7169	57.5399	45.1073	34.0171	24.5126	16.6541	10.4127	5.71753	2.47966	0.604877
2	122.278	101.083	80.3722	61.2522	44.4956	30.4248	19.1220	10.5453	4.59024	1.12325
3	95.4084	80.5070	65.6210	51.0792	37.7010	26.0995	16.5668	9.21065	4.03660	0.993491
4	71.7244	61.4510	51.1776	40.9153	30.9064	21.7743	14.0115	7.87600	3.48297	0.863733
5	51.5903	44.7204	37.8504	30.9804	24.1188	17.4490	11.4563	6.54135	2.92934	0.733975
6	35.0393	30.6560	26.2727	21.8895	17.5062	13.1288	8.90108	5.20669	2.37570	0.604218
7	21.9502	19.3494	16.7485	14.1476	11.5468	8.94592	6.35052	3.87204	1.82207	0.474460
8	12.1350	10.7638	9.39265	8.02148	6.65031	5.27913	3.90796	2.54095	1.26844	0.344702
9	5.38106	4.79775	4.21444	3.63113	3.04781	2.46450	1.88119	1.29789	0.717707	0.214944
10	1.57605	1.41129	1.24652	1.08176	0.917023	0.752258	0.587494	0.422730	0.257965	0.095871

Console 2.										
PC*	Point du calcul									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	63.9692	51.4872	39.7495	29.3543	20.5448	13.3812	7.83471	3.83443	1.29148	0.111619
12	109.743	89.8386	70.4185	52.5895	37.1239	24.3441	14.3324	7.04666	2.38259	0.206605
13	84.3120	70.5533	56.8099	43.4110	31.1755	20.7168	12.3268	6.11336	2.08204	0.181654
14	62.0673	52.7883	43.5094	34.2415	25.2271	17.0894	10.3212	5.18006	1.78149	0.156704
15	43.3725	37.3487	31.3249	25.3011	19.2856	13.4621	8.31555	4.24677	1.48094	0.131753
16	28.2607	24.5753	20.8899	17.2045	13.5192	9.83953	6.30995	3.31347	1.18038	0.106802
17	16.6111	14.5598	12.5086	10.4574	8.40619	6.35498	4.30876	2.38018	0.879833	0.081852
18	8.23496	7.26514	6.29533	5.32552	4.35571	3.38590	2.41608	1.45061	0.579280	0.056901
19	2.92023	2.58999	2.25975	1.92951	1.59927	1.26904	0.938797	0.608559	0.281664	0.031951
20	0.443207	0.394653	0.346100	0.297546	0.248993	0.200440	0.151886	0.103333	0.054779	0.008759

Console 3.									
PC*	Point du calcul								
	21	22	23	24	25	26	27	28	
21	45.6819	35.3280	25.7184	17.4513	10.7699	5.73443	2.31610	0.443946	
22	76.1203	60.1278	44.6194	30.7019	19.1479	10.2798	4.17963	0.805552	
23	55.1181	44.7541	34.4055	24.4011	15.5602	8.49616	3.50079	0.682041	
24	37.3021	30.9008	24.4995	18.1094	11.9725	6.71254	2.82194	0.558530	
25	23.0358	19.3727	15.7096	12.0465	8.39170	4.92891	2.14310	0.435020	
26	12.3525	10.5108	8.66916	6.82752	4.98586	3.15074	1.46426	0.311509	
27	5.13154	4.40707	3.68260	2.95813	2.23367	1.50919	0.789651	0.187999	
28	1.23227	1.06592	0.899567	0.733215	0.566864	0.400543	0.234192	0.071884	

Console 4.						
PC*	Point du calcul					
	29	30	31	32	33	
29	22.1475	15.3784	9.35365	4.67133	1.57476	
30	34.0901	24.4904	15.3752	7.85081	2.68983	
31	20.6459	15.5099	10.3895	5.61305	2.00030	
32	10.3878	8.04961	5.71145	3.38444	1.31076	
33	4.21825	3.34773	2.47720	1.60667	0.744324	

Console 5.		
PC*	Point du calcul	
	34	35
34	4.13128	1.84499
35	5.59958	2.82499

\* Point de la charge.

Tableau 17. Coefficients des déplacements radiaux des arcs sous l'effet d'une force unité appliquée.

Arc 1. ( $h=1.0$ )

PC*	Point du calcul				
	1	11	21	29	34
1	46.0922	27.5144	-3.47153	-18.2506	-11.0680
11	55.4151	40.7792	2.68787	-22.6738	-15.8395
21	-11.4613	3.55504	15.6976	8.70859	-0.280107
29	-50.0108	-20.6657	9.58262	28.6909	14.8280
34	-16.3013	-4.97027	6.57797	17.8387	16.8512

Arc 2. ( $h=0.9$ )

PC*	Point du calcul				
	2	12	22	30	35
2	26.8102	15.5160	-2.10650	-8.63361	-3.13824
12	31.3095	23.3881	2.39333	-9.80549	-4.29896
22	-7.20223	2.99088	11.4151	6.72064	0.504123
30	-22.7540	-7.88953	7.31971	15.4561	4.83806
35	-1.52482	1.18617	3.84533	6.33642	3.95164

Arc 3. ( $h=0.8$ )

PC*	Point du calcul			
	3	13	23	31
3	17.1667	9.85880	-0.824508	-3.82030
13	19.9304	15.3438	2.79509	-3.76739
23	-3.45503	3.23317	8.59870	4.55258
31	-12.1419	-3.32840	5.63059	9.69359

Arc 7. ( $h=0.4$ )

PC*	Point du calcul		
	7	17	27
7	5.64270	3.39050	0.530615
17	6.92446	5.50905	1.47496
27	1.48624	1.85057	1.55302

Arc 4. ( $h=0.7$ )

PC*	Point du calcul			
	4	14	24	32
4	11.9732	6.96979	0.064787	-1.46574
14	14.1126	11.2332	3.01617	-1.12301
24	-0.794697	3.35941	6.39502	2.62169
32	-3.42319	-0.093716	3.23986	3.83049

Arc 8. ( $h=0.3$ )

PC*	Point du calcul		
	8	18	28
8	4.30192	2.42474	0.199317
18	5.01147	3.74143	0.524146
28	0.925179	0.885407	0.419280

Arc 5. ( $h=0.6$ )

PC*	Point du calcul			
	5	15	25	33
5	9.62883	5.77018	0.622569	-0.441393
15	11.6330	9.49636	3.10452	-0.190708
25	0.810977	3.35336	4.79746	1.18528
33	-0.499971	0.594298	1.66259	1.22217

Arc 9. ( $h=0.2$ )

PC*	Point du calcul	
	9	19
9	2.81363	1.31418
19	3.06068	2.06375

Arc 6. ( $h=0.5$ )

PC*	Point du calcul		
	6	16	26
6	7.06704	4.28610	0.689008
16	8.71246	7.10930	2.32629
26	1.29669	2.77195	3.42577

Arc 10. ( $h=0.1$ )

PC*	Point du calcul	
	10	20
10	1.24755	0.285538
20	0.856710	0.343297

\* Point de la charge.

(5.4) は連立 35 元 1 次方程式であるが、 $a_{mn}$ ,  $b_{mn}$  は共に  $h$  に無関係な無次元量であるから、 $h=1$  に対する連立方程式の解を  $x'_n$  とすれば、ダムの高さ  $h$  を与えるだけで

$$x_n = hx'_n$$

の関係から直ちに、片持バリ要素の分担荷重を求めることができる。

なお無次元たわみ係数  $a_{mn}$  は II-3 の方法で、 $b_{mn}$  は II-2 の方法でそれぞれ算出した。それらの結果を Tableau 16, 17 に示す。

#### 4. 分担荷重とそれによるたわみ

(5.4) の連立方程式に Tableau 16, 17 の無次元たわみ係数を代入してこれを解けば、ダム面上の 35

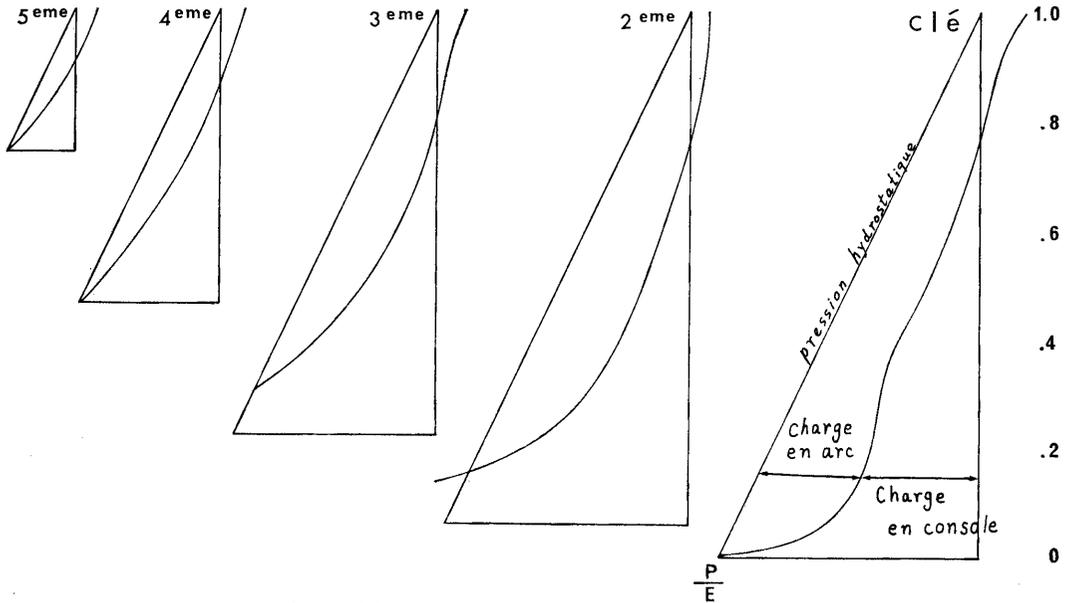


Fig. 26. Répartition des charges sur les consoles verticales par la méthode des arcs-console. ( $l/h=1.0$ ,  $N=1.0$ )

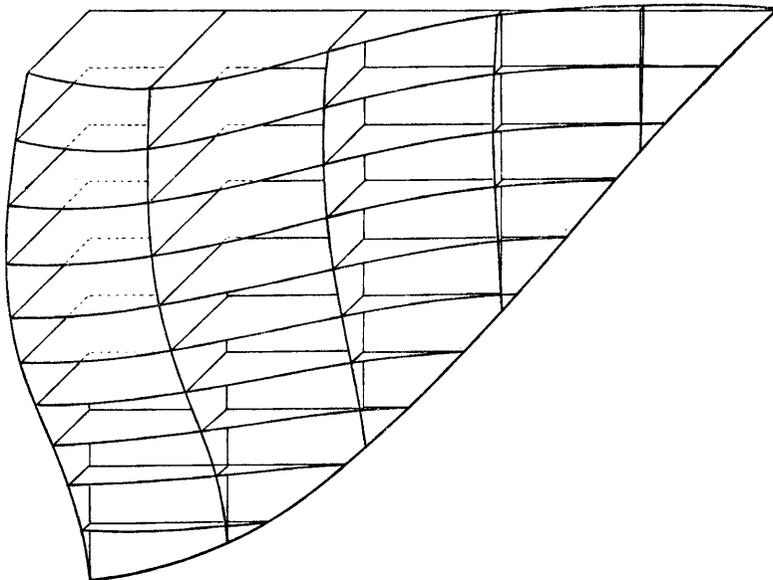


Fig. 27. Diagramme de déformation du barrage par des charges réparties dans la méthode des arcs-console.

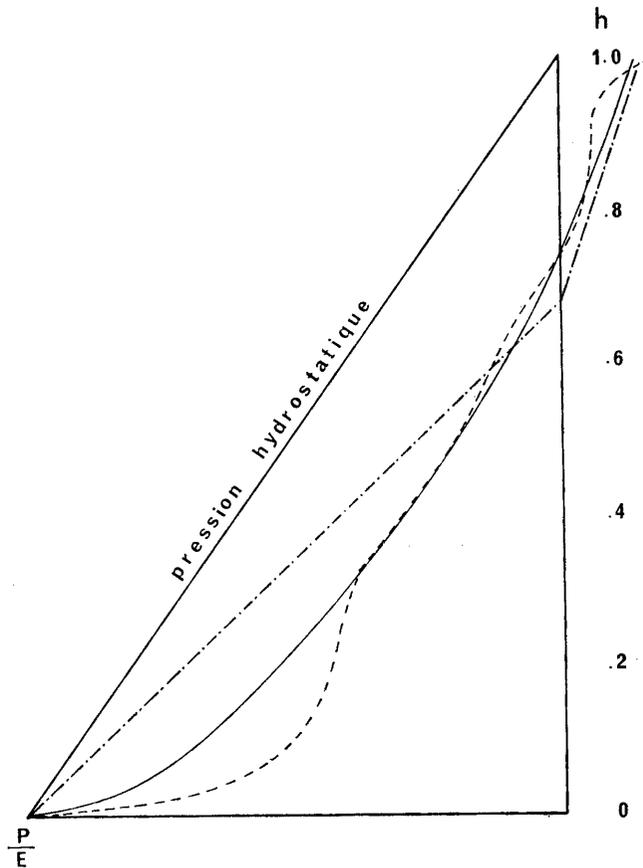


Fig. 28. Détermination sur une console centrale de la répartition des charges de l'eau entre arcs et murs.

- méthodes des arcs-consoles
- méthodes des arcs-consoles simplifiées
- méthodes dite de Noetzli

点の分割荷重が求められる。なお (5.4) の連立 35 元 1 次方程式は、電子計算機を用いて数値計算した。

計算結果を用いて、35 点の荷重分担状態を図で示せば Fig. 26 のようになる。

ここで、荷重分割簡易計算法としてのクラウン片持バリ法で、荷重分割した結果を、一般の荷重分割法としての格子バリ法で、荷重分割した結果と比較してみる。すなわち、Fig. 28 は  $l/h=1.0$ ,  $N=1.0$  の断面形について、NOETZLI 法、中央片持バリ法、格子バリ法でそれぞれ計算した分割荷重を、ダムのクラウン片持バリの上で比較した分担荷重曲線図である。

なお、分割荷重によるたわみは、上で求めた分割荷重を (5.1) または (5.2) のいずれかの式に代入することによって容易に算出することができる。Fig. 27 は分割荷重によるたわみ図である。

## VI. 模型実験による解法

アーチダムの解析には、理論的計算による方法と模型実験 (les essais sur modèles) による方法がある。前者についてはすでに、砂防アーチダムのいくつかの計算法と渓谷の断面形状との関係について、すでに幾つかの結果を得たので、本章では計算結果を検証すると共に、計算法では解析が困難な砂防ダム独特の水抜孔の影響程度を明らかにするため、アーチダムの流型実験装置を試作し、模型による解析を試みた。

### 1. 弾性体の次元解析

今ここに、幾何学的に相似な構造物があり、相似の部分に働く荷重の比が一定であるならば、この 2 つの構造物は“相似の荷重をもつ”と言うことができる。

この場合にはまた2つの構造物は“同じ荷重のかかり方”であるという。

ひとつの構造物が、ある指定された形、指定された荷重の形式をもつていれば、この構造物の大きさは、あるひとつの長さ  $L$  で決定する。

また、各部分の荷重は力  $F$ 、モーメント  $M$  で決まる。

従つて、指定された点に働く応力の任意の成分  $\sigma$  は (6.1) で示される。

$$\sigma = f(F, M, L, E, \nu) \quad (6.1)$$

ここに  $E$  および  $\nu$  は物質の性質を示す変数で、 $E$  は弾性係数、 $\nu$  はポアソン比を表す。

同様に、指定された点の変位の任意の成分  $u$  は (6.2) で示される。

$$u = f(F, M, L, E, \nu) \quad (6.2)$$

これらの変数は、それぞれ次のような次元をもっている。

$$F = [MLT^{-2}]; M = [ML^2T^{-2}]$$

$$L = [L]; E = [ML^{-1}T^{-2}]$$

Buckingham の定理を用いると、(6.1) から (6.3) が導びかれる。

$$\sigma = \frac{F}{L^2} f_1 \left( \frac{F}{EL^2}, \frac{M}{FL}, \nu \right) \quad (6.3)$$

同じく (6.2) から (6.4) が導かれる。

$$u = \frac{F}{EL} f_2 \left( \frac{F}{EL^2}, \frac{M}{FL}, \nu \right) \quad (6.4)$$

Model law は

$$\left. \begin{aligned} K_\nu &= 1 & ; & & K_F &= K_E K_L^2 \\ K_M &= K_F K_L & ; & & K_\sigma &= \frac{K_F}{K_L^2} = K_E \\ K_u &= K_L \end{aligned} \right\} (a)$$

となり、添字附  $K$  はそれぞれ添字の Scale factor を表わしている。

以上は一般の場合であつて、必ずしも変形が小さくなくても成り立つ。

変形が小さいときは、普通の弾性理論の取り扱う問題であつて、 $\sigma$  は  $E$  に関係しない。従つて変形が小さい場合は

$$\sigma = f(F, L, \nu)$$

$$\sigma = k \frac{F}{L^2} \quad (6.5)$$

$$u = k' \frac{F}{EL} \quad (6.6)$$

ここに  $k, k'$  は  $\nu$  の関数である。

(6.5), (6.6) から Model law を書いてみると、

$$\left. \begin{aligned} K_\nu &= 1 \\ K_\sigma &= \frac{K_F}{K_L^2} \\ K_u &= \frac{K_F}{K_E K_L} \end{aligned} \right\} (b)$$

ここで応用例として、模型実験によるアーチダムの応力の問題を考えてみる。

縮尺が 1/50 のアーチダムの模型を、ポアソン比がコンクリートと同じプラスチックで作ることにする。ダムの直ぐ上流部分の溪谷の断面を横切つて仕切り壁を作り、ダムと仕切り壁の間を水銀で満たす。

模型のひずみは電気ひずみ計で測定する。

模型の任意の点の水銀の深さは、原型の水の深さの 1/50 に相等し、水銀の比重は 13.6 であるから、圧力の Scale factor は

$$K_P = \frac{13.6}{50} = 0.272$$

となる。

面積の Scale factor は  $K_L^2 = 1/2500$  であるから、力の Scale factor は

$$K_F = K_P K_L^2 = \frac{0.272}{2500} = 0.000109$$

となる。

(b) から

$$K_\sigma = \frac{K_F}{K_L^2} = 0.272$$

従つて、模型に表われる応力は、原型の応力の 27.2 % である。

$$K_u = \frac{K_F}{K_E K_L} = \frac{K_P K_L}{K_E} = \frac{0.00544}{K_E}$$

$K_E = 1/10$  とすれば

$$K_u = 0.054$$

従つて、模型に表われるひずみは、原型のひずみの 5.4 % である。

## 2. 堤体模型材料とその力学的性質

### a. 堤体用模型材料

従来、ダム模型用材料としては寒天、ゴム、セルロイド、アルカセン、光弾性材料、石コウ、石コウ・ケイソウ土混合物、軽石コンクリート等が使用されてきたが、実験の目的、模型の相似、模型製作の難易、測定方法、実験施設等を考慮して、本実験では石コウ・

イソウ土混合材料を用いることにした。本実験に用いた石コウとケイソウ土はいずれも現在市販されているものである。

- (1) 齒科用焼石コウ A1 (丸石石膏 K.K. 製)  
比重：2.70 (JIS R 5201 による)
- (2) ケイソウ土 (片山化学工業 K.K. 製)  
比重：2.41 (JIS A 1201 による)

**b. 石コウ・ケイソウ土の配合と混水量**

焼石コウに混水して得られる石コウの弾性係数は通常 50,000~90,000 kg/cm<sup>2</sup> であるといわれているが、模型実験の相似率、載荷観測方法等を考慮すると石コウの弾性係数をもつと低下させる必要がある。そのために焼石コウに適量のケイソウ土を添加するのであるが、石コウ・ケイソウ土混合物はその配合比と共に混水量によつても、材料の弾性的性質をかなり広範囲に変化させることができる。

石コウ・ケイソウ土混合物に混入する水量を決める方法としては、石コウに対する混水量試験があるのでこの方法を準用した。石コウとケイソウ土は化学反応しないから、混水量は次の式で表わすことができる。

$$W/P = \alpha + \beta \cdot D/P \quad (6.7)$$

ここに

- W：水量 (g)
- P：石コウの重量 (g)
- D：ケイソウ土の重量 (g)
- $\alpha, \beta$ ：常数

**c. 石コウ・ケイソウ土混合物の力学的性質**

混水量試験の結果<sup>45)</sup>に基づき、(6.7) の  $\alpha=0.619$ ,  $\beta=2.121$  の場合につき、 $D/P$  を種々変化させて弾性係数、ポアソン比、その他の弾性的性質を調べてみた。

供試体は堤体模型の大きさを考慮して直径 5 cm, 高さ 10 cm の円柱状供試体とし、 $D/P$  比別に数個ずつ作製した。これらの供試体を充分乾燥させたのち、次の要領で圧縮試験を行なった。

- (1) 測定機器
  - (a) 単軸型ポリエステルゲージ (PL 20)
    - ゲージ長 : 20 mm
    - ゲージ幅 : 3 mm
    - ゲージ抵抗 : 120 ± 0.3 Ω
    - ゲージファクター : 2.09
    - (東京測器研究所 K.K. 製)
  - (b) PS7/LT 型静ひずみ指示計  
ひずみ測定範囲：±1×10<sup>-6</sup> 以上

測定法：零位法 (静ひずみ), 偏位法 (動ひずみ)

使用ゲージ：60~2500 Ω, 標準 120 Ω  
(新興通信工業 K.K. 製)

- (c) PS7/ST 型 10 点切換平衡箱  
測定点数：10 点  
使用ゲージ：60~2500 Ω, 標準 120 Ω  
平衡用抵抗器：各点ごとに 10 回転型調整器で 120 Ω の ±1% 可変  
(新興通信工業 K.K. 製)

- (d) オルゼン式万能試験機  
最大能力：1 ton  
最小目盛：1 kg  
(森試験機製作所製)

(2) 試験方法と結果

ひずみの測定には、円柱供試体 1 個につきひずみゲージを Fig. 29 のように水平、鉛直の 2 方向に 2 枚ずつ配置し、これら 4 点のひずみは 10 点切換平衡箱を介して、静ひずみ指示計で読み取った。水平、鉛直 2 方向のひずみは、それぞれ 2 点の平均値として求める。

なお、載荷は九州大学農学部木材理学教室の強度試験機を用いて行なった。

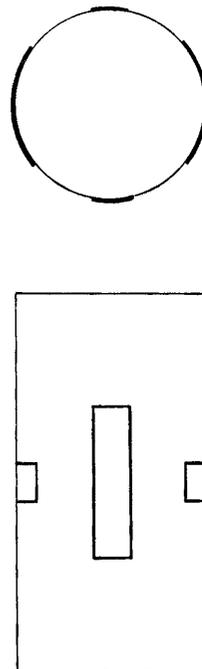


Fig. 29. Disposition des jauge sur l'éprouvette.

Tableau 18. Plâtre-terre à diatomacées. Essais de compression simple.  
 $W/P = 0.619 + 2.121D/P$  Dimension :  $\phi = 5 \text{ cm}$ ,  $h = 10 \text{ cm}$

No.	D/P	Poids (g)	Rc (kg)	E (kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu$
1	0.2	180	976	34800	0.21
2	0.4	162	632	15500	0.21
3	0.6	190	390	9900	0.18
4	0.8	189	275	7700	0.18

Tableau 18 は  $D/P$  比の変化による石コウ・ケイソウ土混合物の力学的性質を示したものである。

3. 模型実験装置の試作とそれによる実験

a. アーチダム模型実験装置

アーチダム模型実験装置は鋼鉄製で、これに石コウ・ケイソウ土混合の模型堤体を着装して弾性実験を行なうものである。本装置の模型台には、Fig. 30, 31 のように堤体固定支持用の鉄板製仮想基礎岩盤、水銀載荷装置、たわみ測定用ダイヤルゲージ支持装置、等を組み立てた。

(1) 仮想基礎岩盤

理論的計算法で用いたダムの固定支持の条件を、模

型の上にもできるだけ忠実に再現するように注意した。すなわち模型堤体が仮想基礎岩盤に固定支持され、載荷時にも固定支持点ではたわみが生じないように、十分な強度が期待できる鋼鉄板を用いて固定した。

溪谷の断面形状は格子バリ法で計算した形状を用いることにした。すなわち  $h=50 \text{ cm}$ ,  $2l=100 \text{ cm}$  の模型断面とした。

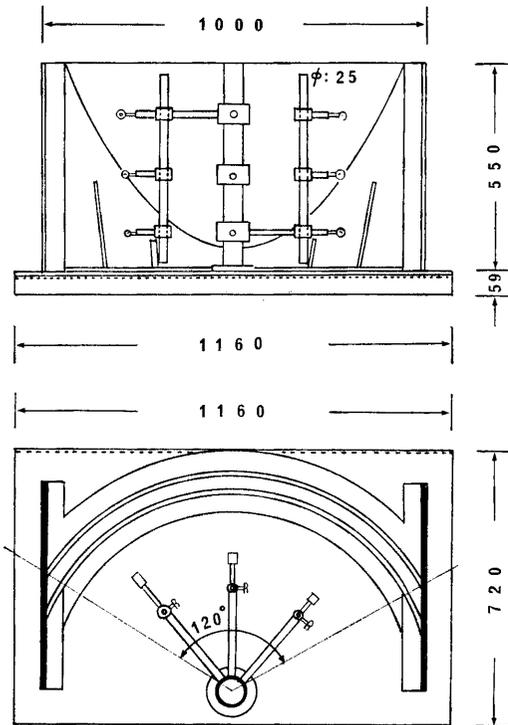


Fig. 30. L'équipement des essais sur modèle au laboratoire de l'auteur pour des barrages-voûtes, vue de l'aval et plan.

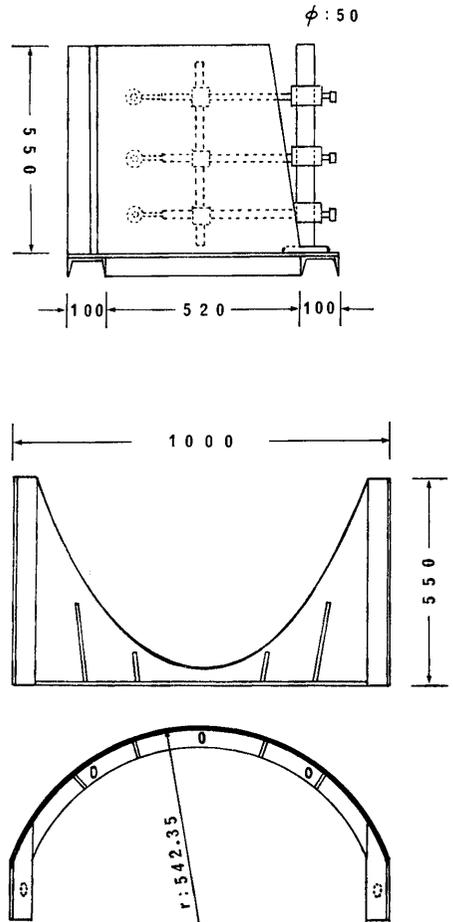


Fig. 31. L'équipement des essais sur modèle, coupe transversale et la garniture.

(2) 水銀載荷装置

模型に生じる変位を測定する場合、弾性範囲内であれば荷重が大きい程正確である。本実験では、模型の荷重を液体圧の形で作用させるために比重の大きな水銀のうち、経済的な工業用水銀（比重 13.5）を用いた。

水銀載荷装置は堤体の上流面に、その半径より 10 mm だけ長い同心円の鉄板製水銀荷重受け枠を組み立て、水銀が堤体上流面の全面に様に載荷するようにした。なお水銀は、ビニール製水銀注入袋を介して堤体に載荷させ、これによつて水銀の注入出操作を簡便にすると共に、水銀が直接鉄板に接触するのを避けた。

(3) ダイヤルゲージ支持装置

本装置は堤体下流面の半径方向たわみをダイヤルゲージで測定するのに使用するもので、模型台に固定された鋼製スタンドに腕長、上下および左右いずれの方向にも自由に調節できるゲージホルダーを取り付けたものである。この先端にダイヤルゲージを固定して、たわみを測定する。

b. 堤体模型の成形

堤体模型材料として使用する石コウ・ケイソウ土混合物は、その混合比  $D/P$  と混水比  $W/P$  によつて Tableau 18 のように力学的性質が異なるが、本実験の相似率、載荷観測方法ならびに堤体乾燥の難易等を考慮して、その混合比を次のように決めた。Tableau 19 には、同一混合比ではあるが、成形時の異なる 2 個の模型堤体材料から、それぞれ 5 個の円柱供試体を作製し、全 10 個の供試体に対して圧縮試験を行なつた結果の平均値が示されている。

堤体模型の成形には、鋼鉄製の堤体成形型枠を試作し、これに Tableau 19 のダム体材料を流し込んで成形した。成形後はその供試体と共に一定期間、恒温室において乾燥させた。

c. 実験方法

堤体内部まで均等に十分乾燥した堤体模型を、模型実験装置の仮想基礎岩盤 ( $h=50$  cm,  $2l=100$  cm, パラボラの式の指数  $N=1.0$ ) に固定支持させ、その上流面に水銀荷重を静的に載荷し、載荷による堤体の半

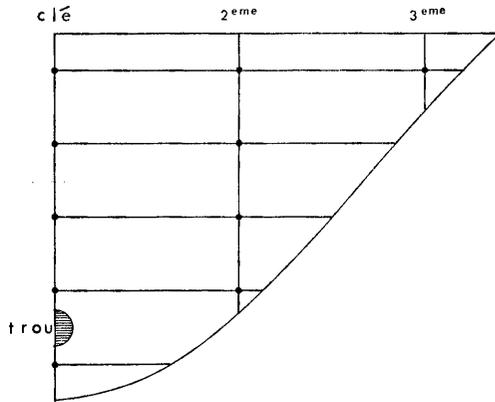


Fig. 32. Disposition de mesure sur modèle. ( $l/h=1.0$ ,  $N=1.0$ )

径方向たわみをダイヤルゲージで測定した。

仮想基礎岩盤は、堤体のクラウンに対して左右対称にしたので、堤体のたわみ測定点は Fig. 32 のようにダムの半分に対し 10 点選んだ。使用した 10 個のダイヤルゲージは次の性能を有するものである。

2 針式アジャスタブル・ダイヤルゲージ

最小目盛：0.01 mm

測定範囲：10 mm

等級：1 級

(三豊製作所 K.K. 製, Code No. 2048)

なお水抜孔の有無が堤体のたわみにおよぼす影響をみるために、模型堤体中央部の堤底から 100 mm の位置に直径 10 mm, 20 mm, 30 mm, 50 mm の円形水抜孔を設けて、それぞれについてたわみ測定を行なつた (Fig. 32)。

使用したダイヤルゲージは、2 針式アジャスタブル・ダイヤルゲージ (最小目盛 0.01 mm, 測定範囲 10 mm) である。

4. 実験結果と考察

堤体模型水裏面に選んだ 10 個のたわみ測定点における測定結果は Fig. 33 のようになる。この結果を前章の格子バリ法によるたわみ計算結果 (Fig. 27) と比較すれば、明らかに堤体支持部におけるたわみ状態が異なることがうかがわれる。

Tableau 19. Plâtre-terre à diatomacées. Détermination des caractéristiques élastiques.

D/P	W/P	Poids (g)	Densité (g/cm <sup>3</sup> )	Rc (kg)	E (kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu$
0.292	1.50	142	0.723	23.75	10200	0.21

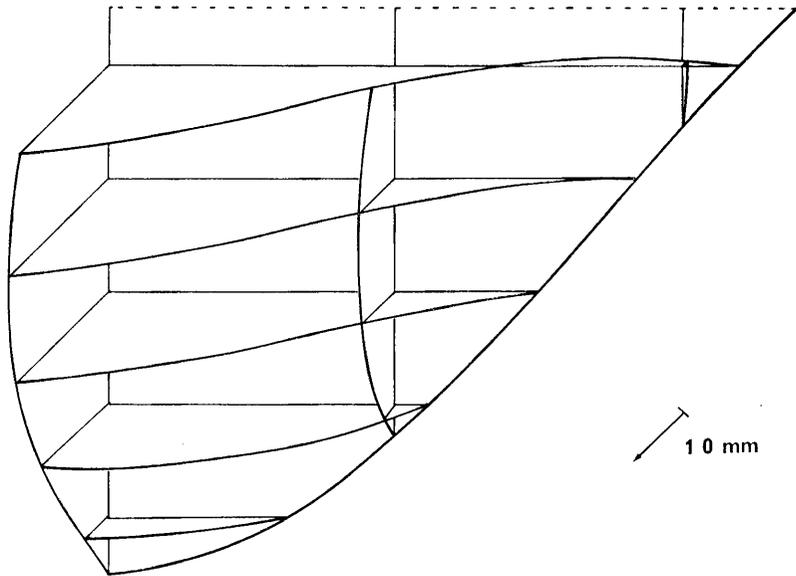


Fig. 33. Flexion radiale du modèle sous charge de mercure.  
( $l/h=1.0$ ,  $N=1.0$ )

このたわみ状態の相違については、Lombardi<sup>20)</sup>も述べているように、理論的計算法では容易に導入できる完全固定支持の条件を、模型実験では忠実に再現出来なかつた事実に起因するものと考えられる。

また水抜孔が堤体のたわみにおよぼす影響を測定した結果、孔径が本実験で最大の 50 mm の場合でも Fig. 34 に示される程度の差しか認められなかつた。これらの結果をみると、水抜孔が堤体のたわみにおよ

ぼす影響は大きくないと言えるが、これについては更に水抜孔の位置、大きさ、形状等を変化させて実験する必要がある。

なお Fig. 33 および Fig. 34 の結果はそれぞれ前記 2 個の堤体模型を使用して測定したものであるが、その結果、堤体支持の固定度の相違が堤体のたわみにおよぼす影響を知ることができる。堤体支持については Lombardi も指摘しているように、現実にはヒンジと完全固定との中間的な支持状態であると考えられるので、この点については岩盤力学的に研究を進める必要があろう。

### 結 言

本論文は砂防アーチダムが極めて経済的でありながら、設計計算の煩雑さのためにごく一部にしか実用化されていない現状の打開を目的として、従来の砂防アーチダム設計計算法をダム築設地点の渓谷横断面形状を考慮して検討を加え、各種の計算法における荷重分割およびたわみ計算式の無次元化を行ない、従来の方法の適用範囲を明らかにし、あわせて簡易計算のための数表を作成したものである。

まず国内の既設砂防アーチダムについて調査し、設計計算上に必要なダム諸元の値域を示し、つぎに定半径式単円形アーチダムにおける各種の荷重状態に対する、アーチ要素と片持バリ要素の変位一般式を誘導

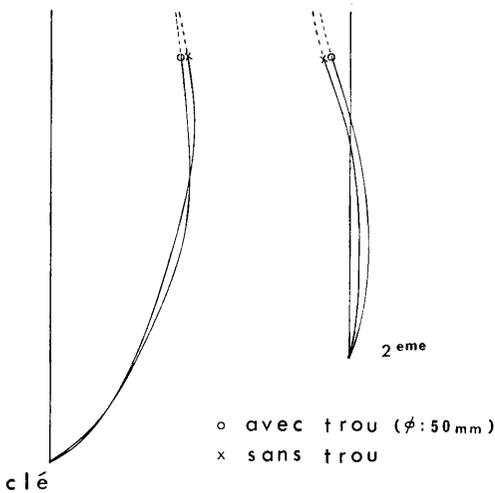


Fig. 34. Comparaison des flexions du modèle, avec un trou et sans trou.

した。

NOETZLI 法については、いわゆる“水圧分割点” $a$ と“附加荷重” $P$ の性質について2, 3の考察を加えたのち、新たに無次元条件式を誘導して6763組の諸元について計算し、使用に簡便な $a, P$ の無次元数値表を作成した。

中央片持バリ法については、渓谷の横断面形状を $N$ 次のパラボラ式 $y^2=k^2x^N$ (式中、 $k=l/h^2, 2l$ : 天場アーチの径間長、 $h$ : ダムの高さ)で表わし、 $l/h$ の値は0.8から1.2までの5種類とし、それぞれの値に対して矩形断面( $N=0$ )から三角形断面( $N=2$ )まで9種類について考えることにした。これらの組み合わせによつて45組の断面形を想定し、それぞれの分担荷重を中央片持バリ法で計算した。それによつて渓谷の断面形と荷重分担状態との関係を明らかにすると共に、実用上有効な分担荷重の無次元数値表を作成し、あわせてたわみ量を図示した。結果として中央片持バリ法では、渓谷の断面形が $N>1.25$ では荷重分担の持バ正当性に検討の必要があることを指摘した。

格子バリ法については、 $l=h$ の場合について計算し、たわみ係数の数値表、荷重分担図およびたわみ量図を示した。荷重分担状態については前記の2方法と比較し、NOETZLI法は矩形断面に近い渓谷に適合し、中央片持バリ法は $N<1.0$ の渓谷にも適合することを明らかにした。

最後にアーチダムの模型実験装置を試作し、石コウ・ケイソウ土混合材料を用いたダム模型について弾性実験を行ない、上記のたわみ量を検証し、また水抜孔の影響についても示した。

これを要するに本論文は、砂防アーチダムの設計計算を初めて無次元解析し、従来の各種の計算法に新しい解釈を加え、その適用範囲を明らかにし、あわせて簡易計算のための数表を作成したものである。なお砂防アーチダムの設計計算法としては、現状では、中央片持バリ法を提唱する。

筆を置くに当り、本研究を命ぜられかつ懇篤なる指導助言を賜つた九州大学大学院農学研究科前教授、前指導教官熊谷才蔵先生と懇篤なる指導と校閲の労をとられた九州大学大学院農学研究科教授末勝海博士に深厚なる謝意を表する。

## 文 献

1) Thiéry, E. (1891): *Restauration des montagnes*, pp. 224-237. Emile Blanchard, Paris.  
2) Noetzli, Fred A. (1921): Gravity and arch

action in curved dams. *Trans. Amer. Soc. C. E.*, Vol. 84, pp. 1-60.

- 3) Noetzli, Fred A. (1921): The relation between deflections and stresses in arch dams. *Amer. soc. C. E.*, Vol. 47, pp. 261-284.  
4) Hofacker, Kael (1936): *Das Talsperrengewölbe*. Verlag A. G. Gebr. Leemann und Co., Zürich und Leipzig.  
5) U. S. Bureau of reclamation (1938): Trial load method of analyzing arch dams. *Bulletin No. 1, Pt. V, Boulder canyon project final reports*. Denver, Colorado.  
6) Hanna, F. W. & Kennedy, R. C. (1938): *The design of dams*, pp. 173-266. McGraw-Hill, New York.  
7) 諸戸北郎 (1938): 諸戸砂防工学, p. 133-140. 成美堂, 東京.  
8) 柿 徳市 (1941): 治水砂防工学, p. 129-154, p. 204-206. 土木技術社, 東京.  
9) 蒲 孚 (1947): 砂防工学, p. 76-79. 産業図書, 東京.  
10) Alfred, L. Parme (1948): Arch dams with arches of variable thickness. *R/C.*, No. 21.  
11) 伊藤武夫 (1948): 砂防, p. 79-86, p. 117-122. 実業教科書, 東京.  
12) Bosshard, E. (1949): *Beiträge zur Theorie und Berechnung der Bogenstaumauern*. Leeman, Zürich.  
13) Perkins, W. A. (1953): Analysis of Arch dams of variable thickness. *Trans. Amer. Soc. Vol. 118*, pp. 725-770.  
14) 伊藤令二 (1953): 堰堤工学, p. 188-218. アルス, 東京.  
15) 遠藤隆一 (1954): 重力式砂防堰堤における3次元応力の研究. 京大農学部演習林報告, 23: 1-82.  
16) Bourgin, A. (1955): *Cours de calcul de barrages*, pp. 141-298. Eyrolles, Paris.  
17) 宮本正次 (1955): アーチダムの単独アーチとしての解法の提唱. 新砂防, 18: 25-29.  
18) 村 幸雄 (訳) (1955): コンクリートダム, p. 171-304. 丸善, 東京.  
19) 村幸雄・高田孝信・飯田隆一 (1956): アーチダムの応力に関する実験的研究. 土木研究所報告, 97: 1-37.  
20) Lombardi, J. (1955): *Les barrages en voûte mince*. F. Rouge & C<sup>ie</sup> S. A., Librairie de l'université, Lausanne.  
21) 栃木省二 (1956): 砂防ダムの内部応力に関する研究(種々の境界条件を与えた二次元弾性理論について). 京大農学部演習林報告, 26: 88-107.  
22) Oberti, G. (1957): Arch Dams, Development of model researches in Italy. *Journal of the power division, ASCE Proc. Paper*

- 1351.
- 23) 九州電力K.K. 土木部 (1957): アーチダム(上権集ダムの計画と施工). 丸善, 東京.
- 24) 栃木省二 (1957): ハイボトロコイド座標による水抜孔周辺応力の計算. 新砂防, 24: 25-30.
- 25) Press, H. (1958): *Les barrages de vallée*, pp. 90-129. Dunod, Paris.
- 26) 宮本正次 (1958): アーチダム. 理工図書, 東京.
- 27) 関戸研一 (1958): 三俣アーチダム工事報告. 新砂防, 28: 15-18.
- 28) Timoschenko, S. & Woinowsky-Krieger, S. (1959): *Theory of plates and shells*. 2nd Ed. McGraw-Hill, New York.
- 29) 村野義郎 (1959): 砂防拱堰堤設計計算の簡易化について. 新砂防, 32: 1-9.
- 30) 岡本舜三・加藤勝行ほか (1959): アーチダムの振動観測. 生産研究 研究速報, 11, 12.
- 31) 高田孝信・栗林栄一 (1959): 光弾性法によるダムの応力解析に関する研究(第1報). 土木研究所報告, 105: 1-7.
- 32) 武居有恒 (1959): 重力ダムの荷重分割に対する一解法(第1報). 新砂防, 33: 18-28.
- 33) 武居有恒 (1959): 重力ダムの荷重分割に対する一解法(第2報). 新砂防, 34: 18-22.
- 34) 栃木省二 (1959): 砂防ダムの内部応力. 新砂防, 35: 21-29.
- 35) 吉田与一・高橋 杰 (1959): 最上川支立谷沢川小支赤沢川筋赤沢(アーチ)堰堤の設計について. 新砂防, 33: 29-39.
- 36) 熊谷才蔵 (1960): 殻理論によるアーチダム解析法の展望. 新砂防, 38: 1-8.
- 37) 新井義輔・中山謙治 (1960): アーチダムの大型振動実験設備. 発電水力, 49: 49-58.
- 38) Michel, A. (1961): *Table de calcul des petits et moyens ouvrages de correction torrentielle en maçonnerie au mortier*. Ann. Ec. Eaux For. Nancy, Tome 18 (3).
- 39) 岡本舜三・加藤勝行 (1961): 生研式アーチダム模型振動試験方法について. 土木学会論文集, 75: 47-56.
- 40) 申 潤植 (1961): ネットリー理論によるアーチダム設計での水平アーチおよび垂直カンティレバーの撓み一致条件について. 日林誌, 43: 277-286.
- 41) 小西一郎・横尾義貫ほか (1963): 構造力学(II). 丸善, 東京.
- 42) 栃木省二 (1964): 治山および砂防構造物の光弾性学的研究(第1報). 新砂防, 52: 28-33.
- 43) Varlet, H. (1966): *Barrages-réservoirs*, Tome 2, pp. 243-350. Eyrolles, Paris.
- 44) 小西一郎・横尾義貫ほか (1966): 構造力学(I). 丸善, 東京.
- 45) 農林省農業土木試験場 (1966): 刀利アーチダム構造模型実験最終報告書.
- 46) Bernaix, J. (1967): *Etude géotechnique de la roche de Malpasset*. Dunod, Paris.
- 47) Bonneau, L. (1967): *Remarques sur les barrages en arc*. Ann. des Ponts et Chaussées, 137e année: pp. 327-339.
- 48) Zienkiewicz, O. C. (1967): *The finite element method in structural and continuum mechanics*. McGraw-Hill, London.
- 49) 水資源開発公団試験室 (1967): 高山ダム構造模型実験. 試験室年報, 昭和41年度: 159-174.
- 50) 陶山正憲 (1967): わが国における既設砂防アーチダムの展望. 新砂防, 62: 17-23.
- 51) Mary, M. (1968): *Barrages-voûtes (1), Historique, Accidents et Incidents*, pp. 36-77, et pp. 147-158. Dunod, Paris.
- 52) 熊谷才蔵・陶山正憲 (1968): Noetzli の方法による砂防アーチダムの設計計算について. 九大農学部演習林報告, 42: 341-360.
- 53) Bekker, M. G. (1969): *Introduction to terrain-vehicle systems*, p. 22. The university of Michigan press.
- 54) Serafim, J. L. (1969): Serafim gives many shapes to arch dams. *Engineering News-Record*, April 2, pp. 34-35.
- 55) Suyama, M. (1969): Load distribution at arch crowns of curved debris dams. *Reports of the Kyushu University Forests*, No. 23.
- 56) Kronfellner-Kraus, G. (1970): *Über Offene Wildbachsperrren*. Mitteilungen der Forstlichen Bundes-Versuchsanstalt, 88. Heft: S. 7-76.
- 57) Ruf, G. (1970): *Deformationsmessungen an einer Gitterrostsperrre*. Mitteilungen der Forstlichen Bundes-Versuchsanstalt, 88. Heft: S. 77-105.
- 58) 菊谷昭雄・真島征夫ほか (1970): スクリーンえん堤の堆砂に関する模型実験. 林業土木施設研究所報, 2: 5-31.

### Résumé

Cette étude envisage tout d'abord le problème de la relation étroite qui existe entre la répartition des charges et les profils de vallées, et de plus entre ceux-ci et la flexion radiale dans les diverses méthodes de calcul des barrages-voûtes de correction torrentielle. Nous présentons aussi des tables de calcul faciles à utiliser et nous montrons la limite de l'utilisation des méthodes de calcul.

Dans le chapitre I, nous exposons les caractéristiques des barrages-voûtes de correction

torrentielle existant au Japon à l'aide de la liste des renseignements que nous avons rassemblés (Annexe I). Par ailleurs, nous avons déduit la valeur à attribuer à l'angle d'ouverture en crête pour que le volume du barrage curviligne fût un minimum.

Le calcul d'un barrage en voûte est ramené à un problème de déformations élastiques. De ce fait, dans le chapitre II, nous déduisons des équations générales pour obtenir le déplacement d'anneaux et de consoles, grâce à l'emploi des formules de déformation de Bresse, du principe de la superposition, du théorème de Castigliano, de la méthode des déplacements virtuels etc.

Concernant la méthode dite Noetzli, le chapitre III est consacré à notre interprétation théorique du point de répartition des charges sur la console centrale  $a$ , c'est le point auquel la répartition des charges pour console verticale est nulle sur une console centrale, et de la charge additionnelle poussée en crête  $P$ . Des tableaux numériques sans dimension permettent, avec la précision suffisante, la détermination rapide des éléments des barrages-voûtes ayant à résister à la poussée de l'eau (Annexe II). Elles sont valables, avec les corrections indiquées, pour les barrages-voûtes de correction torrentielle ne dépassant pas 30 mètres de hauteur, pour les combinaisons des pentes en aval  $m$  et des coefficients  $\beta = B/h$  ( $B$ : épaisseur à la base,  $h$ : hauteur maximum du profil sur lit):

$\left\{ \begin{array}{l} m=0,10 \\ \beta=0,15 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,10 \\ \beta=0,20 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,10 \\ \beta=0,25 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,10 \\ \beta=0,30 \end{array} \right.$
$\left\{ \begin{array}{l} m=0,15 \\ \beta=0,20 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,15 \\ \beta=0,25 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,15 \\ \beta=0,30 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,15 \\ \beta=0,35 \end{array} \right.$
$\left\{ \begin{array}{l} m=0,20 \\ \beta=0,25 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,20 \\ \beta=0,30 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,20 \\ \beta=0,35 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,20 \\ \beta=0,40 \end{array} \right.$
$\left\{ \begin{array}{l} m=0,25 \\ \beta=0,30 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,25 \\ \beta=0,35 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,25 \\ \beta=0,40 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,25 \\ \beta=0,45 \end{array} \right.$
$\left\{ \begin{array}{l} m=0,30 \\ \beta=0,35 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,30 \\ \beta=0,40 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,30 \\ \beta=0,45 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} m=0,30 \\ \beta=0,50 \end{array} \right.$

et pour

$\delta = d/h$  allant de 0 à 0,2.

$\rho = r/h$  allant de 0,5 à 1,5.

$\kappa = \lambda \varepsilon t$  allant de 0 à 11,  $\varepsilon = E/\gamma h$ .

$d$ : charge d'eau en crête

$r$ : rayon du parement amont

$\lambda$ : coefficient de dilatation thermique

$E$ : module d'élasticité de Young

$\gamma$ : poids spécifique de l'eau

$t$ : variation de température en crête

Des exemples d'utilisation sont donnés.

Dans le chapitre IV, concernant la méthode simplifiée de répartition des charges entre arcs et consoles ou la méthode d'ajustement de clef, nous exploitons la formule de parabole pour exprimer les profils de vallées naturelles. Celle-ci s'écrit:

$$y^2 = k^2 x^N, \text{ où } k = l/h^{\frac{N}{2}},$$

avec  $h$ : hauteur maximum du profil sur lit.

$2l$ : développement total en crête.

Nous considérons la répartition des charges pour chacune des 45 combinaisons au-dessous,

$$k = 0,8 \quad 0,9 \quad 1,0 \quad 1,1 \quad 1,2.$$

$$N = 0 \quad 0,25 \quad 0,50 \quad 0,75 \quad 1,00 \quad 1,25 \quad 1,50 \quad 1,75 \quad 2,00.$$

par cette méthode des arcs-consoles simplifiée.

Nous calculons les coefficients d'influence des déplacements des consoles centrales et ceux des déplacements radiaux des arcs. Nous avons à faire à des équations simultanées du premier degré, que nous résolvons grâce aux coefficients calculés précédemment, de là nous obtenons la répartition de la charge sur les consoles centrales.

Par conséquent, nous mettons en évidence la relation entre les profils de vallées artificielles et les conditions de répartition des charges, que représente la figure 16 à 20. L'impossibilité de répartir exactement, par cette méthode des arcs-consoles simplifiée et dans le cas  $N > 1,25$ , les charges sur les arcs et sur les consoles apparaît alors comme un des résultats. Nous dressons des tableaux numériques de répartition des charges sans dimension, faciles à utiliser.

Des exemples d'utilisation des tableaux sont donnés.

En ce qui concerne la méthode de répartition des charges par décomposition en arcs et consoles, dans le chapitre V, nous l'avons adopté dans le cas  $l=h$ . A l'aide de ce procédé, nous avons obtenu sensiblement le même résultat que celui donné par l'emploi des deux premières méthodes. Nous pouvons donc également utiliser dans ce cas les deux autres méthodes qui sont d'une plus grande simplicité de calcul.

Enfin dans le chapitre VI, nous présentons une maquette en fer, celle du site, et d'autres en plâtre-terre à diatomacées, celles des barrages, pour l'essai sur modèle. Nous avons soumis par ailleurs les échantillons des matériaux des barrages à des essais sous compression au mercure. Nous mesurons enfin la flexion radiale des modèles sous charge de mercure et comparons les flexions des modèles sans trou et avec trou (Fig. 34).

Actuellement, il semble donc que dans le cas de correction torrentielle l'on puisse avoir recours à la seconde méthode des arcs-console simplifiée.

Département des Eaux et Forêts  
Faculté d'Agriculture  
Université nationale du Kyushu  
Hakozaki, Fukuoka, Japon

Annexe 1. Liste des barrages-voûtes de correction torrentielle existant au Japon, terminés ou en cours de construction au 31 mars 1967.

No.	Noms des barrages	Cours d'eau		Noms de lieu	Date	Principe des calculs**	Profils de vallée	h (m)	r (m)	2φ	b (m)	2l (m)	Pente		Epaisseur		Volume de béton (m³)
		fleuve	branche										en amont	en aval	e (m)	B (m)	
1	大源太川第1号	信濃川	魚野川	新潟県 新潟市	1939	R C	a	18.00	20.00	109	33.00	30.00	droit	moyenne 0.17	2.20	5.20	1,609
2	宮海道	犀川	薄川	長野県 本松市	1939	A C	d	15.00	14.80	106	34.00	33.50	droit	0.30	2.20	6.55	1,256
3	大井滝	武庫川	仁川	兵庫県 宮富町	1941	R C	c	8.50	19.00	77	29.60	22.50	droit	0.20	2.00	3.70	453
4	釜ヶ淵上流	信濃川	梓川	長野県 安曇郡	1944	R C	a	30.00	35.00	70	56.00	40.00	0.10	0.10	3.00	15.00	7,639
5	焼山	利根川	大芦川	栃木県 鹿沼市	1949	R C	d	11.00	17.50	120	36.90	26.00	droit	0.20	1.70	3.90	743
6	山田川第4号	球磨川	山田川	熊本県 本荘市	1951	R C	c	13.00			35.00	30.00	droit	0.20	2.00	4.60	648
7	吹上	江合川	大谷川	宮崎県 城子町	1951	A C	c	5.00	11.50	70	13.95	9.50	droit	0.20	2.40	3.40	146
8	板屋	大淀川	大八重谷	宮崎県 三股町	1952		c	13.00	25.00	98	42.86	27.60	0.30	0.10	1.50	7.30	1,290
9	神明	駅館川	津房川	大分県 安心院町	1952	V		13.50	14.60	120	43.31		droit	0.20	2.00	4.70	
10	箱繕	夜間瀬川	横湯川	長野県 野内町	1953	A	c	13.50				32.00	0.30	0.20	2.00	8.75	
11	坪根	信濃川	裾花川	長野県 水上町	1953	R C	d	16.50	42.00	75	66.50	60.00	droit	0.20	3.00	6.30	4,543
12	古関	名取川	北川	宮崎県 城崎町	1953	R N	d	16.00	23.00	93	37.47	28.00	0.15	0.20	2.00	7.60	1,775
13	二丁	天竜川	間沢川	長野県 下伊那郡	1953	R C	c	10.00	30.00	70	37.53	29.60	droit	0.20	2.00	4.00	555
14	廻沢川*	富士川	廻沢川	山梨県 西八代郡	1953			10.00									
15	立箱	駅館川	津房川	大分県 安心院町	1953	V	c	13.00	16.00	97	41.77		droit	0.25	2.00	4.60	
16	磐井川矢櫃	北上川	磐井川	岩手県 一関市	1954	R C	a	26.00	50.00	95	83.30	55.00	0.27	0.20	2.00	14.22	4,241
17	小森	赤平川	小森川	埼玉県 玉父郡	1954	R N	d	15.00	23.00	110	64.16	46.06	0.30	droit 0.30	2.00	6.50	2,238
18	上蔵	天竜川	小渋川	長野県 下伊那郡	1954	R C	c	23.00	17.90	157	46.20	33.00	0.15	0.20	2.00	10.05	5,300
19	三成	斐伊川	横田川	島根県 根多町	1954	G N	b	35.00	45.00	70	109.70	90.00	droit	0.25	3.00	23.00	22,062
20	祖室	犀川	当信川	長野県 信州新町	1954	R C	d	18.00	20.00	115	37.00	33.74	0.20	0.20	2.30	9.50	652

No.	Noms des barrages	Cours d'eau		Noms de lieu	Date	principe des calculs	Profils de vallée	h (m)	r (m)	2φ	b (m)	2l (m)	Pente		Epaisseur		Volume de béton (m³)
		fleuve	branche										en amont	en aval	e (m)	B (m)	
21	東谷	住吉川		神戸市東灘区	1954	R C	a	13.00	21.50	74	27.68	24.00	droit	0.20	3.00	5.60	1,095
22	コベズリ	利根川	鬼怒川	栃木県栃木市	1954	R C	c	11.00	16.00	139	38.80	21.00	droit	0.064	2.00	2.70	648
23	山ノ口	駅館川	深見川	大分県大分市	1955	V	d	13.00	19.25	91	30.57		droit	0.20	1.50	7.00	
24	入道	天竜川	松川	長野県野田町	1955	R C	c	12.00	30.00	78	42.35	30.50	droit	0.20	2.00	4.40	1,122
25	荒雄	江合川	大深沢	宮城県宮城町	1955	A C	a	8.00	11.40	130	25.86	18.00	droit	0.20	2.00	3.60	233
26	出野	筑後川	小畑川	大分県分田町	1955		c	14.00				31.79	0.50	0.20	2.00	11.80	1,238
27	猫又谷第1号	黒部川	猫又谷	富山県富山市	1955	R C	c	6.90	14.13	110	27.13	19.61	droit	0.10	1.51	2.20	357
28	山の神	信濃川	高瀬川	長野県長野市	1956	R C	c	23.00	30.00	70	46.00	40.00	0.20	0.20	3.00	12.60	5,955
29	栴谷	高津川	福川	鳥取県根子町	1956	G N	b	34.00	49.00	102	93.59	75.89	0.05	0.25	3.35	18.55	17,178
30	石間	吉田川	石間川	埼玉縣玉田町	1956	R N	c	13.00	14.05	110	26.94	18.05	0.15	0.10	2.00	5.25	1,006
31	下二股川	大野川	下二股川	北海道亀田町	1956	R N		20.00	22.00	110	44.16	36.00	droit	0.20	2.00	6.00	2,093
32	間坂	鳴瀬川	間坂川	宮城県小野田町	1956	V N	c	11.00	18.65	144	46.72	34.00	0.10	droit	1.50	2.60	672
33	柏川*	利根川	柏川	群馬県馬場郡	1956	R C	a	9.50	13.00	103	23.26	12.90	droit	0.30	2.00	4.85	311
34	西谷川	仁淀川	西谷川	高知県高岡郡	1956	R	c	7.50	11.70	97	19.80	14.00	droit	0.20	1.50	3.00	220
35	秋山	信濃川	金峰山川	長野県佐久郡	1957	R C	b	20.00	44.00	77	74.92	45.00	0.05	0.20	3.00	8.00	4,036
36	三俣	淀川	三俣川	京都府京都市	1957	R K	c	22.00	20.62	140	46.85	38.00	0.10	0.10	2.00	6.40	3,641
37	渦ヶ森	石屋川	新田川	神奈川縣神奈川区	1957	A N	a	18.00	22.00	119	45.00	35.93	0.30 0.10	droit 0.50	2.20	4.00 5.50	2,073
38	油山川*	安倍川	油山川	静岡県静岡市	1957	R C		12.50	20.00	65	22.75		0.20	droit	1.50	4.00	460
39	黒岳沢	石狩川	黒岳沢	北海道上川町	1957	R C	d	11.30	22.86	127	54.47	35.00	0.30	droit	2.10	4.50	1,784
40	内籠川2号	渡良瀬川	内籠川	栃木県栃木市	1957	R	c	14.00	14.00	118	28.80	24.00	droit	0.10	1.60	2.70	690
41	清水平	犀川	野原沢	長野県長野市	1957	R C	b	10.50	24.00	76	33.10	29.45	droit	0.20	1.80	3.90	547

42	直水谷	都賀川	六甲川	神戶市	神戶市	1958	R C	a	21.00	41.50	95	68.81	56.11	0.10	0.20	3.00	9.30	3,985
43	潜下	利根川	沼尾川	馬郡	馬郡	1958	R C	d	21.00	27.50	75	89.00	86.48	0.15	0.15	2.00	9.30	6,179
44	宮崎	駅館川	津房川	大分県	大分県	1958	V	c	14.00	16.50	110	55.00		droit	0.25	3.00	6.50	
45	新莊川	新莊川		高知県	高知県	1958	R C	b	7.60	19.00	98	32.64	26.50	droit	0.10	2.50	3.26	468
46	荻津留	筑後川	玖珠川	大分県	大分県	1959		d	16.00			42.00		0.30 0.10	0.20 droit	2.50	10.50	4,305
47	帝釈	新湊川	イヤガ川	神戶市	神戶市	1959	A N	c	20.00	25.80	125	66.00	43.60	0.30	0.50	2.40	7.70	4,040
48	一の瀬	犀川	穂高川	長野県	長野県	1959	R C	a	20.00	20.00	140	50.10	37.59	0.10	0.20	2.00	8.00	2,400
49	新十津川	石狩川	スタップの沢	北海道	北海道	1959	R C	b	19.50	22.00	110	59.40	44.00	droit	0.20	2.00	4.70	1,642
50	野沢	那珂川	野沢川	栃原郡	栃原郡	1959	R	d	13.50	21.30	126	45.20	37.00	droit	0.05	1.50	2.00	1,088
51	白樺	相模川	本谷川	神奈川県	神奈川県	1959	R C		13.50			47.86						1,354
52	中之条	利根川	四万川	群馬県	群馬県	1960	V T	c	42.00	45.00	136	148.74	118.20	courbe	courbe	2.00	6.40	14,400
53	赤沢第1	最上川	赤沢川	山形県	山形県	1960	T	b	25.00	23.00	151	55.70	50.30	droit	0.15	2.00	6.95	4,586
54	中の川第3号	手取川	中の川	石川県	石川県	1960	R C	d	13.00	31.60	45	32.32	28.00	droit	0.20	2.20	4.80	1,879
55	三ツ石谷	竹原川	三ツ石谷	岐阜県	岐阜県	1960	R N	a	12.00	17.00	93	32.88	15.43	droit	0.10	2.00	3.20	715
56	花屋敷	酒匂川	皆瀬川	神奈川県	神奈川県	1960	R C	c	15.00	24.00	130	56.72	43.00	droit	0.20	2.00	5.00	1,662
57	上結東	信濃川	中津川	新潟県	新潟県	1961	R N	c	33.00	23.55	120	107.32	45.00	droit	0.20	3.00	9.80	9,634
58	高尾	斐伊川	馬木川	山梨県	山梨県	1961	V C	c	27.00	35.50	103	74.84	61.00	escalier	droit	3.00	9.00	8,772
59	新宮川	富士川	新宮川	山梨県	山梨県	1961	R C	c	14.50	20.00	83	42.00	35.00	droit	0.20	2.00	4.40	1,463
60	湯之沢*	信濃川	魚野川	新潟県	新潟県	1961	R C	c	10.00	13.20	64	29.42	12.00	droit	0.20	2.00	4.00	474
61	那比川*	木曾川	長良川	岐阜県	岐阜県	1961	R C	c	7.50	16.32	105	29.61	24.10	droit	0.10	1.30	2.15	332
62	柴木川*	太田川	柴木川	河内郡	河内郡	1961	R C	d	9.50	15.00	125	31.63	22.00	droit	droit	1.50	1.50	455
63	楊枝川	新宮川	楊枝川	三重県	三重県	1961	R C	c	16.50	20.00	107	44.97	32.22	droit	0.20	2.40	5.00	1,312
64	本谷	河内川		鳥取県	鳥取県	1962	R C	d	22.00	22.10	57	46.88	20.00	droit	0.12	1.20	3.84	2,889

No.	Noms des barrages	Cours d'eau		Noms de lieu	Date	Principe des calculs**	Profils de vallée	h (m)	r (m)	2φ	b (m)	2ℓ (m)	Pente		Epaisseur		Volume de béton (m³)
		fleuve	branche										en amont	en aval	e (m)	B (m)	
65	瀬戸川*	一ツ瀬川	瀬戸川	宮崎県 西都野郡	1962	N	a	9.80	12.38	130	28.12	16.00	droit	0.13	0.60	1.91	233
66	野山	犀川	烏川	長安県 南晏郡	1963	R C	a	27.50	40.00	82	59.41	52.31	0.10	0.20	3.00	11.25	5,600
67	クワウンナイ川	忠別川	クワウンナイ川	北海 道美道	1963	R N		27.70	24.26	118	56.00	46.00	droit 0.70	0.20	3.00	13.70	8,080
68	漁川	石狩川	漁川	北海 道千歳郡	1963	R N	c	10.00	16.17	120	33.86	25.00	droit	0.20	1.50	2.50	440
69	日之影*	五ヶ瀬川	日之影川	宮崎県 日之影町	1963	N	c	10.00	19.60	100	39.51	35.01	droit	0.10	1.00	2.00	414
70	荒川*	木曾川	荒川	岐阜県 八百津町	1963	R C	b	8.50	5.87	100	12.78	8.50	droit	0.20	1.00	2.90	124
71	大城川*	富士川	大城川	山梨県 身延郡	1964	R C	c	12.00	12.48	120	26.14	19.00	droit	0.15	1.80	3.60	611
72	大沢	岩木川	大沢	青森県 津軽郡	1964	R C	c	16.00	21.60	129	53.52	37.50	droit	0.15	1.60	4.00	1,643
73	須恵	多々良川	須恵川	須恵町	1965	V T	d	21.00	62.00	104	144.54	97.71			2.20	3.60	9,500
74	付知川	木曾川	付知川	岐阜県 付知町	1965	R N	c	18.00	23.80	150	62.30	35.70	0.15 droit	droit	2.00	4.00	3,120
75	五枚沢川第1号	信濃川	五枚沢川	新潟県 北魚沼郡	1955	R	b	6.00	8.20	120	17.17	13.00	droit	0.10	1.40	2.00	144
76	石抱	最上川	銅山川	山形県 最上郡	1966	R N	b	20.00	23.00	143	61.60	51.50	droit	0.20	2.00	8.00	4,499
77	浅利川*	相模川	浅利川	山梨県 大月市	1966	R C	d	9.00	13.62	120	28.53	21.00	droit	0.15	1.50	2.85	479
78	五枚沢川第2号	信濃川	五枚沢川	新潟県 北魚沼郡	1966	R		6.00	9.70	86	14.51	12.00	droit	0.10	1.40	2.00	135
79	嶋々谷第3号	信濃川	梓川	長野県 南安晏郡	E.C.	R N	c	37.00	36.50	70	115.56	110.00	droit	0.20	3.00	10.40	18,594
80	祖母谷第1号	黒部川	祖母谷	富山県 宇奈月町	E.C.	R N	c	25.00	34.00	61	64.60	60.00	droit 0.10 0.29	0.20	3.05	10.50	7,132

Symbole\* : Ils ont été dénommés par l'auteur personnel.

Symbole\*\* :

R : Rayon amont constant.

A : Ouverture constante.

V : Rayon et Ouverture variable.

G : Gravité curviligne (Barrages mixtes).

C : Méthode du tambour (ou tube).

N : Méthode dite de Noetzli.

K : Méthode des arcs- consoles simplifiées.

T : Méthode des arcs- consoles.

L'autre symbole :

h : Hauteur maximum du profil sur lit.

r : Rayon du parement amont.

2φ : Angle d'ouverture en crête.

b : Longueur du arc en amont.

2ℓ : Développement total en crête.

e : Epaisseur en crête.

B : Epaisseur à la base.

Annexe 2. Tableaux numériques sans dimension pour le calcul des barrages-voûtes par la méthode dite Noetzli.

$\delta=0$        $m=0.10$        $\beta=0.15$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	3975 0332	4482 0494	4945 0689	5356 0908	5707 1135	5995 1351	6228 1543	6415 1705	6567 1837	6694 1941	6800 2023
1	4051 0337	4559 0503	5022 0702	5431 0925	5779 1154	6063 1370	6292 1560	6475 1719	6625 1847	6749 1947	6854 2025
2	4125 0343	4635 0512	5098 0716	5505 0942	5849 1173	6129 1389	6354 1577	6534 1732	6681 1857	6803 1953	6907 2026
3	4197 0348	4709 0522	5172 0730	5577 0960	5918 1192	6194 1408	6415 1593	6592 1745	6736 1866	6856 1958	6959 2027
4	4267 0354	4781 0531	5244 0744	5648 0978	5985 1212	6257 1426	6474 1609	6648 1758	6790 1875	6908 1963	7010 2028
5	4336 0360	4852 0542	5315 0759	5717 0996	6051 1231	6319 1445	6532 1626	6703 1771	6843 1883	6959 1967	7060 2028
6	4404 0366	4921 0552	5385 0774	5785 1014	6115 1251	6379 1464	6589 1641	6757 1783	6894 1891	7010 1971	7109 2028
7	4470 0372	4989 0563	5453 0789	5851 1033	6178 1271	6438 1482	6645 1657	6810 1795	6945 1899	7059 1974	7157 2028
8	4535 0379	5056 0574	5520 0805	5915 1052	6239 1291	6496 1501	6699 1672	6861 1806	6995 1906	7107 1977	7205 2026
9	4599 0386	5122 0585	5585 0821	5979 1071	6299 1311	6552 1519	6752 1687	6912 1817	7043 1912	7155 1980	7252 2025
10	4661 0393	5186 0597	5649 0837	6041 1090	6357 1330	6607 1537	6804 1702	6961 1827	7091 1919	7201 1982	7298 2023
11	4722 0400	5249 0609	5712 0853	6102 1110	6415 1350	6661 1555	6854 1716	7010 1838	7138 1924	7247 1983	7343 2020

$\delta=0$        $m=0.10$        $\beta=0.20$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	4546 0522	5116 0783	5604 1082	6000 1386	6307 1664	6541 1897	6722 2081	6864 2220	6980 2324	7077 2397	7162 2448
1	4676 0536	5247 0806	5732 1113	6121 1421	6420 1696	6647 1922	6821 2096	6960 2226	7073 2319	7168 2383	7252 2424
2	4802 0550	5375 0831	5856 1146	6238 1457	6529 1728	6748 1946	6917 2111	7052 2230	7163 2313	7257 2368	7340 2400
3	4923 0566	5498 0857	5975 1180	6350 1492	6633 1760	6846 1969	7010 2123	7142 2232	7250 2305	7344 2350	7426 2373
4	5041 0583	5617 0884	6091 1215	6458 1528	6733 1790	6940 1991	7100 2135	7228 2233	7336 2296	7428 2331	7511 2345
5	5154 0600	5732 0913	6202 1251	6562 1564	6830 1820	7031 2011	7187 2144	7313 2232	7419 2285	7511 2310	7594 2315
6	5265 0619	5843 0942	6309 1287	6662 1600	6922 1849	7118 2030	7271 2152	7395 2229	7500 2271	7592 2287	7675 2284
7	5372 0638	5951 0973	6412 1324	6758 1635	7012 1876	7203 2047	7352 2159	7474 2225	7579 2256	7671 2263	7755 2250
8	5476 0658	6056 1004	6512 1361	6850 1670	7098 1903	7284 2063	7431 2163	7552 2218	7656 2239	7749 2236	7833 2215
9	5577 0679	6157 1037	6608 1399	6940 1704	7181 1928	7364 2077	7508 2166	7628 2210	7731 2221	7825 2208	7911 2177
10	5675 0701	6256 1070	6701 1436	7026 1737	7262 1953	7440 2090	7582 2167	7701 2199	7805 2200	7899 2177	7987 2138
11	5770 0724	6351 1104	6791 1474	7109 1770	7339 1975	7514 2100	7655 2165	7773 2187	7878 2177	7973 2145	8061 2097

$\delta=0$   $m=0.10$   $\beta=0.25$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5020 0735	5619 1098	6088 1474	6433 1808	6683 2073	6868 2271	7010 2411	7124 2506	7220 2567	7303 2601	7378 2615
1	5213 0764	5811 1143	6269 1525	6601 1852	6839 2102	7016 2281	7153 2401	7265 2477	7360 2521	7443 2538	7519 2537
2	5397 0795	5993 1191	6440 1577	6759 1895	6987 2128	7157 2287	7291 2387	7400 2444	7495 2470	7580 2471	7657 2455
3	5573 0829	6166 1241	6602 1630	6909 1936	7128 2151	7292 2288	7422 2369	7531 2407	7627 2414	7713 2400	7792 2369
4	5740 0866	6330 1293	6755 1681	7050 1974	7261 2169	7421 2286	7549 2345	7658 2364	7755 2354	7843 2324	7925 2278
5	5901 0905	6486 1347	6899 1732	7183 2010	7387 2184	7544 2279	7671 2318	7781 2317	7879 2290	7970 2243	8055 2183
6	6054 0945	6634 1401	7035 1782	7310 2042	7508 2194	7662 2267	7789 2285	7900 2265	8001 2220	8095 2157	8184 2083
7	6201 0988	6774 1456	7165 1830	7431 2070	7624 2200	7776 2250	7904 2247	8017 2208	8120 2145	8218 2067	8311 1977
8	6341 1033	6908 1511	7287 1875	7545 2095	7735 2201	7886 2228	8015 2204	8130 2146	8238 2065	8339 1971	8437 1867
9	6476 1079	7035 1566	7404 1917	7655 2115	7841 2197	7992 2201	8123 2156	8241 2078	8353 1980	8459 1869	8562 1751
10	6606 1127	7156 1620	7514 1957	7759 2131	7943 2188	8095 2169	8228 2102	8351 2005	8466 1889	8578 1762	8687 1629
11	6730 1176	7272 1673	7620 1993	7859 2142	8042 2174	8195 2131	8331 2043	8458 1926	8579 1792	8696 1649	8811 1502

 $\delta=0$   $m=0.10$   $\beta=0.30$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5407 0958	6006 1406	6431 1815	6723 2133	6928 2357	7080 2507	7201 2601	7301 2653	7388 2675	7467 2675	7539 2658
1	5668 1007	6259 1473	6665 1874	6940 2166	7134 2358	7281 2475	7399 2537	7500 2561	7589 2556	7671 2532	7747 2493
2	5912 1061	6492 1542	6880 1930	7141 2193	7327 2351	7471 2434	7589 2465	7692 2459	7784 2429	7870 2381	7952 2321
3	6140 1119	6709 1611	7080 1982	7329 2212	7509 2335	7651 2384	7771 2383	7877 2349	7975 2292	8066 2220	8154 2139
4	6354 1181	6909 1680	7265 2028	7504 2223	7681 2309	7824 2323	7947 2290	8058 2227	8161 2145	8260 2050	8355 1948
5	6555 1245	7096 1746	7437 2067	7669 2225	7844 2273	7989 2252	8117 2188	8234 2096	8345 1987	8452 1870	8555 1747
6	6743 1312	7270 1810	7598 2098	7825 2217	8000 2227	8148 2171	8282 2074	8407 1953	8527 1819	8642 1678	8755 1534
7	6920 1380	7432 1868	7749 2122	7972 2200	8149 2170	8303 2077	8444 1948	8578 1798	8707 1638	8833 1474	8956 1309
8	7087 1448	7583 1822	7892 2136	8113 2171	8293 2102	8453 1972	8603 1810	8747 1631	8887 1445	9025 1257	9160 1071
9	7243 1517	7725 1969	8026 2141	8247 2132	8432 2021	8600 1855	8760 1660	8915 1451	9068 1238	9218 1026	9367 0819
10	7391 1583	7858 2009	8154 2136	8376 2082	8568 1929	8745 1725	8916 1496	9084 1257	9250 1016	9416 0780	9580 0551
11	7530 1648	7984 2042	8275 2121	8501 2020	8700 1825	8888 1582	9072 1318	9254 1048	9437 0779	9619 0517	9800 0265

		$\delta=0 \quad m=0.15 \quad \beta=0.20$										
$k \backslash \rho$		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0		4764	5333	5781	6116	6366	6558	6712	6841	6954	7055	7148
		0600	0881	1160	1401	1589	1725	1820	1883	1920	1939	1944
1		4886	5454	5895	6223	6467	6654	6806	6933	7046	7147	7241
		0614	0902	1184	1422	1603	1732	1819	1874	1905	1918	1917
2		5003	5570	6005	6325	6563	6747	6897	7023	7135	7237	7331
		0628	0923	1207	1441	1616	1737	1817	1865	1889	1896	1889
3		5117	5681	6110	6424	6657	6837	6985	7111	7223	7325	7420
		0643	0945	1231	1461	1628	1741	1813	1854	1872	1872	1860
4		5227	5789	6212	6519	6747	6925	7071	7196	7308	7411	7507
		0658	0967	1254	1479	1639	1745	1809	1842	1853	1848	1830
5		5333	5893	6309	6610	6834	7009	7154	7279	7392	7496	7593
		0673	0990	1276	1497	1649	1747	1803	1829	1834	1823	1800
6		5435	5993	6403	6699	6919	7092	7236	7361	7474	7579	7677
		0690	1012	1299	1514	1659	1748	1796	1815	1813	1796	1768
7		5534	6090	6494	6784	7000	7172	7315	7440	7554	7660	7760
		0706	1035	1321	1530	1667	1748	1788	1800	1792	1768	1735
8		5631	6183	6582	6867	7080	7249	7392	7518	7633	7740	7842
		0723	1058	1342	1545	1674	1746	1779	1784	1769	1740	1700
9		5724	6274	6667	6947	7157	7325	7468	7595	7711	7819	7923
		0741	1081	1363	1559	1679	1744	1769	1767	1745	1710	1665
10		5815	6362	6749	7024	7232	7399	7542	7670	7787	7897	8002
		0758	1104	1383	1572	1684	1740	1758	1748	1720	1679	1629
11		5903	6446	6828	7099	7305	7471	7615	7743	7862	7974	8081
		0776	1127	1403	1584	1688	1735	1745	1728	1693	1647	1591

		$\delta=0 \quad m=0.15 \quad \beta=0.25$										
$k \backslash \rho$		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0		5230	5815	6238	6535	6749	6912	7042	7152	7250	7338	7420
		0839	1222	1571	1844	2039	2170	2254	2301	2322	2324	2310
1		5409	5988	6400	6686	6892	7051	7179	7289	7387	7477	7561
		0865	1259	1605	1866	2045	2159	2226	2259	2266	2255	2231
2		5580	6152	6552	6828	7029	7184	7311	7422	7521	7613	7699
		0893	1296	1638	1885	2047	2144	2195	2213	2207	2184	2149
3		5742	6307	6696	6963	7159	7312	7439	7551	7652	7746	7835
		0922	1333	1669	1901	2046	2126	2161	2164	2144	2109	2063
4		5896	6454	6832	7092	7283	7435	7563	7676	7780	7877	7969
		0951	1370	1698	1915	2041	2104	2122	2111	2079	2031	1974
5		6043	6594	6962	7215	7403	7554	7683	7798	7905	8005	8101
		0982	1406	1725	1925	2033	2078	2081	2055	2009	1950	1882
6		6183	6727	7085	7332	7518	7669	7800	7918	8028	8132	8231
		1013	1442	1749	1931	2021	2049	2035	1995	1936	1865	1787
7		6317	6853	7203	7445	7629	7781	7914	8035	8148	8256	8360
		1045	1476	1771	1935	2006	2016	1986	1931	1859	1776	1687
8		6446	6973	7315	7553	7736	7890	8025	8150	8267	8380	8488
		1077	1509	1790	1935	1987	1979	1933	1863	1778	1684	1584
9		6569	7088	7422	7657	7840	7995	8134	8263	8385	8502	8615
		1109	1540	1805	1931	1964	1938	1876	1792	1693	1587	1477
10		6687	7197	7525	7757	7941	8099	8241	8374	8501	8623	8741
		1141	1570	1818	1924	1937	1894	1815	1716	1605	1487	1366
11		6800	7302	7624	7854	8039	8199	8346	8484	8616	8743	8867
		1174	1597	1828	1913	1906	1845	1750	1636	1512	1382	1250

$\delta=0$   $m=0.15$   $\beta=0.30$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5597 1074	6162 1524	6540 1888	6795 2144	6978 2310	7120 2410	7236 2463	7337 2482	7428 2478	7512 2455	7592 2420
1	5836 1114	6389 1570	6751 1918	6995 2146	7173 2283	7312 2355	7430 2382	7533 2378	7627 2352	7716 2310	7800 2258
2	6059 1154	6600 1614	6947 1942	7183 2142	7357 2249	7496 2292	7616 2294	7723 2266	7822 2219	7915 2159	8005 2090
3	6267 1196	6795 1656	7130 1961	7359 2131	7532 2207	2673 2222	7796 2197	7908 2147	8013 2079	8112 2000	8208 1915
4	6462 1238	6977 1693	7302 1973	7526 2112	7699 2157	7843 2144	7971 2093	8090 2019	8201 1931	8307 1834	8409 1732
5	6645 1280	7148 1727	7464 1979	7685 2085	7859 2099	8008 2057	8142 1980	8267 1884	8386 1775	8500 1659	8611 1542
6	6816 1321	7308 1757	7616 1978	7837 2050	8014 2032	8168 1961	8310 1859	8443 1739	8570 1610	8693 1476	8812 1342
7	6978 1361	7458 1780	7761 1969	7982 2007	8164 1957	8325 1857	8474 1729	8616 1585	8753 1435	8886 1283	9014 1133
8	7131 1399	7601 1798	7899 1952	8122 1955	8309 1873	8478 1743	8637 1589	8789 1422	8936 1251	9079 1080	9218 0913
9	7276 1435	7735 1810	8031 1928	8257 1895	8451 1779	8629 1620	8798 1439	8961 1248	9120 1055	9275 0866	9425 0682
10	7413 1467	7863 1816	8158 1896	8388 1826	8590 1676	8778 1487	8958 1278	9134 1063	9306 0849	9473 0640	9636 0438
11	7543 1497	7985 1815	8280 1856	8516 1748	8727 1564	8926 1343	9119 1107	9308 0867	9494 0630	9676 0400	9853 0180

 $\delta=0$   $m=0.15$   $\beta=0.35$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5885 1294	6417 1780	6753 2129	6976 2351	7139 2480	7268 2546	7377 2567	7474 2559	7564 2529	7649 2483	7729 2427
1	6183 1342	6699 1821	7018 2135	7233 2312	7395 2396	7526 2421	7641 2405	7745 2363	7842 2304	7934 2232	8022 2154
2	6455 1389	6955 1855	7262 2129	7473 2259	7637 2299	7774 2282	7896 2229	8009 2154	8115 2066	8217 1969	8315 1868
3	6705 1434	7190 1881	7488 2110	7699 2192	7867 2186	8012 2128	8145 2038	8268 1930	8386 1813	8500 1691	8609 1568
4	6934 1477	7406 1897	7699 2077	7913 2110	8088 2058	8244 1957	8389 1831	8526 1691	8657 1545	8783 1398	8906 1253
5	7147 1515	7607 1901	7898 2031	8117 2012	8302 1912	8471 1770	8630 1607	8782 1434	8929 1259	9071 1087	9208 0920
6	7345 1547	7795 1893	8086 1969	8313 1897	8511 1750	8695 1565	8870 1364	9040 1157	9205 0953	9364 0755	9518 0567
7	7529 1574	7971 1873	8266 1892	8503 1766	8716 1570	8917 1341	9112 1101	9302 0860	9487 0626	9667 0401	9841 0189
8	7701 1592	8138 1840	8438 1799	8689 1617	8919 1370	9141 1096	9358 0816	9571 0539	9780 0273	9984 0201	
9	7864 1602	8297 1794	8606 1690	8872 1450	9122 1150	9368 0829	9610 0506	9851 0191			
10	8017 1603	8449 1733	8769 1564	9053 1263	9328 0909	9600 0537	9873 0168				
11	8162 1595	8596 1659	8930 1421	9236 1056	9537 0643	9842 0217					

		$\delta=0 \quad m=0.20 \quad \beta=0.25$										
$k \backslash \rho$		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0		5373	5879	6227	6479	6674	6835	6977	7107	7227	7342	7452
		0885	1190	1417	1569	1661	1712	1733	1733	1718	1692	1659
1		5538	6037	6378	6624	6817	6979	7122	7253	7376	7493	7605
		0903	1208	1428	1568	1649	1689	1701	1692	1670	1637	1598
2		5695	6186	6521	6764	6955	7118	7262	7396	7521	7640	7755
		0920	1226	1438	1566	1636	1665	1667	1650	1620	1581	1536
3		5843	6328	6657	6897	7088	7252	7399	7534	7662	7784	7901
		0938	1242	1445	1562	1620	1639	1631	1605	1568	1522	1472
4		5984	6463	6787	7025	7217	7382	7531	7670	7800	7925	8045
		0955	1258	1451	1556	1603	1611	1593	1559	1514	1462	1406
5		6119	6592	6912	7148	7341	7508	7660	7802	7936	8063	8186
		0972	1272	1455	1548	1583	1581	1554	1511	1459	1400	1338
6		6247	6715	7031	7267	7461	7631	7786	7931	8068	8199	8324
		0988	1285	1457	1538	1562	1548	1512	1461	1401	1336	1268
7		6370	6833	7146	7382	7578	7750	7909	8057	8198	8332	8460
		1004	1296	1457	1526	1538	1514	1468	1409	1342	1270	1196
8		6488	6946	7257	7493	7691	7867	8029	8181	8325	8462	8593
		1019	1306	1455	1512	1512	1477	1422	1355	1280	1201	1121
9		6602	7055	7364	7601	7801	7980	8146	8302	8450	8591	8725
		1034	1314	1451	1495	1484	1439	1374	1298	1215	1130	1043
10		6711	7160	7467	7705	7909	8092	8262	8422	8573	8718	8854
		1048	1321	1446	1477	1453	1398	1323	1239	1149	1056	9963
11		6815	7261	7567	7807	8014	8201	8375	8539	8695	8842	8982
		1061	1326	1438	1456	1421	1354	1270	1177	1079	0979	0880

		$\delta=0 \quad m=0.20 \quad \beta=0.30$										
$k \backslash \rho$		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0		5761	6263	6589	6815	6987	7128	7252	7364	7468	7567	7662
		1166	1559	1835	2007	2106	2153	2166	2154	2124	2083	2033
1		5979	6470	6786	7008	7179	7322	7448	7564	7672	7776	7875
		1191	1580	1837	1986	2061	2087	2080	2051	2007	1952	1891
2		6182	6663	6971	7190	7362	7508	7638	7759	7872	7981	8085
		1214	1597	1833	1959	2011	2015	1989	1943	1884	1816	1743
3		6372	6843	7146	7363	7537	7687	7823	7949	8068	8182	8291
		1237	1611	1825	1926	1954	1938	1893	1830	1756	1675	1591
4		6550	7013	7311	7529	7706	7861	8003	8135	8261	8381	8496
		1258	1620	1811	1887	1892	1854	1790	1711	1622	1529	1433
5		6718	7174	7468	7688	7870	8031	8179	8318	8451	8578	8698
		1277	1626	1792	1842	1824	1765	1682	1586	1482	1376	1269
6		6877	7325	7619	7841	8028	8196	8352	8499	8639	8772	8900
		1293	1626	1767	1792	1749	1669	1567	1454	1336	1216	1098
7		7027	7470	7763	7989	8182	8358	8522	8677	8825	8966	9100
		1307	1622	1736	1735	1668	1567	1446	1316	1182	1049	0919
8		7170	7608	7901	8132	8333	8517	8690	8854	9010	9159	9300
		1318	1612	1700	1672	1581	1457	1317	1170	1021	0874	0732
9		7307	7740	8035	8272	8481	8674	8856	9029	9195	9352	9501
		1326	1598	1658	1602	1487	1341	1181	1016	0851	0696	0535
10		7437	7867	8165	8409	8626	8829	9021	9205	9380	9546	9702
		1331	1579	1610	1527	1386	1218	1037	0853	0672	0495	0327
11		7561	7989	8292	8543	8770	8983	9186	9380	9565	9741	9905
		1333	1555	1556	1444	1278	1086	0884	0681	0482	0290	0106



		$\delta=0 \quad m=0.25 \quad \beta=0.30$										
$k \backslash \rho$		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0		5765	6182	6472	6697	6888	7059	7218	7368	7511	7648	7780
		1080	1317	1457	1529	1556	1554	1534	1500	1459	1412	1362
1		5972	6387	6676	6904	7098	7273	7436	7590	7737	7877	8011
		1083	1313	1439	1497	1511	1498	1467	1425	1376	1323	1267
2		6166	6579	6870	7101	7300	7480	7647	7806	7956	8099	8235
		1085	1307	1419	1463	1464	1439	1398	1347	1291	1231	1170
3		6349	6762	7055	7289	7493	7679	7852	8015	8169	8315	8453
		1086	1298	1397	1426	1414	1378	1327	1267	1203	1136	1069
4		6522	6935	7231	7470	7680	7872	8050	8218	8376	8524	8664
		1085	1287	1371	1386	1361	1313	1252	1184	1111	1038	9665
5		6687	7101	7400	7645	7861	8059	8243	8415	8577	8728	8868
		1082	1274	1343	1344	1306	1246	1174	1096	1016	9355	8855
6		6844	7259	7563	7814	8036	8240	8430	8607	8772	8925	9066
		1078	1258	1312	1298	1246	1175	1092	1005	916	827	740
7		6994	7411	7719	7977	8206	8417	8612	8794	8962	9117	9258
		1072	1240	1278	1249	1184	1100	1006	909	810	713	619
8		7138	7558	7871	8135	8372	8589	8790	8976	9147	9302	9442
		1064	1218	1241	1197	1117	1021	915	807	698	592	490
9		7277	7699	8018	8290	8534	8757	8964	9153	9326	9482	9621
		1055	1195	1201	1141	1047	937	819	698	579	463	352
10		7411	7836	8161	8440	8691	8922	9133	9327	9501	9656	9793
		1043	1168	1157	1081	972	847	716	583	452	325	204
11		7540	7969	8301	8587	8846	9083	9299	9495	9670	9824	9957
		1030	1139	1111	1017	892	752	606	459	315	176	045

		$\delta=0 \quad m=0.25 \quad \beta=0.35$										
$k \backslash \rho$		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0		6115	6526	6795	6996	7162	7308	7443	7569	7690	7805	7916
		1405	1722	1901	1988	2018	2009	1976	1927	1868	1802	1733
1		6369	6777	7047	7253	7425	7579	7721	7855	7982	8103	8218
		1401	1700	1851	1910	1912	1880	1826	1760	1685	1607	1527
2		6604	7012	7285	7496	7677	7840	7991	8133	8267	8395	8515
		1391	1671	1793	1823	1799	1743	1669	1585	1496	1404	1314
3		6824	7232	7510	7730	7920	8093	8254	8405	8547	8681	8807
		1378	1635	1727	1728	1677	1598	1504	1402	1297	1193	1091
4		7030	7440	7725	7954	8156	8340	8511	8672	8823	8964	9095
		1359	1592	1654	1624	1547	1444	1329	1209	1088	971	857
5		7225	7639	7931	8172	8385	8582	8765	8936	9095	9243	9380
		1335	1541	1572	1512	1407	1280	1143	1004	867	736	611
6		7411	7829	8131	8384	8610	8820	9015	9196	9365	9519	9661
		1306	1484	1481	1391	1257	1105	945	787	632	485	347
7		7589	8012	8324	8591	8832	9055	9263	9455	9633	9794	9940
		1272	1420	1383	1259	1097	917	734	554	380	217	065
8		7759	8189	8514	8795	9051	9289	9510	9714	9900		
		1233	1348	1275	1118	924	716	507	302	108		
9		7924	8361	8699	8996	9269	9523	9758	9974			
		1190	1269	1158	965	738	499	260	029			
10		8083	8529	8882	9196	9487	9758					
		1141	1182	1032	801	537	263					
11		8238	8695	9064	9397	9707	*					
		1087	1088	0895	0623	0318						







$\delta=0.1$      $m=0.10$      $\beta=0.15$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	3953 0343	4448 0505	4900 0698	5301 0913	5647 1135	5936 1347	6173 1535	6367 1694	6528 1823	6664 1924	6781 2000
1	4021 0347	4518 0513	4969 0710	5369 0928	5713 1152	5998 1364	6232 1551	6423 1707	6582 1832	6715 1929	6831 2001
2	4088 0351	4586 0521	5038 0721	5437 0943	5777 1169	6059 1381	6290 1566	6478 1719	6634 1841	6766 1934	6880 2003
3	4153 0356	4653 0529	5105 0734	5502 0959	5840 1186	6119 1397	6346 1581	6532 1731	6686 1849	6816 1938	6929 2003
4	4217 0361	4718 0538	5171 0746	5567 0974	5902 1203	6178 1414	6402 1595	6585 1743	6736 1857	6865 1943	6977 2003
5	4280 0366	4783 0547	5235 0759	5630 0991	5963 1221	6235 1431	6456 1610	6636 1754	6786 1865	6913 1946	7024 2003
6	4342 0372	4846 0556	5299 0772	5692 1007	6022 1239	6291 1448	6509 1625	6687 1765	6835 1872	6961 1950	7071 2003
7	4402 0378	4908 0565	5361 0786	5753 1023	6080 1256	6347 1465	6562 1639	6737 1776	6883 1879	7007 1953	7116 2002
8	4462 0383	4970 0575	5422 0800	5813 1040	6137 1274	6401 1482	6613 1653	6786 1787	6930 1886	7053 1956	7161 2001
9	4520 0389	5030 0585	5483 0814	5872 1057	6193 1292	6454 1499	6663 1667	6834 1797	6976 1892	7098 1958	7206 1999
10	4577 0396	5089 0596	5542 0828	5929 1075	6248 1310	6505 1515	6712 1681	6881 1807	7021 1898	7143 1960	7250 1998
11	4633 0402	5147 0606	5600 0843	5986 1092	6302 1328	6556 1532	6760 1695	6927 1817	7066 1904	7186 1961	7293 1995

$\delta=0.1$      $m=0.10$      $\beta=0.20$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	4547 0555	5113 0829	5600 1142	5998 1461	6309 1751	6550 1992	6737 2181	6887 2321	7011 2422	7117 2490	7211 2531
1	4664 0568	5232 0851	5717 1172	6108 1494	6412 1781	6646 2016	6828 2195	6975 2326	7096 2417	7201 2475	7293 2508
2	4778 0581	5348 0875	5829 1204	6215 1528	6512 1812	6739 2039	6916 2209	7060 2329	7179 2410	7282 2459	7375 2482
3	4888 0596	5460 0899	5938 1236	6317 1562	6607 1842	6829 2060	7002 2221	7142 2331	7260 2402	7362 2441	7454 2456
4	4995 0612	5568 0925	6044 1269	6417 1596	6700 1871	6916 2081	7085 2232	7222 2332	7339 2392	7440 2422	7532 2427
5	5099 0628	5674 0952	6146 1302	6513 1636	6789 1900	7000 2102	7165 2241	7300 2330	7415 2381	7517 2401	7609 2398
6	5200 0645	5776 0979	6245 1337	6605 1665	6876 1928	7081 2120	7243 2249	7376 2328	7491 2368	7592 2378	7684 2366
7	5299 0663	5876 1008	6341 1372	6695 1699	6959 1955	7160 2138	7319 2256	7451 2324	7564 2353	7666 2354	7759 2333
8	5395 0682	5973 1037	6433 1407	6781 1733	7040 1982	7237 2154	7393 2261	7523 2318	7636 2337	7738 2328	7832 2299
9	5488 0702	6067 1068	6523 1443	6865 1766	7118 2007	7311 2168	7465 2264	7594 2310	7707 2319	7809 2301	7904 2262
10	5579 0722	6158 1099	6611 1479	6946 1799	7194 2031	7383 2181	7535 2266	7663 2301	7776 2300	7878 2272	7974 2224
11	5668 0743	6247 1131	6695 1516	7024 1831	7267 2055	7453 2193	7603 2266	7730 2290	7843 2278	7947 2241	8044 2184

$\delta=0.1$      $m=0.10$      $\beta=0.25$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5032 0790	5633 1179	6106 1580	6456 1934	6713 2214	6905 2417	7055 2557	7178 2647	7283 2697	7376 2719	7461 2717
1	5207 0818	5807 1222	6270 1629	6609 1977	6855 2241	7039 2426	7185 2546	7306 2616	7410 2649	7504 2654	7590 2638
2	5374 0848	5973 1269	6426 1680	6753 2019	6990 2266	7168 2430	7311 2531	7430 2582	7534 2598	7628 2586	7716 2555
3	5534 0881	6131 1317	6574 1731	6890 2059	7118 2288	7292 2432	7431 2512	7550 2544	7654 2542	7750 2514	7840 2468
4	5688 0915	6282 1367	6715 1782	7020 2097	7241 2306	7410 2429	7548 2489	7666 2502	7772 2482	7870 2438	7963 2377
5	5835 0952	6425 1418	6848 1832	7144 2132	7358 2321	7524 2423	7661 2461	7780 2455	7887 2418	7987 2358	8083 2282
6	5977 0991	6563 1471	6976 1881	7262 2165	7471 2332	7634 2412	7770 2430	7890 2405	8000 2349	8103 2273	8202 2182
7	6113 1031	6694 1525	7097 1928	7375 2194	7579 2339	7740 2397	7876 2394	7998 2349	8110 2276	8217 2184	8320 2078
8	6244 1074	6819 1578	7212 1974	7482 2220	7682 2342	7842 2377	7979 2353	8103 2289	8219 2198	8329 2090	8436 1970
9	6370 1118	6939 1632	7322 2017	7586 2243	7782 2341	7941 2353	8080 2307	8206 2224	8326 2115	8440 1991	8552 1857
10	6492 1163	7054 1686	7427 2058	7654 2261	7878 2336	8038 2324	8178 2257	8308 2154	8431 2028	8551 1887	8668 1738
11	6609 1210	7164 1739	7528 2097	7779 2276	7971 2326	8132 2291	8274 2202	8408 2079	8535 1935	8660 1778	8783 1615

 $\delta=0.1$      $m=0.10$      $\beta=0.30$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5428 1036	6032 1520	6463 1959	6762 2295	6974 2527	7136 2675	7265 2761	7376 2799	7474 2804	7564 2783	7649 2742
1	5664 1084	6261 1585	6675 2016	6958 2327	7161 2526	7317 2641	7445 2695	7557 2705	7657 2683	7750 2638	7839 2576
2	5886 1136	6473 1652	6871 2071	7142 2353	7337 2518	7490 2599	7619 2621	7732 2602	7835 2554	7933 2485	8027 2401
3	6095 1192	6672 1720	7054 2122	7314 2372	7504 2502	7656 2549	7785 2539	7902 2491	8010 2416	8113 2324	8213 2219
4	6292 1252	6858 1788	7226 2168	7476 2384	7662 2477	7814 2489	7947 2447	8068 2370	8182 2269	8292 2153	8398 2028
5	6478 1314	7032 1854	7386 2209	7629 2387	7813 2444	7969 2420	8103 2347	8230 2240	8351 2113	8468 1974	8583 1827
6	6654 1379	7195 1918	7537 2242	7774 2383	7958 2401	8114 2342	8256 2235	8390 2100	8518 1947	8644 1784	8768 1617
7	6820 1445	7347 1978	7679 2269	7912 2369	8097 2348	8258 2253	8406 2114	8547 1949	8685 1770	8820 1584	8954 1395
8	6978 1512	7491 2034	7813 2288	8044 2346	8231 2285	8397 2153	8553 1982	8703 1788	8851 1582	8997 1372	9141 1162
9	7126 1579	7626 2085	7946 2299	8170 2313	8361 2211	8534 2043	8698 1838	8858 1614	9017 1382	9175 1148	9332 0917
10	7267 1646	7754 2130	8062 2301	8291 2271	8487 2127	8668 1922	8842 1683	9013 1429	9184 1169	9356 0911	9527 0658
11	7401 1712	7874 2169	8177 2294	8409 2218	8610 2032	8800 1789	8985 1516	9169 1230	9354 0943	9540 0659	9727 0384

$\delta=0.1$      $m=0.15$      $\beta=0.20$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	4671 0576	5218 0832	5659 1087	6000 1309	6264 1482	6473 1607	6646 1691	6795 1742	6927 1767	7048 1772	7162 1763
1	4781 0586	5328 0848	5764 1106	6100 1325	6359 1493	6565 1611	6735 1688	6883 1732	7015 1751	7136 1751	7251 1736
2	4888 0596	5434 0865	5866 1124	6197 1341	6451 1504	6654 1615	6823 1685	6969 1722	7101 1735	7223 1729	7338 1708
3	4991 0607	5537 0882	5965 1143	6290 1357	6541 1514	6740 1618	6907 1680	7053 1711	7185 1717	7308 1706	7424 1680
4	5092 0619	5637 0899	6061 1162	6381 1372	6627 1523	6825 1620	6990 1675	7136 1699	7268 1699	7391 1682	7508 1651
5	5189 0630	5734 0917	6153 1180	6469 1387	6711 1531	6906 1621	7071 1670	7216 1687	7349 1681	7473 1657	7591 1622
6	5284 0643	5828 0935	6243 1199	6554 1402	6793 1539	6986 1622	7150 1663	7295 1673	7429 1661	7554 1632	7673 1591
7	5376 0656	5919 0954	6330 1218	6637 1415	6873 1546	7064 1621	7227 1655	7373 1659	7507 1640	7633 1606	7754 1560
8	5465 0669	6007 0972	6414 1236	6717 1429	6950 1552	7140 1620	7303 1647	7449 1644	7584 1619	7711 1579	7834 1528
9	5552 0683	6093 0991	6496 1254	6795 1442	7025 1558	7214 1618	7377 1638	7523 1628	7659 1597	7788 1551	7913 1495
10	5637 0696	6176 1010	6575 1271	6870 1454	7099 1563	7286 1615	7449 1627	7596 1610	7734 1574	7864 1522	7990 1461
11	5719 0711	6257 1029	6652 1289	6944 1465	7170 1566	7357 1611	7520 1616	7668 1592	7807 1549	7939 1493	8067 1427

$\delta=0.1$      $m=0.15$      $\beta=0.25$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5193 0859	5775 1245	6205 1598	6514 1874	6741 2069	6918 2195	7063 2269	7189 2304	7302 2309	7406 2293	7505 2261
1	5356 0882	5934 1278	6353 1629	6653 1893	6874 2072	7047 2182	7191 2240	7316 2261	7430 2253	7536 2225	7637 2181
2	5511 0906	6084 1311	6495 1659	6785 1911	7001 2073	7171 2167	7314 2209	7440 2215	7555 2194	7663 2154	7767 2100
3	5660 0931	6228 1345	6629 1687	6912 1926	7123 2072	7291 2148	7434 2175	7561 2166	7678 2132	7789 2080	7895 2015
4	5802 0957	6365 1378	6757 1714	7033 1938	7240 2067	7407 2127	7550 2138	7679 2115	7798 2068	7912 2004	8021 1928
5	5938 0984	6496 1412	6880 1740	7149 1948	7353 2060	7519 2103	7663 2098	7794 2060	7916 2000	8033 1924	8146 1838
6	6069 1011	6621 1444	6996 1764	7261 1956	7462 2050	7628 2075	7774 2054	7907 2002	8032 1929	8152 1842	8269 1745
7	6195 1040	6741 1477	7108 1785	7368 1960	7568 2036	7734 2044	7882 2007	8018 1941	8146 1855	8271 1756	8391 1649
8	6316 1068	6855 1508	7216 1805	7471 1962	7670 2019	7837 2010	7987 1958	8126 1877	8259 1778	8387 1667	8512 1550
9	6432 1097	6965 1538	7319 1822	7571 1961	7769 1999	7938 1973	8091 1904	8233 1809	8370 1697	8503 1575	8633 1447
10	6544 1127	7070 1567	7418 1836	7667 1956	7865 1976	8036 1932	8192 1847	8339 1738	8480 1613	8618 1479	8753 1341
11	6652 1156	7171 1595	7513 1848	7760 1949	7959 1949	8132 1888	8292 1787	8443 1663	8589 1525	8732 1380	8872 1231

$\delta=0.1$     $m=0.15$     $\beta=0.30$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5585 1125	6155 1594	6543 1972	6811 2234	7007 2398	7163 2489	7294 2528	7410 2529	7516 2502	7617 2456	7714 2395
1	5802 1161	6362 1636	6737 1999	6995 2235	7186 2370	7340 2433	7472 2446	7591 2423	7701 2376	7806 2311	7907 2233
2	6006 1198	6556 1677	6918 2022	7168 2230	7356 2335	7510 2370	7644 2357	7767 2312	7882 2243	7992 2160	8099 2065
3	6198 1236	6738 1717	7089 2040	7332 2219	7519 2294	7674 2301	7812 2262	7939 2193	8060 2104	8176 2002	8289 1891
4	6379 1275	6908 1753	7249 2053	7488 2201	7675 2246	7833 2224	7975 2160	8108 2068	8235 1958	8358 1838	8478 1711
5	6549 1314	7069 1787	7401 2060	7637 2177	7825 2190	7987 2140	8135 2050	8274 1935	8408 1805	8539 1666	8666 1523
6	6711 1353	7220 1816	7545 2061	7780 2145	7970 2127	8137 2049	8291 1933	8438 1794	8580 1644	8719 1487	8855 1328
7	6864 1391	7363 1842	7683 2056	7917 2106	8110 2057	8283 1949	8445 1807	8601 1646	8752 1475	8900 1300	9045 1124
8	7010 1428	7499 1863	7814 2044	8049 2060	8247 1978	8427 1841	8597 1674	8762 1489	8923 1297	9081 1104	9237 0912
9	7148 1463	7628 1878	7939 2026	8177 2006	8381 1892	8568 1726	8748 1531	8923 1323	9095 1110	9264 0898	9430 0690
10	7279 1497	7751 1889	8060 2000	8301 1945	8512 1797	8708 1601	8898 1380	9084 1148	9268 0914	9449 0682	9627 0457
11	7405 1528	7869 1893	8177 1968	8422 1875	8640 1694	8847 1468	9048 1220	9246 0963	9443 0707	9637 0456	9829 0212

 $\delta=0.1$     $m=0.15$     $\beta=0.35$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5888 1371	6429 1884	6777 2250	7013 2474	7190 2595	7333 2645	7458 2646	7572 2612	7679 2554	7782 2479	7881 2392
1	6159 1415	6686 1922	7019 2253	7249 2433	7424 2510	7571 2519	7701 2482	7821 2415	7936 2327	8046 2226	8154 2117
2	6408 1459	6922 1955	7244 2246	7470 2380	7647 2412	7799 2379	7936 2306	8066 2205	8190 2089	8310 1962	8427 1830
3	6639 1502	7140 1981	7454 2228	7679 2314	7860 2301	8020 2227	8167 2116	8307 1983	8442 1838	8573 1686	8702 1532
4	6854 1543	7343 1997	7651 2199	7878 2235	8066 2176	8235 2060	8393 1912	8546 1747	8694 1573	8838 1396	8980 1220
5	7054 1580	7532 2005	7837 2156	8068 2143	8265 2036	8446 1878	8618 1693	8784 1495	8947 1292	9107 1090	9263 0892
6	7241 1614	7709 2002	8014 2101	8251 2035	8459 1881	8654 1681	8841 1458	9024 1227	9204 0995	9380 0767	9553 0547
7	7416 1642	7877 1989	8183 2032	8429 1913	8650 1710	8860 1467	9065 1206	9267 0940	9466 0678	9661 0424	9853 0181
8	7581 1664	8035 1964	8345 1950	8602 1775	8839 1523	9067 1235	9291 0935	9514 0634	9735 0341	9953 0059	
9	7737 1680	8186 1927	8503 1853	8773 1621	9027 1318	9275 0984	9523 0642	9770 0305			
10	7884 1688	8331 1878	8656 1741	8941 1451	9215 1094	9487 0713	9761 0328				
11	8024 1688	8471 1817	8806 1614	9109 1263	9406 0851	9705 0418					

$\delta=0.1$      $m=0.20$      $\beta=0.25$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5192 0778	5696 1038	6065 1235	6344 1364	6570 1438	6763 1471	6937 1475	7099 1457	7253 1424	7402 1380	7547 1329
1	5344 0786	5845 1048	6209 1240	6485 1360	6709 1424	6903 1447	7079 1442	7243 1416	7399 1377	7551 1327	7698 1271
2	5490 0795	5988 1058	6347 1244	6621 1354	6845 1409	7039 1422	7216 1408	7383 1375	7542 1329	7696 1273	7847 1212
3	5629 0805	6124 1068	6480 1247	6752 1348	6975 1392	7171 1396	7351 1374	7520 1333	7682 1280	7839 1219	7993 1152
4	5762 0814	6255 1077	6608 1249	6878 1340	7102 1374	7300 1469	7482 1338	7654 1290	7819 1230	7980 1163	8136 1092
5	5890 0823	6381 1086	6731 1250	7000 1331	7225 1355	7425 1341	7610 1301	7785 1245	7954 1179	8118 1106	8277 1030
6	6013 0833	6502 1094	6849 1250	7118 1321	7344 1335	7547 1311	7735 1263	7914 1200	8086 1127	8254 1049	8416 0967
7	6132 0842	6618 1102	6963 1249	7232 1309	7461 1313	7666 1279	7857 1223	8040 1153	8216 1073	8387 0989	8553 0902
8	6246 0851	6730 1108	7074 1246	7343 1296	7574 1289	7782 1247	7977 1182	8164 1104	8344 1018	8519 0928	8688 0836
9	6356 0860	6838 1114	7181 1243	7451 1282	7684 1265	7896 1212	8095 1140	8286 1054	8470 0962	8648 0866	8821 0768
10	6463 0869	6943 1119	7285 1238	7556 1266	7792 1238	8007 1177	8211 1095	8406 1003	8594 0904	8776 0801	8953 0698
11	6566 0878	7044 1123	7385 1232	7659 1249	7897 1210	8117 1139	8324 1049	8524 0949	8716 0843	8903 0735	9082 0626

$\delta=0.1$      $m=0.20$      $\beta=0.30$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5680 1142	6194 1528	6542 1799	6791 1964	6986 2051	7151 2082	7298 2075	7434 2041	7564 1988	7689 1922	7810 1847
1	5881 1160	6388 1543	6727 1797	6972 1941	7167 2005	7333 2016	7484 1990	7624 1940	7758 1872	7888 1793	8014 1707
2	6070 1177	6570 1556	6902 1792	7145 1913	7340 1955	7510 1945	7664 1901	7810 1834	7949 1752	8084 1661	8215 1563
3	6248 1194	6741 1567	7068 1783	7310 1881	7508 1901	7681 1870	7841 1807	7992 1724	8137 1628	8278 1524	8414 1416
4	6417 1210	6903 1575	7227 1770	7469 1844	7669 1841	7847 1790	8013 1709	8170 1610	8322 1500	8469 1383	8612 1264
5	6577 1225	7057 1579	7378 1753	7621 1802	7826 1777	8010 1705	8182 1606	8346 1491	8505 1366	8659 1237	8808 1107
6	6728 1238	7204 1580	7523 1730	7768 1756	7978 1707	8168 1615	8347 1498	8519 1366	8686 1227	8847 1086	9003 0944
7	6873 1250	7344 1577	7662 1703	7911 1704	8126 1633	8324 1520	8511 1384	8691 1236	8865 1083	9034 0928	9197 0775
8	7011 1259	7478 1571	7797 1672	8049 1647	8271 1553	8476 1419	8672 1265	8861 1100	9044 0932	9221 0764	9392 0600
9	7144 1267	7607 1560	7927 1636	8184 1585	8413 1467	8627 1312	8832 1139	9030 0958	9222 0775	9407 0593	9586 0416
10	7270 1272	7731 1546	8053 1594	8316 1518	8553 1376	8776 1200	8991 1008	9199 0809	9400 0610	9595 0415	9782 0224
11	7392 1275	7850 1527	8175 1548	8445 1445	8691 1279	8924 1081	9149 0869	9367 0653	9579 0437	9783 0227	9979 0022



		$\delta=0.1 \quad m=0.25 \quad \beta=0.30$									
$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5518 0870	5967 1062	6301 1171	6572 1219	6810 1224	7029 1201	7236 1159	7435 1106	7629 1046	7818 0981	8002 0914
1	5715 0860	6166 1048	6502 1147	6776 1183	7018 1177	7242 1145	7455 1096	7659 1036	7858 0969	8051 0900	8238 0828
2	5902 0851	6356 1034	6694 1123	6973 1147	7220 1131	7449 1089	7668 1031	7878 0965	8081 0892	8278 0818	8469 0742
3	6080 0842	6537 1019	6878 1097	7162 1110	7415 1083	7650 1032	7875 0966	8091 0893	8299 0815	8500 0734	8694 0654
4	6250 0832	6711 1003	7056 1071	7345 1072	7604 1034	7846 0974	8077 0900	8298 0820	8512 0735	8717 0649	8914 0564
5	6413 0821	6877 0987	7227 1043	7521 1033	7787 0984	8036 0914	8274 0833	8501 0745	8720 0654	8929 0562	9128 0470
6	6569 0810	7037 0969	7392 1013	7693 0992	7966 0933	8222 0853	8466 0763	8700 0668	8923 0570	9135 0471	9337 0373
7	6720 0799	7192 0949	7552 0983	7859 0949	8140 0879	8403 0790	8654 0692	8893 0588	9121 0483	9337 0377	9539 0271
8	6865 0786	7341 0929	7707 0950	8022 0905	8310 0824	8581 0725	8838 0618	9083 0506	9315 0392	9533 0277	9736 0163
9	7005 0773	7486 0907	7857 0916	8180 0858	8476 0767	8754 0658	9018 0540	9269 0419	9504 0296	9724 0172	9927 0048
10	7141 0759	7626 0884	8004 0880	8334 0810	8638 0707	8924 0587	9195 0460	9450 0328	9689 0194	9910 0059	
11	7273 0745	7762 0860	8147 0843	8485 0760	8797 0645	9091 0514	9368 0375	9628 0232	9870 0086		

		$\delta=0.1 \quad m=0.25 \quad \beta=0.35$									
$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	6001 1318	6444 1623	6748 1790	6983 1861	7183 1870	7364 1838	7533 1779	7695 1703	7852 1616	8004 1522	8152 1425
1	6240 1305	6683 1596	6989 1738	7228 1783	7435 1766	7623 1712	7801 1633	7971 1541	8136 1439	8295 1334	8448 1226
2	6464 1289	6908 1564	7217 1680	7463 1698	7678 1657	7875 1580	8062 1483	8242 1373	8414 1258	8580 1140	8740 1022
3	6675 1271	7121 1528	7435 1617	7689 1607	7913 1541	8121 1442	8318 1326	8507 1200	8689 1070	8863 0939	9029 0810
4	6874 1248	7324 1486	7644 1548	7907 1511	8142 1419	8361 1298	8570 1162	8769 1019	8960 0874	9142 0730	9314 0590
5	7064 1223	7517 1439	7845 1472	8118 1407	8366 1290	8597 1147	8817 0990	9028 0829	9228 0669	9418 0511	9597 0358
6	7245 1194	7703 1387	8039 1391	8325 1297	8585 1154	8830 0987	9062 0810	9284 0630	9494 0452	9692 0279	9877 0113
7	7419 1162	7883 1330	8229 1303	8527 1179	8801 1009	9059 0818	9305 0619	9539 0419	9759 0223	9965 0033	
8	7587 1126	8056 1267	8413 1208	8725 1054	9014 0856	9288 0639	9547 0416	9793 0194			
9	7748 1087	8225 1199	8594 1106	8921 0921	9226 0693	9515 0449	9790 0200				
10	7905 1045	8390 1125	8772 0998	9115 0779	9437 0520	9743 0246					
11	8058 0999	8551 1045	8948 0882	9308 0627	9649 0335	9973 0027					







$\delta=0.2$      $m=0.10$      $\beta=0.15$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	3935 0353	4421 0516	4863 0708	5257 0921	5598 1139	5887 1346	6127 1531	6327 1686	6495 1811	6638 1907	6763 1978
1	3997 0357	4484 0523	4926 0719	5319 0934	5658 1153	5944 1361	6182 1544	6379 1697	6545 1819	6686 1912	6811 1979
2	4058 0361	4546 0530	4988 0729	5380 0947	5718 1168	6001 1376	6235 1558	6430 1708	6594 1827	6734 1916	6857 1979
3	4117 0365	4607 0538	5050 0740	5441 0961	5776 1184	6056 1391	6288 1571	6480 1719	6642 1834	6781 1920	6903 1980
4	4176 0370	4667 0545	5110 0751	5500 0975	5833 1199	6111 1407	6340 1585	6530 1730	6690 1841	6827 1923	6948 1979
5	4234 0374	4726 0553	5169 0763	5558 0989	5889 1215	6164 1422	6391 1598	6579 1740	6737 1848	6873 1927	6993 1979
6	4290 0379	4784 0562	5228 0775	5615 1004	5944 1231	6217 1437	6441 1612	6626 1750	6783 1855	6917 1930	7037 1978
7	4346 0384	4842 0570	5285 0787	5672 1019	5999 1247	6269 1453	6490 1625	6673 1760	6828 1862	6962 1932	7080 1977
8	4401 0389	4898 0579	5342 0799	5727 1034	6052 1263	6319 1468	6538 1638	6720 1771	6873 1868	7005 1935	7123 1976
9	4454 0395	4953 0588	5397 0812	5782 1050	6104 1280	6369 1484	6586 1651	6765 1780	6917 1874	7048 1937	7165 1975
10	4507 0400	5008 0597	5452 0825	5835 1065	6156 1296	6418 1499	6632 1664	6810 1790	6960 1879	7090 1939	7207 1973
11	4560 0406	5062 0607	5506 0838	5888 1081	6206 1313	6466 1514	6678 1677	6854 1799	7002 1885	7132 1940	7248 1970

$\delta=0.2$      $m=0.10$      $\beta=0.20$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	4547 0587	5112 0876	5598 1203	5997 1536	6312 1837	6557 2087	6750 2281	6907 2422	7038 2520	7151 2582	7253 2615
1	4654 0600	5220 0897	5704 1232	6097 1567	6406 1866	6645 2110	6834 2294	6987 2426	7116 2514	7229 2566	7329 2591
2	4758 0613	5326 0919	5807 1261	6195 1599	6497 1895	6731 2131	6916 2307	7066 2428	7193 2506	7304 2550	7404 2565
3	4859 0627	5428 0942	5907 1292	6290 1632	6586 1924	6814 2153	6995 2318	7142 2430	7268 2498	7378 2532	7478 2538
4	4957 0641	5528 0966	6004 1323	6382 1665	6672 1953	6895 2173	7072 2329	7217 2430	7341 2488	7451 2512	7551 2510
5	5053 0657	5625 0992	6099 1356	6471 1698	6755 1981	6973 2193	7147 2338	7290 2429	7413 2477	7522 2491	7622 2480
6	5147 0673	5720 1018	6191 1388	6557 1731	6835 2008	7049 2211	7220 2346	7361 2426	7483 2464	7592 2469	7693 2449
7	5238 0690	5812 1045	6280 1422	6641 1764	6914 2035	7123 2228	7291 2353	7430 2422	7551 2450	7661 2445	7762 2417
8	5327 0707	5902 1073	6367 1456	6722 1797	6989 2061	7195 2244	7360 2358	7498 2417	7619 2434	7728 2420	7830 2383
9	5414 0726	5990 1101	6451 1490	6801 1830	7063 2086	7265 2259	7427 2362	7564 2410	7685 2417	7795 2394	7897 2347
10	5498 0745	6076 1131	6533 1525	6877 1862	7135 2111	7333 2273	7493 2364	7629 2402	7750 2399	7860 2365	7964 2310
11	5581 0765	6159 1161	6612 1560	6951 1894	7204 2134	7399 2285	7558 2366	7693 2392	7814 2378	7925 2336	8030 2271

$\delta=0.2$      $m=0.10$      $\beta=0.25$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5042 0845	5645 1259	6121 1685	6476 2061	6738 2353	6936 2563	7093 2702	7223 2786	7336 2827	7437 2835	7531 2818
1	5201 0872	5804 1302	6271 1734	6615 2102	6868 2380	7059 2570	7212 2690	7340 2755	7453 2778	7555 2770	7650 2738
2	5355 0901	5956 1346	6414 1783	6748 2143	6992 2403	7178 2574	7327 2674	7454 2720	7567 2726	7670 2701	7767 2654
3	5502 0932	6101 1393	6551 1833	6874 2182	7110 2425	7292 2575	7439 2655	7565 2682	7678 2670	7783 2629	7882 2567
4	5644 0966	6241 1442	6681 1882	6995 2219	7224 2443	7401 2573	7547 2632	7673 2640	7787 2610	7894 2553	7995 2476
5	5780 1001	6374 1492	6806 1931	7110 2254	7334 2458	7507 2567	7652 2605	7778 2594	7894 2546	8003 2473	8107 2381
6	5912 1038	6502 1543	6925 1980	7221 2288	7438 2470	7610 2557	7753 2575	7881 2544	7999 2478	8110 2389	8217 2282
7	6039 1077	6625 1595	7038 2027	7327 2318	7539 2479	7709 2543	7853 2540	7981 2489	8101 2406	8216 2301	8327 2180
8	6161 1117	6743 1647	7147 2073	7428 2345	7637 2483	7805 2525	7949 2501	8080 2431	8203 2330	8321 2209	8436 2073
9	6280 1159	6856 1700	7251 2117	7526 2369	7731 2484	7898 2504	8043 2458	8176 2369	8302 2250	8424 2112	8544 1962
10	6394 1202	6965 1753	7351 2159	7619 2390	7822 2481	7988 2478	8135 2410	8271 2301	8401 2165	8527 2011	8651 1846
11	6505 1247	7069 1805	7447 2199	7709 2407	7910 2474	8077 2447	8225 2359	8364 2230	8498 2076	8629 1905	8758 1726

 $\delta=0.2$      $m=0.10$      $\beta=0.30$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5445 1114	6054 1634	6490 2102	6794 2457	7013 2697	7182 2843	7319 2920	7439 2945	7546 2932	7646 2890	7742 2827
1	5661 1160	6262 1697	6683 2158	6973 2487	7184 2694	7348 2808	7484 2853	7604 2848	7714 2809	7818 2743	7918 2658
2	5864 1211	6458 1763	6863 2212	7142 2512	7346 2685	7507 2765	7643 2778	7766 2745	7879 2678	7987 2589	8091 2482
3	6057 1266	6641 1830	7033 2262	7301 2531	7500 2669	7659 2714	7797 2695	7923 2633	8040 2540	8154 2427	8264 2299
4	6240 1324	6814 1896	7192 2308	7452 2544	7646 2645	7806 2655	7947 2605	8076 2513	8199 2394	8319 2257	8436 2108
5	6414 1384	6977 1962	7342 2350	7594 2549	7787 2613	7948 2588	8092 2505	8227 2384	8356 2239	8483 2079	8607 1909
6	6578 1447	7130 2026	7484 2386	7730 2547	7922 2573	8085 2512	8234 2397	8375 2246	8511 2075	8646 1891	8779 1700
7	6735 1511	7274 2087	7618 2415	7860 2537	8052 2523	8219 2427	8373 2279	8521 2099	8666 1901	8809 1694	8951 1482
8	6883 1577	7411 2144	7745 2437	7984 2518	8177 2465	8349 2332	8510 2151	8666 1942	8820 1718	8973 1486	9125 1253
9	7025 1643	7540 2198	7866 2453	8103 2491	8299 2397	8476 2227	8645 2013	8810 1774	8974 1523	9138 1268	9302 1013
10	7159 1709	7662 2247	7981 2461	8218 2455	8418 2320	8601 2113	8779 1865	8953 1596	9129 1318	9304 1038	9481 0761
11	7287 1775	7778 2290	8091 2460	8328 2409	8533 2233	8725 1988	8911 1706	9098 1406	9285 1100	9474 0796	9665 0497

$\delta=0.2$      $m=0.15$      $\beta=0.20$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	4597 0555	5125 0791	5558 1024	5902 1226	6176 1383	6399 1494	6587 1565	6753 1602	6903 1614	7042 1605	7175 1581
1	4697 0562	5226 0803	5656 1038	5996 1238	6265 1391	6486 1496	6672 1560	6837 1592	6987 1598	7127 1584	7260 1555
2	4795 0570	5324 0816	5751 1052	6087 1251	6353 1399	6571 1497	6756 1555	6920 1581	7070 1581	7210 1561	7345 1528
3	4890 0578	5419 0829	5843 1067	6175 1263	6438 1406	6653 1498	6837 1550	7001 1569	7151 1563	7292 1539	7428 1500
4	4982 0587	5511 0842	5933 1082	6261 1275	6521 1413	6734 1499	6917 1544	7080 1557	7231 1545	7373 1516	7509 1472
5	5072 0596	5602 0856	6020 1097	6345 1287	6602 1419	6813 1499	6995 1538	7158 1544	7309 1527	7452 1492	7590 1444
6	5159 0605	5689 0871	6105 1112	6427 1299	6681 1425	6890 1499	7072 1530	7235 1531	7386 1508	7530 1468	7670 1415
7	5245 0615	5775 0885	6188 1127	6506 1310	6757 1431	6966 1498	7146 1523	7310 1517	7462 1488	7608 1443	7748 1385
8	5328 0625	5858 0900	6268 1142	6583 1321	6832 1436	7039 1496	7220 1514	7384 1502	7537 1468	7684 1417	7826 1355
9	5409 0636	5939 0915	6347 1157	6658 1332	6906 1441	7111 1494	7292 1505	7456 1487	7611 1447	7759 1391	7903 1325
10	5488 0647	6018 0931	6423 1172	6732 1343	6977 1445	7182 1491	7362 1496	7528 1471	7683 1425	7833 1364	7979 1293
11	5566 0658	6095 0946	6497 1187	6804 1353	7047 1448	7251 1487	7432 1485	7598 1454	7755 1403	7906 1337	8054 1261

$\delta=0.2$      $m=0.15$      $\beta=0.25$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5163 0880	5742 1270	6177 1627	6495 1905	6734 2098	6924 2219	7082 2284	7221 2306	7348 2297	7467 2263	7581 2212
1	5312 0900	5888 1299	6314 1654	6625 1922	6858 2100	7044 2205	7201 2255	7340 2263	7468 2240	7589 2195	7705 2133
2	5455 0921	6028 1329	6446 1681	6749 1938	6977 2100	7160 2189	7317 2223	7456 2217	7586 2182	7709 2125	7827 2052
3	5592 0943	6161 1359	6572 1708	6868 1951	7092 2098	7273 2171	7429 2189	7570 2169	7701 2121	7827 2052	7948 1969
4	5724 0966	6289 1390	6692 1733	6982 1963	7202 2094	7382 2150	7539 2153	7681 2118	7815 2057	7943 1977	8068 1883
5	5851 0990	6412 1421	6808 1757	7092 1973	7309 2087	7489 2126	7646 2114	7790 2065	7926 1991	8058 1899	8186 1796
6	5973 1014	6530 1451	6919 1780	7198 1981	7413 2077	7592 2100	7751 2072	7897 2009	8036 1922	8171 1819	8303 1705
7	6091 1040	6644 1481	7025 1801	7300 1986	7513 2065	7693 2071	7853 2028	8002 1950	8145 1851	8283 1736	8419 1612
8	6204 1066	6753 1511	7128 1821	7398 1989	7610 2050	7791 2039	7953 1980	8105 1889	8252 1777	8394 1651	8534 1516
9	6314 1092	6857 1540	7227 1838	7494 1989	7705 2033	7887 2005	8052 1930	8207 1824	8357 1700	8504 1562	8649 1418
10	6420 1119	6958 1568	7322 1854	7586 1987	7797 2012	7980 1967	8148 1876	8308 1757	8462 1619	8613 1471	8763 1316
11	6523 1146	7056 1595	7414 1867	7676 1982	7887 1989	8072 1926	8243 1820	8407 1686	8566 1536	8722 1377	8877 1212

$\delta=0.2$   $m=0.15$   $\beta=0.30$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5575 1176	6149 1664	6546 2056	6824 2324	7032 2486	7199 2568	7343 2592	7472 2575	7593 2527	7709 2458	7821 2372
1	5773 1209	6340 1703	6725 2081	6994 2324	7198 2457	7364 2511	7508 2510	7641 2469	7765 2401	7885 2312	8002 2210
2	5961 1243	6520 1742	6893 2103	7155 2318	7356 2422	7522 2448	7669 2421	7805 2358	7934 2268	8059 2162	8182 2043
3	6139 1278	6689 1779	7052 2120	7309 2307	7508 2381	7675 2380	7826 2327	7966 2240	8101 2130	8232 2005	8360 1870
4	6308 1314	6849 1815	7203 2133	7455 2290	7654 2334	7824 2304	7978 2226	8124 2117	8265 1986	8403 1843	8538 1692
5	6468 1351	7000 1847	7347 2141	7595 2267	7795 2281	7968 2223	8128 2119	8280 1986	8428 1836	8573 1675	8716 1508
6	6620 1388	7143 1877	7483 2144	7730 2238	7931 2221	8109 2135	8275 2005	8434 1850	8590 1679	8743 1499	8894 1316
7	6765 1424	7280 1903	7613 2142	7860 2203	8064 2154	8247 2039	8420 1884	8587 1706	8751 1514	8913 1317	9073 1118
8	6904 1460	7409 1926	7738 2133	7985 2161	8193 2081	8382 1937	8563 1756	8738 1554	8911 1343	9083 1127	9253 0912
9	7036 1494	7533 1944	7858 2119	8106 2113	8319 2000	8516 1827	8704 1620	8889 1396	9073 1163	9255 0929	9435 0698
10	7162 1527	7651 1958	7974 2099	8224 2057	8443 1912	8647 1710	8845 1477	9040 1229	9235 0975	9428 0723	9620 0475
11	7282 1559	7764 1967	8085 2072	8339 1995	8564 1817	8777 1584	8985 1325	9192 1053	9398 0779	9604 0507	9808 0242

 $\delta=0.2$   $m=0.15$   $\beta=0.35$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5890 1448	6439 1988	6797 2369	7044 2597	7233 2710	7389 2744	7528 2724	7656 2665	7778 2579	7897 2475	8013 2357
1	6138 1488	6675 2024	7020 2371	7261 2554	7449 2623	7609 2616	7752 2559	7888 2467	8017 2352	8144 2221	8269 2081
2	6369 1530	6894 2055	7229 2364	7466 2501	7656 2525	7820 2477	7971 2383	8115 2258	8254 2114	8391 1958	8525 1795
3	6584 1570	7098 2080	7424 2347	7661 2437	7855 2416	8026 2326	8186 2195	8340 2037	8490 1864	8638 1683	8784 1499
4	6785 1610	7288 2098	7609 2319	7847 2360	8046 2294	8227 2162	8397 1994	8563 1804	8726 1602	8886 1396	9045 1190
5	6974 1647	7466 2108	7784 2280	8026 2272	8233 2158	8424 1985	8607 1780	8786 1557	8963 1326	9138 1095	9311 0867
6	7151 1680	7635 2109	7951 2230	8198 2170	8414 2009	8618 1794	8815 1551	9010 1295	9203 1036	9394 0779	9583 0529
7	7318 1710	7794 2100	8111 2168	8365 2055	8593 1846	8811 1589	9024 1307	9236 1018	9447 0729	9656 0447	9864 0174
8	7475 1734	7945 2081	8264 2094	8528 1926	8769 1669	9003 1367	9235 1047	9466 0723	9697 0404	9928 0095	
9	7625 1754	8089 2053	8413 2006	8687 1784	8944 1476	9196 1129	9448 0769	9702 0410	9956 0059		
10	7766 1767	8227 2013	8558 1906	8845 1626	9119 1266	9392 0874	9667 0472	9946 0076			
11	7902 1773	8361 1962	8699 1792	9001 1453	9295 1040	9591 0599	9893 0154				

$\delta=0.2$      $m=0.20$      $\beta=0.25$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5047 0686	5544 0904	5923 1067	6224 1170	6475 1221	6696 1233	6899 1217	7092 1181	7279 1130	7461 1069	7641 1002
1	5187 0688	5684 0907	6061 1065	6360 1160	6610 1203	6832 1207	7037 1184	7233 1141	7422 1084	7608 1019	7791 0948
2	5322 0690	5818 0910	6194 1063	6491 1151	6741 1185	6965 1181	7172 1150	7371 1101	7563 1039	7752 0969	7939 0894
3	5452 0693	5948 0913	6322 1061	6618 1141	6869 1167	7094 1154	7305 1116	7506 1060	7702 0993	7895 0919	8085 0840
4	5577 0695	6073 0916	6445 1059	6741 1130	6994 1148	7221 1127	7434 1082	7639 1020	7838 0947	8035 0868	8229 0786
5	5697 0698	6194 0919	6565 1056	6861 1119	7115 1128	7344 1099	7561 1047	7769 0979	7973 0901	8173 0818	8371 0732
6	5814 0701	6311 0922	6681 1053	6977 1107	7233 1107	7465 1071	7685 1011	7897 0937	8105 0854	8309 0767	8511 0677
7	5927 0705	6424 0924	6793 1049	7090 1095	7348 1086	7583 1042	7807 0975	8023 0895	8235 0807	8444 0715	8650 0622
8	6036 0708	6533 0927	6903 1045	7200 1082	7460 1064	7699 1012	7927 0938	8147 0852	8364 0759	8576 0663	8786 0567
9	6142 0712	6639 0929	7009 1040	7308 1068	7570 1041	7813 0981	8044 0900	8269 0809	8490 0711	8708 0611	8922 0511
10	6245 0715	6742 0931	7112 1034	7412 1052	7678 1017	7924 0949	8160 0862	8390 0764	8615 0662	8837 0558	9055 0454
11	6345 0718	6842 0932	7212 1027	7515 1037	7783 0992	8034 0916	8274 0822	8509 0719	8739 0612	8965 0503	9188 0396

$\delta=0.2$      $m=0.20$      $\beta=0.30$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5614 1123	6137 1500	6501 1765	6769 1921	6985 1996	7171 2011	7340 1985	7499 1929	7652 1854	7801 1765	7947 1666
1	5800 1135	6317 1510	6675 1760	6941 1896	7156 1949	7344 1945	7516 1901	7680 1830	7837 1741	7992 1639	8143 1530
2	5976 1147	6489 1520	6841 1753	7105 1868	7321 1900	7512 1875	7688 1814	7857 1727	8020 1624	8180 1511	8337 1391
3	6143 1158	6651 1527	7000 1743	7262 1836	7481 1846	7675 1802	7857 1723	8031 1621	8200 1504	8366 1379	8530 1249
4	6302 1170	6806 1532	7151 1729	7414 1800	7635 1789	7834 1725	8022 1629	8202 1511	8378 1381	8551 1244	8721 1104
5	6453 1180	6954 1535	7296 1712	7560 1761	7785 1728	7990 1645	8184 1530	8371 1398	8555 1254	8734 1106	8911 0955
6	6598 1190	7095 1536	7436 1692	7702 1717	7931 1663	8142 1560	8343 1428	8538 1280	8729 1123	8916 0963	9100 0802
7	6737 1198	7230 1533	7571 1668	7839 1670	8074 1593	8292 1470	8501 1321	8704 1158	8902 0988	9098 0816	9289 0644
8	6870 1206	7360 1528	7701 1640	7973 1618	8214 1519	8439 1377	8656 1210	8868 1032	9075 0848	9278 0663	9478 0481
9	6998 1212	7485 1520	7827 1608	8104 1562	8351 1441	8584 1278	8810 1094	9030 0900	9247 0703	9459 0506	9667 0312
10	7121 1216	7606 1508	7949 1572	8231 1501	8486 1358	8728 1175	8963 0974	9193 0764	9419 0552	9640 0342	9856 0137
11	7239 1219	7723 1493	8068 1532	8356 1436	8619 1270	8870 1067	9115 0848	9355 0622	9591 0396	9822 0172	

$\delta=0.2$     $m=0.20$     $\beta=0.35$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5961 1441	6465 1884	6799 2162	7042 2305	7239 2355	7410 2341	7568 2284	7719 2198	7864 2093	8007 1974	8147 1847
1	6192 1452	6689 1884	7017 2130	7260 2237	7460 2251	7637 2205	7803 2120	7961 2009	8115 1882	8266 1744	8415 1601
2	6408 1461	6899 1878	7224 2091	7468 2161	7673 2140	7858 2062	8032 1948	8200 1813	8364 1664	8524 1508	8682 1349
3	6610 1468	7096 1866	7420 2044	7667 2076	7879 2019	8073 1910	8258 1768	8436 1608	8611 1438	8782 1263	8951 1088
4	6801 1472	7283 1848	7606 1989	7860 1982	8080 1890	8285 1749	8480 1579	8671 1394	8858 1203	9041 1010	9221 0819
5	6981 1472	7460 1823	7786 1925	8046 1880	8276 1752	8493 1578	8701 1380	8905 1171	9106 0958	9302 0746	9494 0539
6	7152 1469	7629 1791	7958 1853	8227 1768	8469 1604	8699 1398	8922 1171	9140 0937	9355 0702	9565 0471	9771 0248
7	7314 1461	7791 1752	8125 1773	8404 1646	8659 1445	8903 1206	9142 0951	9377 0691	9608 0434	9833 0183	
8	7470 1449	7946 1706	8287 1683	8577 1515	8847 1276	9108 1004	9364 0719	9616 0433	9864 0152		
9	7619 1433	8096 1652	8445 1584	8749 1373	9034 1096	9313 0790	9588 0474	9860 0161			
10	7762 1411	8241 1590	8600 1475	8918 1221	9222 0904	9521 0562	9817 0215				
11	7900 1385	8383 1521	8753 1358	9087 1058	9411 0700	9731 0321					

 $\delta=0.2$     $m=0.20$     $\beta=0.40$ 

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	6207 1696	6686 2160	6995 2418	7222 2528	7410 2541	7578 2492	7734 2401	7885 2283	8031 2148	8175 2003	8317 1851
1	6482 1692	6957 2129	7265 2336	7497 2391	7694 2354	7872 2259	8042 2128	8205 1976	8365 1812	8522 1641	8677 1468
2	6737 1682	7209 2086	7519 2240	7759 2240	7968 2152	8161 2012	8346 1842	8525 1655	8701 1461	8873 1266	9042 1072
3	6974 1666	7445 2032	7761 2129	8012 2074	8236 1934	8446 1748	8648 1539	8846 1318	9040 1095	9230 0875	9415 0660
4	7196 1643	7668 1965	7992 2004	8258 1891	8499 1699	8729 1468	8952 1218	9171 0963	9385 0710	9595 0465	9799 0229
5	7405 1611	7880 1885	8215 1862	8498 1691	8760 1446	9012 1168	9259 0878	9502 0588	9740 0304	9972 0032	
6	7604 1572	8084 1791	8432 1705	8735 1473	9029 1174	9298 0848	9573 0515	9843 0188			
7	7793 1523	8280 1684	8645 1531	8970 1236	9283 0881	9591 0504	9896 0127				
8	7975 1466	8470 1563	8855 1340	9207 0979	9550 0565	9892 0135					
9	8150 1401	8657 1428	9064 1130	9446 0701	9825 0224						
10	8319 1325	8840 1278	9273 0903	9690 0400							
11	8485 1241	9022 1113	9485 0655	9943 0075							

$\delta=0.2$      $m=0.25$      $\beta=0.30$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5313 0688	5778 0828	6144 0899	6454 0915	6734 0893	6999 0847	7254 0785	7504 0715	7752 0640	7998 0563	8242 0487
1	5498 0667	5969 0804	6339 0867	6654 0874	6940 0845	7211 0792	7473 0725	7731 0650	7985 0573	8237 0494	8488 0417
2	5675 0647	6153 0781	6528 0836	6848 0835	7141 0797	7419 0738	7688 0666	7953 0588	8214 0507	8473 0427	8730 0349
3	5845 0627	6329 0758	6710 0805	7037 0796	7336 0750	7621 0685	7898 0608	8171 0526	8439 0443	8705 0362	8968 0283
4	6009 0608	6500 0735	6886 0775	7220 0757	7527 0704	7820 0632	8105 0551	8384 0466	8661 0381	8933 0298	9203 0218
5	6166 0588	6664 0712	7057 0745	7398 0718	7712 0659	8013 0581	8307 0495	8594 0407	8878 0320	9158 0235	9434 0155
6	6319 0569	6824 0689	7223 0714	7571 0680	7894 0613	8203 0530	8505 0440	8801 0349	9092 0260	9379 0174	9661 0093
7	6466 0550	6978 0667	7384 0684	7740 0641	8071 0568	8389 0479	8699 0385	9003 0291	9302 0200	9596 0113	9885 0032
8	6609 0530	7128 0644	7541 0653	7905 0603	8245 0522	8572 0429	8890 0331	9202 0234	9509 0142	9810 0054	
9	6748 0511	7274 0621	7694 0622	8066 0564	8415 0477	8751 0378	9078 0277	9398 0178	9712 0083		
10	6883 0492	7416 0597	7844 0591	8224 0525	8582 0432	8927 0328	9262 0223	9591 0122	9912 0025		
11	7015 0473	7555 0573	7990 0559	8379 0485	8746 0386	9100 0278	9444 0170	9781 0066			

$\delta=0.2$      $m=0.25$      $\beta=0.35$

$k \backslash \rho$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	5905 1239	6373 1528	6706 1681	6971 1735	7202 1723	7415 1668	7618 1585	7814 1484	8007 1372	8196 1254	8382 1132
1	6129 1218	6600 1496	6936 1626	7206 1655	7444 1620	7665 1545	7877 1444	8082 1328	8283 1204	8481 1075	8674 0944
2	6341 1196	6815 1460	7155 1568	7432 1572	7679 1514	7909 1419	8131 1300	8346 1170	8556 1032	8762 0893	8962 0753
3	6542 1171	7020 1422	7366 1506	7651 1485	7907 1405	8148 1289	8380 1153	8606 1007	8826 0857	9041 0706	9249 0557
4	6734 1145	7217 1380	7568 1439	7862 1394	8129 1290	8382 1154	8626 1001	8863 0840	9093 0677	9317 0515	9533 0355
5	6917 1116	7405 1335	7764 1369	8068 1298	8347 1171	8612 1015	8868 0844	9117 0668	9358 0491	9591 0316	9815 0145
6	7093 1086	7586 1286	7954 1294	8269 1197	8561 1047	8839 0870	9108 0682	9369 0489	9621 0297	9863 0108	
7	7263 1053	7761 1233	8138 1214	8466 1091	8771 0917	9064 0720	9346 0512	9620 0302	9883 0094		
8	7426 1018	7932 1177	8319 1129	8660 0980	8979 0782	9286 0562	9583 0335	9870 0106			
9	7585 0980	8097 1116	8496 1040	8851 0863	9185 0640	9508 0398	9820 0149				
10	7739 0941	8259 1051	8669 0945	9039 0740	9390 0491	9729 0224					
11	7889 0899	8417 0983	8840 0846	9226 0611	9595 0335	9951 0042					





